



La réfrigération magnétique : conceptualisation, caractérisation et simulation

Morgan Almanza

► To cite this version:

Morgan Almanza. La réfrigération magnétique : conceptualisation, caractérisation et simulation. Autre. Université de Grenoble, 2014. Français. NNT : 2014GRENT105 . tel-01314135

HAL Id: tel-01314135

<https://theses.hal.science/tel-01314135>

Submitted on 10 May 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Electronique, électrotechnique, automatique & traitement du signal**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Morgan ALMANZA

Thèse dirigée par **Afef KEDOUS-LEBOUC** et **Salvatore MIRAGLIA**

préparée au sein du **Laboratoire du G2Elab et de l'Institut Néel**
dans l'**École Doctorale EEATS**

La Réfrigération Magnétique : Conceptualisation, Caractérisation et Simulation

Thèse soutenue publiquement le **1/12/2014**
devant le jury composé de :

Mr Vittorio BASSO

Researcher at INRIM, Examineur

Mr Peter EGOLF

Professor at University of Applied Sciences of Western Switzerland
Rapporteur

Mr Vincent HARDY

Directeur de recherche CNRS au CRISMAT, Rapporteur

Mme Carmen VASILE

Maître de Conférence à LGeCo INSA Strasbourg, Examinatrice

Mr Jean-Paul YONNET

Directeur de recherche CNRS au G2ELab, Examineur

Mme Afef KEDOUS-LEBOUC

Directrice de recherche CNRS au G2Elab, Directrice de thèse

Mr Salvatore MIRAGLIA

Directeur de recherche CNRS à l'Institut Néel, Directeur de thèse



Remerciements

Ces travaux ont été réalisés en partenariat entre le G2ELab et l'Institut Néel dans le cadre de l'ANR MagCool.

Tout d'abord, je tiens à remercier mon jury de thèse avec une attention particulière à Peter Egolf et Vincent Hardy pour leurs lectures éclairées.

Peter, nous nous sommes rencontrés lors de Thermag V à Grenoble. A cette époque, j'étais en pleine réflexion sur l'énergie magnétique et j'ai apprécié notre échange qui m'a rassuré sur mes remises en question des termes à utiliser. Merci d'avoir confirmé que mes questions n'étaient pas dénuées de sens.

Vincent, nos premiers échanges datent aussi de Thermag V. A cette époque je souhaitais corriger le champ démagnétisant avec acharnement, tel un ovni, peu conscient des contraintes. Aujourd'hui, je comprends mieux ce que tu avais tenté de m'expliquer à cette époque. Mes travaux de recherche reposent en partie sur ton excellente maîtrise de la caractérisation, ta pédagogie dans l'explication des résultats et sur tes mesures, alors encore un grand merci.

Ces trois années ont été ponctuées de réunions d'ANR qui ont été de fabuleux moyens d'échanges et de rencontres. Un merci à tous les partenaires de l'ANR et tout particulièrement à Sophie et Charlotte pour leur bonne humeur.

Je remercie mes encadrants Afef et Salvatore pour ces années de thèses. Ces trois années ont été riches en enseignements et je vous en suis très reconnaissant. J'espère que nous serons amenés à collaborer dans le futur. J'exprime ma sincère reconnaissance à Afef, ma directrice de thèse, pour sa très grande gentillesse et sa générosité et à Salvatore pour m'avoir donné accès aux ressources nécessaires. Il est vrai que vos calendriers sont bien chargés, et il n'a pas toujours été évident de trouver du temps libre, mais je vous remercie d'avoir su en dégager dans les moments importants. Afef, je te remercie de m'avoir permis de partir en conférence, et de nous avoir donné l'opportunité de mieux nous connaître.

Un grand merci à mes collègues et amis, Carlo Sasso avec qui nous avons passé de longs moments autour de discussions scientifiques ou politiques passionnantes. J'espère que nous aurons l'occasion de remettre cela dans le futur. Ando, un grand merci pour ton aide précieuse et ton rire si caractéristique et entraînant.

Un tir groupé pour « les anciens » Fanny, Christophe, Mathieu, Manel, Ni, Julian, Raha, Gatien, Camille, et « les nouveaux » Yunxia, Hakim, Guilherme et ceux de passages Carlos, Amine, Jean-Christophe, Alexandre. Mes amis, je ne peux pas citer toutes les anecdotes et les bons moments que nous avons vécus tellement ils sont nombreux, mais ils resteront gravés dans nos mémoires et parfois même sur un support beaucoup plus fidèle, la vidéo!!!

Une attention toute particulière à Sylvain, mon co-bureau avec qui j'ai partagé de magnifiques moments sur des sommets enneigés, parfois même à la recherche d'un ski... Un petit clin d'œil à Mickaël, qui nous a souvent mijoté des petits plats et particulièrement ceux dans les gorges de l'Ardèche... Wahid et son fameux couscous inoubliable... Olivier et ses jeux de piste, à la recherche des perturbations électromagnétiques qui se sont finies parfois très tardivement mais aussi et surtout à ses petites réserves culinaires... Merci à vous !

Un grand merci à tous les permanents du laboratoire et de l'UJF avec qui j'ai eu l'occasion de travailler. Kamel et Florian merci pour votre aide pour la réalisation du prototype. Enfin Nicolas et François, merci beaucoup pour nos pauses brioches et longues discussions.

Et, pour finir un grand merci à ma femme, Sylvie et à ma famille, en particulier mes parents, Anne-Marie et sa binôme Marie-Claude pour la relecture, Méia pour son attention pendant la soutenance et son sourire au quotidien et Rainer.

Résumé : La réfrigération magnétique est une alternative pertinente dans un contexte où les gaz réfrigérants sont soumis à des restrictions environnementales. Ces restrictions nécessitent l'évolution de la technologie actuelle ou bien l'émergence d'une nouvelle, d'où l'opportunité pour la réfrigération magnétique de prouver son potentiel. En effet, elle pourrait s'avérer énergiquement plus efficace et avec des densités de puissance supérieure. Ces travaux de thèse apportent des réponses sur le potentiel de la réfrigération magnétique. Dans cette logique, la thermodynamique et le magnétisme, outils indispensables à notre étude, sont développés dans le cas des matériaux à effet magnétocalorique. Puis, nous verrons que les caractérisations de ces derniers sont en mesure de fournir des modèles matériaux cohérents et réalistes, si des précautions sont prises. L'effet magnétocalorique étant limité en termes de variation de température, nous allons étudier différentes structures de réfrigération. Enfin, des modèles numériques sont développés pour permettre d'optimiser les structures à régénérations actives, qui sont les plus utilisées. Ces modèles doivent permettre de dimensionner des systèmes proches de leurs optimums.

Mots-Clefs : réfrigération magnétique, effet magnétocalorique, régénération magnétique active, modélisation numérique

Abstract : Magnetic refrigeration is a relevant alternative in consideration of environmental restrictions of refrigerants gases. These restrictions require to improve the current technology or to pave the way for a new one, hence the opportunity for magnetic refrigeration to demonstrate its potential. Indeed, it could be energetically efficient and with higher power densities. This work aims to estimate the potential of magnetic refrigeration. Magnetism and thermodynamic, essential tools for our study, are developed in a case of magnetocaloric effect. With some care, we show that material characterizations are able to give consistence and relevant model. Magnetocaloric effect suffers of small temperature variations; therefore structures that increase the temperature span and give competitive system are studied. Finally numerical models are developed to optimize active magnetic regenerators, which are currently the most used. These models are used to calculate and design systems close to their optimum.

Keywords: magnetic refrigeration, magnetocaloric effect, active magnetic regenerator, numerical modeling

Sommaire

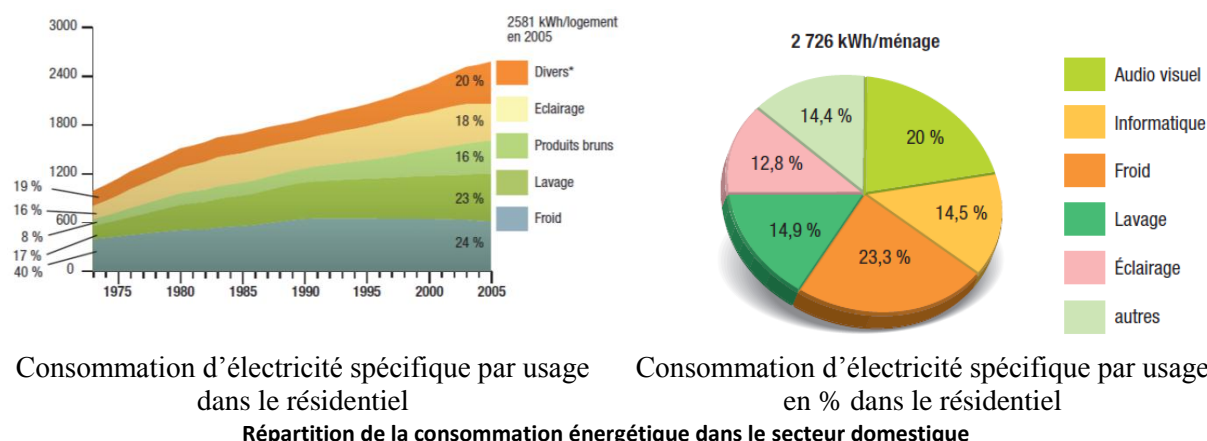
I	<u>MAGNETISME ET THERMODYNAMIQUE POUR DECRIRE L'EFFET MAGNETOCALORIQUE</u>	9
1	ENERGIE D'AIMANTATION	10
1.1	CONVENTIONS ET NOTIONS IMPORTANTES.....	10
1.2	SIGNE DU TRAVAIL DE L'INDUCTION MAGNETIQUE LIEE A LA CONVENTION THERMODYNAMIQUE	12
1.3	APPROCHE GLOBALE	13
1.4	ANALYSE D'AUTRES APPROCHES.....	19
1.5	EXEMPLE DE TRANSFORMATION MAGNETIQUE, MECANIQUE ET THERMIQUE	20
1.6	APPROCHE LOCALE	23
1.7	CONCLUSION SUR L'ENERGIE D'AIMANTATION	27
2	THERMODYNAMIQUE DE L'EFFET MAGNETOCALORIQUE	28
2.1	THERMODYNAMIQUE HORS EQUILIBRE ET VARIABLES D'ETATS.....	28
2.2	TRANSITION DE PHASE	30
2.3	RELATIONS DE MAXWELL	31
2.4	MODELISATION THERMODYNAMIQUE	33
2.5	CYCLE ELEMENTAIRE DE REFRIGERATION.....	35
2.6	CONCLUSION SUR LA THERMODYNAMIQUE	38
II	<u>CARACTERISATION DE L'EFFET MAGNETOCALORIQUE</u>	39
1	MESURE DE L'AIMANTATION AVEC LE MAGNETOMETRE.....	41
1.1	PRINCIPE DE LA MESURE AU MAGNETOMETRE A EXTRACTION POUR EN DEDUIRE L'AIMANTATION	41
1.2	MESURE AU MAGNETOMETRE	45
1.3	STRATEGIE NUMERIQUE D'INVERSION	49
1.4	RESULTAT DE L'INVERSION NUMERIQUE OBTENUE AVEC LE COEFFICIENT DEMAGNETISANT AMELIORE	52
1.5	RESULTATS DE L'OPTIMISATION « POINT A POINT ».....	54
1.6	CONCLUSION SUR LES METHODES D'INVERSION	54
2	CARACTERISATION ET MODELISATION DU MATERIAU	55
2.1	PRISE EN COMPTE DU CHAMP DEMAGNETISANT SUR LE CALORIMETRE	55
2.2	OBTENTION DU ΔT ADIABATIQUE	57
2.3	CYCLE DE BRAYTON	60
2.4	COMPATIBILITE THERMODYNAMIQUE DES CARACTERISTIQUES.....	60
2.5	EFFET DU SOLVEUR	63
2.6	CONCLUSION SUR LES MODELES MATERIAUX	63
3	CARACTERISATION DYNAMIQUE	64
3.1	METHODE D'AIMANTATION DYNAMIQUE	65
3.2	METHODE DE MESURE THERMIQUE DYNAMIQUE	66
3.3	METHODE DE CARACTERISATION.....	67
3.4	DIFFICULTE LIEE A L'INDUCTION MAGNETIQUE	68
3.5	CONCLUSION SUR LA CARACTERISATION DYNAMIQUE	74
III	<u>CYCLES THERMODYNAMIQUES.....</u>	75
1	COMPARAISON DES SOLUTIONS DE REFRIGERATION	76
1.1	SYSTEME A COMPRESSION	76
1.2	EFFET MAGNETOCALORIQUE	78

1.3	EFFETS ELECTROCALORIQUES, BAROCALORIQUES ET ELASTOCALORIQUE	79
1.4	CONCLUSION DE LA COMPARAISON	79
2	VERS LA REFRIGERATION MAGNETIQUE	80
2.1	SYSTEME A ECHANGES DIRECTS	81
2.2	ECHANGE INDIRECT AVEC LES ETAGES DE PROXIMITE	84
2.3	ECHANGE INDIRECT AVEC DES ETAGES ELOIGNES ET MISE PLACE DE LA REGENERATION	85
2.4	SYSTEME A VAGUE DE CHALEUR	86
3	ECHANGES THERMIQUES.....	88
3.1	ANALYSE DU CYCLE THERMODYNAMIQUE	88
3.2	ETAT DE L'ART ET IDEES SUR LES INTERRUPTEURS THERMIQUES	91
3.3	APPROCHE THEORIQUE DE LA RESISTANCE DE CONTACT THERMIQUE	92
3.4	APPROCHE EXPERIMENTALE DE LA RESISTANCE DE CONTACT MECANIQUE.....	93
3.5	APPROCHE THEORIQUE DU THERMOSIPHON.....	96
3.6	APPROCHE EXPERIMENTALE DU THERMOSIPHON	98
3.7	CONVECTION FORCEE FLUIDE EN ECOULEMENT	99
4	SOURCE DE CHAMP	100
4.1	CONTEXTE.....	100
4.2	CONCENTRATION DU CHAMP DANS L'ELEMENT FERROMAGNETIQUE	104
5	CONCLUSION	107
IV	<u>SIMULATIONS NUMERIQUES</u>	<u>109</u>
1	DESCRIPTION DU PROBLEME.....	110
1.1	ASPECT FLUIDE	110
1.2	ASPECT THERMIQUE	111
1.3	ASPECT MAGNETIQUE	113
1.4	EFFICACITE ENERGETIQUE	114
1.5	INVARIANCE, NOMBRES ADIMENSIONNELS	115
2	MODELES ET NIVEAUX DE MODELISATION	117
2.1	RESOLUTION DE L'ECOULEMENT	118
2.2	HOMOGENEITE DU CHAMP MAGNETIQUE	120
2.3	MODELE 2X1D SUIVANT L'AXE LONGITUDINAL (MODELE 1D LONGITUDINAL)	123
2.4	COUPLAGE	125
3	MODELE 1D TRANSVERSE	127
3.1	FORMULATION DU PROBLEME	127
3.2	RESOLUTION SPATIALE	128
3.3	VALIDATION DU MODELE	128
3.4	ANALYSE DU CAS TEST POUR DEUX EPAISSEURS D'OXYDE DE 1 MM ET 0.5 MM	129
3.5	OPTIMISATION.....	131
4	MODELE 2D MAGNETIQUEMENT DECOUPLE	132
4.1	FORMULATION, DISCRETISATION SPATIALE	132
4.2	DISCRETISATION TEMPORELLE ET SOLVEUR	135
4.3	EXEMPLE DE RESULTATS	136
5	CONCLUSION	137
V	<u>CONCLUSION & PERSPECTIVES</u>	<u>139</u>
A.	<u>ANNEXES</u>	<u>141</u>
	<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	<u>153</u>

Introduction

La production de froid est omniprésente dans notre vie quotidienne, la climatisation, la conservation d'aliments, de médicaments et de produits chimiques, la liquéfaction de gaz ou encore le refroidissement d'appareils électroniques. D'après l'Institut International de Réfrigération IIR (Coulomb 2010), **au total la production de froid représente près de 15% de la consommation électrique mondiale** et son utilisation ne cesse de croître dans les pays développés. Des chiffres plus détaillés sont mis à disposition par les agences nationales de l'énergie comme l'ADEME en France « Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Energie ou internationale de l'énergie », US- EIA pour les USA « US Energy Information Administration » ou par des agences internationales comme «International Energy Agency » IEA.

En France, c'est 24% (ADEME) de l'énergie électrique résidentielle. En plus du marché de la réfrigération, la magnétocalorie pourrait s'implanter sur le marché des pompes à chaleur (PAC) où 200 000 unités (ADEME) ont été vendues au particulier en 2010. Pour plus de détails, des syndicats des industries thermiques, aéronautiques et frigorifiques (Uniclimate, AFCE) publient régulièrement des données.



Une amélioration de l'efficacité des systèmes de réfrigération ou des PAC aurait un impact important sur la consommation mondiale d'énergie. Les machines frigorifiques à compression de gaz réfrigérant sont très répandues de par leur simplicité et leur efficacité. Les gaz réfrigérants conventionnels ont besoin d'être gazeux à température ambiante car les systèmes de réfrigération utilisent l'énergie de changement de phase pour produire efficacement du froid. Les gaz étant difficiles à contenir sur toute la durée de vie d'un produit et après, des problèmes environnementaux se posent. **Les réglementations successives interdisent l'utilisation des CFC (chlorofluorocarbures) (exemple : R12) et HCFC (hydro chlorofluorocarbures), gaz destructeur de la couche d'ozone.** L'utilisation des HFC (hydro fluorocarbures) (exemple : R134a) est autorisée mais ils restent des gaz à effet de serre 1000 fois plus puissants que le CO_2 à masse équivalente. **L'objectif européen est de réduire considérablement l'utilisation des HFC.** A ce titre, les agences européennes publient une étude complète sur les alternatives à ces gaz dans les applications de réfrigération et de climatisation (AFCE 2013). Ce rapport montre que tous les types de fluides frigorigènes (HFC, HFO, HC, ammoniac, CO_2) sont nécessaires pour répondre à l'ensemble des applications variées du froid. Mais **beaucoup de ces alternatives mettent en jeu des fluides plus ou moins inflammables** dont la mise en œuvre requiert des questionnements en matière de sécurité. Dans ce contexte, les technologies basées sur les matériaux multicaloriques (magnéto-électro-élasto-baro) et en particulier magnétocaloriques peuvent constituer une excellente alternative sur le plan environnemental comme sur le plan énergétique. Déjà plusieurs prototypes ont été réalisés de par le monde, (Roudaut 2011) en dresse un descriptif. Cependant de nombreux axes sont à améliorer pour rendre les systèmes magnétiques compétitifs avec les systèmes conventionnels, matériaux, dispositifs de réfrigération, sources de champ...

Ce travail de thèse s'articule autour de 4 grands axes : modélisation de l'effet magnétocalorique (EMC), caractérisation de l'EMC, utilisation de l'EMC pour faire de la réfrigération magnétique, puis simulation de système basé sur une régénération magnétique active, couramment appelée AMR (active magnetic refrigeration). Ces travaux ont été menés en collaboration avec d'autres laboratoires ICMCB de Bordeaux, CRISMAT de Caen et des industriels comme CoolTech Applications et Erasteel dans le cadre du projet ANR MagCool. Ils s'inscrivent dans la continuité de plusieurs travaux de doctorants tels Farid Allab, Cédric Dupuis, Julien Roudaut et Ulrich Legait. Suite à mes prédécesseurs et à indirectement mes collaborateurs, différentes voies avaient été explorées : matériaux, cycle thermique, conception de prototype, modélisation, étude des sources de champ... Nos travaux sont plus orientés vers l'estimation des performances des dispositifs de réfrigération magnétique. Dans ce contexte, il faut être vigilant dans l'utilisation du coefficient de performance (COP) comme critère de comparaison car il dépend de nombreux paramètres tels que la masse ou le volume du système, l'écart de température entre les sources et la puissance froide fournie.

Le premier chapitre pose les bases thermodynamiques nécessaire à l'étude de l'effet magnétocalorique. Un effort important a été mené pour déterminer le travail magnétique ainsi que les équations décrivant les phénomènes.

Le deuxième chapitre décrit les dispositifs de caractérisation de l'EMC, en particulier le magnétomètre à extraction développé de longue date par l'Institut Néel ainsi que le dispositif de caractérisation dynamique que nous avons mis en place. La correction du champ démagnétisant et la cohérence thermodynamique du modèle de matériau sont importantes et sont aussi étudiées.

Le troisième chapitre compare les propriétés intrinsèques des gaz réfrigérants, des matériaux magnétocaloriques les plus prometteurs et d'un composé électro-calorique issu d'une collaboration avec IMP de l'INSA de Lyon. Puis il décrit comment à partir de cycle thermodynamique en cascade, un système de réfrigération magnétique est obtenu grâce aux contrôles des flux thermiques. Un état de l'art et des expériences sont réalisés sur les différentes méthodes de contrôle de flux thermique.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude de la modélisation d'un cycle AMR, en considérant différents niveaux de modélisation. Il présente ensuite un modèle d'optimisation original ainsi qu'un modèle 2D plus conventionnel.

D'autres axes de recherche ne figurant pas dans ce document car pas suffisamment aboutis ont été explorés ou sont en cours d'étude comme la mise en place de dispositif de calorimétrie à faible coût, l'utilisation de matériaux électro caloriques ou des nouvelles structures de réfrigération magnétique et d'aimantation.

I Magnétisme et thermodynamique pour décrire l'effet magnétocalorique

La littérature (Durand 1994a; Herpin et Néel 1968; Bertotti 1998a; Fournet 1979; Roudaut 2011; Landau, Lifshits, et Pitaevskii 1995) ainsi que les publications scientifiques (Kitanovski et Egolf 2006; Barrett et Macdonald 1999) présentent différentes expressions du travail **magnétique lié au système pourtant essentielle à l'établissement du premier principe de la thermodynamique**. Déjà Kittel avait écrit en 1961 (Kittel 1961) « A great deal of unnecessary confusion exists as to how to write the First Law of Thermodynamics for a magnetic system ». De même, comme cité dans l'article (Barrett et Macdonald 1999) Mandl écrit dans la seconde édition de son livre «As is well known, the thermodynamic discussion of magnetic systems easily leads to misleading or even wrong statements, and I fear that the 2nd edition was not free from these.». Dans la première partie de ce chapitre nous définirons prudemment le travail magnétique en fonction du système thermodynamique étudié.

Dans la deuxième partie, les lois thermodynamiques nécessaires à la modélisation des systèmes de réfrigération magnétique sont présentées. La conservation de l'énergie induit des relations entre les grandeurs caractérisant le matériau qu'il est essentiel de vérifier pour avoir un modèle de matériau thermodynamiquement cohérent. Le second principe conduit à l'équation locale du comportement thermique, c'est l'équation à la base de nos modèles numériques. Pour obtenir un effet de réfrigération, le matériau magnétocalorique réalise des cycles thermodynamiques, nous nous focalisons sur le cycle thermodynamique de Brayton, car c'est le cycle le plus couramment utilisé. Puis nous déterminons ses caractéristiques sur un matériau caractérisé. Enfin nous définissons les paramètres, classiquement utilisés dans la communauté, pour évaluer les performances et la classification des matériaux magnétocaloriques.

1	ENERGIE D'AIMANTATION.....	10
1.1	CONVENTIONS ET NOTIONS IMPORTANTES.....	10
1.2	SIGNE DU TRAVAIL DE L'INDUCTION MAGNETIQUE LIEE A LA CONVENTION THERMODYNAMIQUE	12
1.3	APPROCHE GLOBALE	13
1.4	ANALYSE D'AUTRES APPROCHES.....	19
1.5	EXEMPLE DE TRANSFORMATION MAGNETIQUE, MECANIQUE ET THERMIQUE	20
1.6	APPROCHE LOCALE	23
1.7	CONCLUSION SUR L'ENERGIE D'AIMANTATION.....	27
2	THERMODYNAMIQUE DE L'EFFET MAGNETOCALORIQUE	28
2.1	THERMODYNAMIQUE HORS EQUILIBRE ET VARIABLES D'ETATS.....	28
2.2	TRANSITION DE PHASE	30
2.3	RELATIONS DE MAXWELL	31
2.4	MODELISATION THERMODYNAMIQUE.....	33
2.5	CYCLE ELEMENTAIRE DE REFRIGERATION.....	35
2.6	CONCLUSION SUR LA THERMODYNAMIQUE	38

1 Energie d'aimantation

Nous avons longtemps espéré trouver une analyse des différentes expressions du travail magnétique dans la littérature mais nous n'en avons pas trouvée. **De plus, nous souhaitons nous placer du point de vue du matériau et non pas de la source.** Il est possible que ce changement de point de vue déphase les explications de la littérature. Ce contexte nous a encouragés à mener une étude approfondie du travail magnétique. Au cours de cette analyse, nous validons la cohérence de notre approche au travers des résultats de la littérature et d'expériences de pensée.

Nous ne réintroduisons pas l'électromagnétisme mais nous conseillons aux lecteurs les livres de Fournet (Fournet 1979) et de Durand (Durand 1994a) comme livres de référence dans ce domaine. Par contre, nous examinons prudemment le processus d'aimantation de façon globale pour l'ensemble du matériau, puis locale pour un volume élémentaire de celui-ci. **L'objectif étant de définir le travail magnétique d'un volume élémentaire lorsqu'il change d'état d'aimantation.**

Dans la première partie 1.2, nous commençons **par définir le travail magnétique au travers du travail électrique lié à l'induction magnétique.** La convention thermodynamique est choisie pour définir le signe du travail magnétique lié à l'induction magnétique. Dans les parties suivantes, **nous choisissons une description Ampérienne des milieux magnétiques** afin de pouvoir directement nous rattacher à notre définition de l'énergie ; même si une approche similaire aurait pu être conduite avec une description Coulombienne.

Dans la seconde partie 1.3, nous considérons deux systèmes magnétiques distants constitués d'une source de champ et du matériau magnétocalorique et nous déterminons le travail magnétique lié aux travaux électriques d'induction magnétique et aux forces magnétiques. Comme l'énergie magnétique fait intervenir des énergies d'interaction à distance, il peut y avoir une confusion quant à la contribution de chacun des éléments dans ces énergies d'interaction. Mais une définition basée sur le travail électrique résorbe cette confusion. Fort de cette définition, nous étudions les propriétés du travail magnétique et ces différentes expressions en identifiant clairement les contributions de chaque élément. Finalement, **nous déterminons l'écriture du premier principe en présence d'interaction magnétique.**

Dans la partie 1.4, nous comparons notre approche avec d'autres, afin de vérifier nos formulations. Tandis que dans la partie 1.5, notre approche est utilisée pour déterminer les énergies échangées par le système, liées à des transformations de ses variables d'état ou de son environnement. Enfin des exemples d'utilisation des relations sur différentes transformations sont donnés.

Lorsque le système est en dehors de l'équilibre thermodynamique, l'approche globale n'est plus valide, alors nous étudions un volume élémentaire pour se placer localement à l'équilibre thermodynamique et ainsi appliquer les principes de la thermodynamique. C'est ce qui est appelé l'approche locale. Dans la partie 1.6, nous étendons notre raisonnement à une échelle locale et nous vérifions la cohérence de ces relations par rapport à l'étude globale. Dans cette partie, certains termes de surface restent difficiles à interpréter, le lecteur devra alors garder un certain esprit critique sur nos interprétations.

Nous ne considérons ici que l'équilibre thermodynamique du point de vue thermique. C'est-à-dire que l'on se place dans le cadre de la magnétostatique. Liu Mario (M. Liu et Stierstadt 2009) nous met en garde sur l'utilisation de la force de Lorentz pour déterminer la force magnétique, de par un passage de grandeur microscopie à macroscopie qui est délicat. Alain Bossavit (Bossavit 2014) nous met aussi en garde sur l'estimation des forces magnétiques. Ces auteurs nous encouragent à utiliser une approche thermodynamique (énergétique). C'est ce que nous choisissons, même si le cas 1.5.1 n'est pas problématique, il est abordé par une approche énergétique.

1.1 Conventions et notions importantes

Il est important de garder en tête quelques notions importantes :

- a. En fonction du système thermodynamique étudié que ce soit l'ensemble du matériau magnétocalorique ou une partie, et de son environnement ou non, le travail magnétique a des expressions différentes. Il est alors essentiel de **toujours bien préciser l'environnement de travail et quel est le système défini.** Cet oubli des hypothèses de validité des expressions conduit souvent à l'utilisation de relation en dehors de son cadre d'application;

- b. **L'énergie magnétique associée à un système thermodynamique, notée $E_{mag\ n}$, est une fonction d'état**, elle dépend donc uniquement des variables d'état du système. Mais nous parlons aussi de travail, et en particulier ici de **travail magnétique** noté $\delta W_{ext/n}$, **qui permet de définir les échanges d'énergie entre le système et le milieu extérieur**. Ce travail "généralisé de la mécanique" est défini comme le produit de deux variables (Nogaredo 2014): la coordonnée généralisée et la force généralisée. **La force généralisée est appliquée par l'environnement extérieur, mais à l'équilibre elle s'identifie aux paramètres caractérisant notre système**. Les relations correspondantes sont appelées équations d'état du système. Par exemple, pour une transformation quasi-statique (sans courant de Foucault) pour un travail magnétique, le produit $-M(H,T)dB(H)$ est lié aux variables d'état T et H . $M(T,H)$ définit la force généralisée en lien avec l'équation d'état de l'aimantation et B définit la coordonnée généralisée conjuguée. Comme le terme de travail définit des échanges d'énergie, il est important de préciser sa nature, ainsi que le sens de son transfert. Ainsi **par une notation du type $W_{mag\ 1/n}$** , nous désignons un travail magnétique fourni par l'élément 1 et reçu par l'élément n ;
- c. Les interactions à distances, comme en magnétisme, font intervenir des énergies d'interactions. Si on considère deux volumes en interaction magnétique, l'énergie d'interaction n'est ni associée à un volume ni à un autre, mais aux deux. Ces derniers peuvent contribuer de façon identique à l'énergie d'interaction, dans le cas linéaire, ou non dans le cas non linéaire. De plus, on souligne que **l'énergie d'un système contenant des sous-systèmes s'écrit comme la somme de l'énergie des sous-systèmes ajoutée de leur énergie d'interaction** ce que l'on note $\sum_i E_i + \sum_{i<j} E_{int\ i/j}$;
- d. Deux classes d'énergie (ou de travail) sont distinguées selon qu'elle soit conservative ou non, c'est à dire selon qu'elle soit indépendante ou non du chemin suivi par les variables du système. A noter que bien que les énergies d'interaction soient conservatives et dépendent uniquement de l'état initial et l'état final, les termes qui interviennent dans l'expression ne le sont pas. Par exemple la variation d'énergie d'interaction magnétique sur un chemin fermé est nulle puisque cette énergie est conservative. Si on décompose cette énergie, elle s'écrit comme la somme du travail magnétique de 1 sur 2 et de 2 sur 1, noté $\delta W_{1/2}$ et $\delta W_{2/1}$ qui eux ne sont pas conservatifs. Physiquement le phénomène d'interaction transfère le travail non conservatif d'un système à l'autre.

Il est aussi important de garder en tête quelques points techniques :

- e. **L'énergie reste une grandeur relative définie en général, à partir d'un état où le champ magnétique est nul ;**
- f. La manière théoriquement correcte de manipuler les grandeurs liées au magnétisme, est la théorie des distributions (Durand 1994b) car elle permet de considérer correctement les différentes singularités ;
- g. Dès qu'une fonction fait intervenir plus de deux variables, nous devons prendre des précautions pour son intégration. Par exemple, les expressions $\int_{cycle} H_{applied} dM$ et $\int_{cycle} M dH_{applied}$ ne sont pas nulles, même si les états initiaux et finaux sont identiques, car le deuxième paramètre, dans notre cas la température, évolue. D'ailleurs ces intégrales sont égales puisque l'expression $\int_{cycle} d(H_0 M)$ est nulle sur un cycle ;
- h. Le trajet suivi par un système, comme représenté (Figure I-1) fait penser à un terme de dissipation lié à une hystérésis. Dans notre cas, c'est un terme de transfert d'énergie entre la fonction d'état entropie et le magnétisme ou réciproquement. D'ailleurs, le cycle peut s'effectuer dans le sens inverse, preuve qu'il s'agit d'un terme de transfert d'énergie. Dans le cas de phénomène irréversible le transfert serait entre le travail magnétique et une chaleur correspondant à une entropie créée qui doit être toujours positive d'où un échange unidirectionnel (Bertotti 1998a, p32).

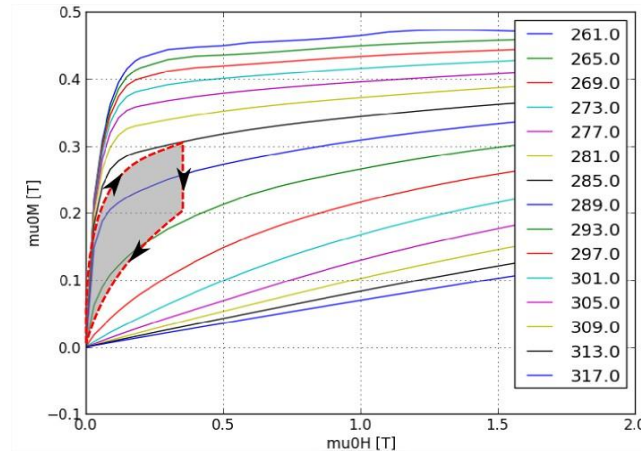


Figure I-1 Trajectoire des variables d'état du système en rouge pointillé, Intégration sur un cycle correspondant à la zone grisée

Nos analyses sont menées dans le cadre de l'approximation des états quasi stationnaires. Les notations utilisées en dehors des termes couramment utilisés sont rappelés dans le Tableau I-1. De plus, lorsque le champ de potentiel vecteur ou le champ d'induction magnétique respectivement noté A_n ou B_n sont indicés, l'indice correspond au système qui produit le champ. Ainsi, le champ indicé est calculé à partir de la distribution de courant libre ou liée associée au système de même indice.

Notation	Description	Unité
\vec{M}	Aimantation	$A \cdot m^{-1}$
\vec{j}	Densité volumique de courant « libre ».	$A \cdot m^{-2}$
$\vec{K} = -\vec{n} \wedge \vec{H}$	Densité surfacique de courant « libre », \vec{n} normal sortante	$A \cdot m^{-1}$
$\vec{j}' = rot \vec{M}$	Densité volumique de courant « lié »	$A \cdot m^{-2}$
$\vec{K}' = -\vec{n} \wedge \vec{M}$	Densité surfacique de courant « lié », \vec{n} normal sortante	$A \cdot m^{-1}$
$\vec{B} = rot \vec{A}$	\vec{B} Induction magnétique, \vec{A} potentiel vecteur	$T, T \cdot m^{-1}$

Tableau I-1 Notations utilisées

1.2 Signe du travail de l'induction magnétique liée à la convention thermodynamique

Sur la Figure I-2, nous précisons les conventions liées à l'orientation des surfaces de l'analyse vectorielle. Ainsi la convention obtenue avec les équations de Maxwell nous place dans une convention générateur.

Si nous examinons prudemment le cas où $\int_C \vec{E} d\vec{l} I \delta t > 0$, la charge connectée au circuit, qui n'est pas représentée sur le schéma, reçoit de l'énergie. D'après l'équation de Maxwell-Faraday et de la définition du potentiel scalaire, \vec{E} est défini à une constante près par l'équation (I-1).

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (I-1)$$

Le cas précédent est alors équivalent au cas où $-\int_C \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} I d\vec{l} \delta t > 0$, la charge connectée au circuit reçoit de l'énergie soit dit autrement le circuit, c'est-à-dire le système magnétique, perd de l'énergie.

Dans le cas opposé où, $\int_C \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} I d\vec{l} \delta t > 0$, la charge connectée au circuit perd de l'énergie et le circuit, le système magnétique, reçoit de l'énergie.

En analysant ces expressions dans le cas de l'auto induction, avec le potentiel vecteur donné par l'équation (I-2), avec $I > 0$ et $\frac{dI}{dt} > 0$, on a $\int_C \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} d\vec{l} I \delta t > 0$. Ainsi la charge connectée au circuit perd de l'énergie et le circuit en reçoit. Ce résultat est cohérent, puisqu'à partir de l'énergie de la charge, on aimante l'espace.

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C_1} \frac{I \cdot d\vec{l}}{r} \quad (I-2)$$

Si nous appliquons le **premier principe sur la charge**, soit en considérant comme système, le volume sans le champ magnétique ou dit autrement le circuit, nous devons écrire l'**équation (I-3)**. La convention incluse dans les équations de Maxwell et les conventions thermodynamiques sont équivalentes si le **système étudié n'inclut pas le champ magnétique, soit le circuit**. Ainsi, les équations de Maxwell nous placent en convention générateur et les conventions thermodynamiques nous placent en convention récepteur.

$$\delta W_{mag \text{ environnement/circuit}} = - \int_{C_1} \delta \vec{A} I d\vec{l} \quad (I-3)$$

L'approche plus conventionnelle est de prendre comme système le système magnétique tel que représenté sur la Figure I-3. Maintenant dans le cas de l'auto-induction le système emmagasine de l'énergie, c'est par exemple le cas d'une inductance. Ce travail est défini par $\delta W_{circuit/mag \text{ environnement}} = -\delta W_{mag \text{ environnement/circuit}}$.

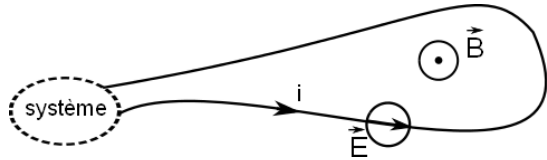


Figure I-2 Convention usuelle de l'analyse vectorielle liée aux équations de Maxwell avec le système étudié

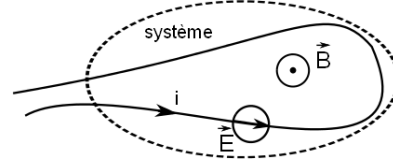


Figure I-3 Etude d'un autre système

1.3 Approche globale

L'approche globale consiste à déterminer le travail magnétique pour l'ensemble du matériau magnétocalorique, excité par une bobine ou un aimant. Le matériau magnétocalorique constitue le système étudié. Aucune hypothèse n'est faite sur les distributions de courant de la bobine ou de l'aimant, à savoir si elles sont constantes et/ou indépendantes de l'environnement magnétique, par exemple l'état d'aimantation du matériau magnétocalorique dépend nécessairement de son environnement. La Figure I-4 représente le système étudié avec 1, la source de champ représenté pour le contour C_1 et 2, le matériau magnétocalorique représenté par le volume V_2 . Le système 1 est défini par le courant i_1 circulant dans la bobine. Et le système 2 est défini au travers de la densité volumique de courant liée j'_2 et la densité surfacique de courant liée K'_2 , les deux étant associées à l'aimantation du matériau M_2 .

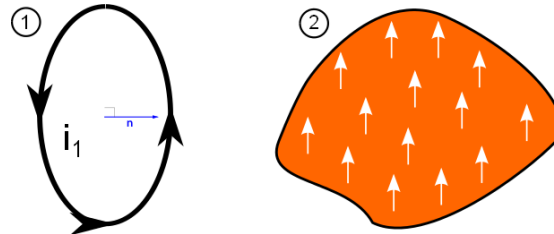


Figure I-4 Schéma du système étudié

1.3.1 Différents termes de travail associé à la bobine et au matériau magnétocalorique

Dans un premier temps, les énergies de self interaction des deux distributions de courant ne sont pas considérées. La bobine, qui est le système 1, produit un champ décrit à partir du potentiel vecteur \vec{A}_1 donné par la relation (I-4).

$$\vec{A}_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C1} \frac{I_1 d\vec{l}}{r} \quad (I-4)$$

Le matériau magnétocalorique, qui est le système 2, produit un champ décrit par le potentiel vecteur \vec{A}_2 , donné par la relation (I-5).

$$\vec{A}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_2} \frac{\vec{K}'_2 ds}{r} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_2} \frac{\vec{J}'_2 dv}{r} \quad (I-5)$$

Comme défini en introduction le travail magnétique d'interaction de 1 sur 2 est le travail électrique liée à l'induction magnétique du champ d'induction B_1 sur le système 2. Ce travail électrique est la tension induite, par le champ magnétique d'induction du système 1, multiplié par la distribution de courant du système 2. Ainsi à l'aide de l'équation (I-1), l'équation (I-6) est déduite. De façon analogue le travail ou l'énergie magnétique (voir le point b.) de self interaction de 1 sur 1 est donné par la relation (I-7).

$$\delta W_{mag\ 1/2} = - \int_{S_2} \vec{K}'_2 \delta \vec{A}_1 ds - \int_{V_2} \vec{J}'_2 \delta \vec{A}_1 dv \quad (I-6)$$

$$\delta W_{mag\ 1/1} = - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C1} \int_{C1} I_1 \delta \left(\frac{1}{r} \right) d\vec{l} d\vec{l} \quad (I-7)$$

De la même façon, le travail magnétique d'interaction de 2 sur 1 liée à l'induction magnétique du champ d'induction B_2 sur le système 1 est donné par l'équation (I-8). De façon analogue le travail ou l'énergie (dans ce cas voir le point b.) de self-interaction est donnée par la relation (I-9).

$$\delta W_{mag\ 1/2} = - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C1} \int_{S2} \frac{1}{r} I_1 \delta \vec{K}'_2 d\vec{l} ds - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C1} \int_{V2} \frac{1}{r} I_1 \delta \vec{J}'_2 d\vec{l} ds \quad (I-8)$$

$$\delta W_{mag\ 2/2} = - \int_{S2} \vec{K}'_2 \delta \vec{A}_2 ds \quad (I-9)$$

L'écriture est généralisée en définissant \vec{j} comme une distribution quelconque intégrant les distributions linéaires, surfaciques et ponctuelles comme détaillé dans (Durand 1994a p23). L'équation (I-10) donne une formulation de \vec{j} au sens des distributions,

$$\vec{j} = \sum_i \vec{j}_i - \frac{1}{4\pi} \sum_i I_i \int_{C_i} \Delta \left(\frac{1}{r} \right) d\vec{l}_i - \frac{1}{4\pi} \sum_i \int_s \vec{K}_i \Delta \left(\frac{1}{r} \right) ds_i \quad (I-10)$$

Dans le cas général avec \vec{j} au sens des distributions, la contribution de tous les termes d'énergie s'écrit sous la forme de l'équation (I-11).

$$\begin{aligned} \delta W_{mag\ (1+2)/1} + \delta W_{mag\ (1+2)/2} &= \int_{V1} \vec{j}_1 (\delta \vec{A}_1 + \delta \vec{A}_2) dv + \int_{V2} \vec{j}_2 (\delta \vec{A}_1 + \delta \vec{A}_2) dv \\ &= \int_{V1} \vec{j}_1 \delta \vec{A} dv + \int_{V2} \vec{j}_2 \delta \vec{A} dv \end{aligned} \quad (I-11)$$

1.3.2 Travail magnétique d'interaction et énergie d'interaction

L'énergie magnétique d'interaction s'écrit comme la somme des travaux magnétiques d'interactions. L'énergie d'interaction est liée au système associant les deux volumes en interaction. Ces expressions supposent qu'ils n'y a pas d'interaction mécanique (pas de déformation ou de déplacement) et que le terme en $1/r$ n'est pas différencié. Le théorème de Fubini justifie mathématiquement la permutation des intégrales (I-12).

$$\begin{aligned}\delta E_{mag\ int} &= \delta W_{mag\ 2/1} + \delta W_{mag\ 1/2} \\ \delta E_{mag\ int} &= -\delta \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C1} \int_{S2} \frac{1}{r} I_1 \vec{K}_2 d\vec{l} ds + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C1} \int_{V2} \frac{1}{r} I_1 \vec{J}_2 d\vec{l} dv \right] \\ \delta E_{mag\ int} &= -\delta \left[\int_{S2} \vec{K} \vec{A}_1 ds + \int_{V2} \vec{J} \vec{A}_1 dv \right] = -\delta \left[\int_{C1} I_1 \vec{A}_2 d\vec{l} \right]\end{aligned}\quad (I-12)$$

En utilisant \vec{j} au sens des distributions, l'équation (I-13) généralise l'équation (I-12).

$$\begin{aligned}\delta E_{mag\ int} &= -\delta \left[\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V1} \int_{V2} \frac{1}{r} \vec{j}_1 \vec{j}_2' dv dv \right] \\ \delta E_{mag\ int} &= -\delta \left[\int_{V2} \vec{j}_2 \vec{A}_1 dv \right] = \delta \left[\int_{V1} \vec{j}_1 \vec{A}_2 dv \right]\end{aligned}\quad (I-13)$$

L'énergie magnétique d'interaction s'exprime soit comme une intégration sur le volume 1, soit comme une intégration sur le volume 2. Elle correspond à l'énergie reçue sur les charges du système 1 et 2 de par l'interaction. **De plus, elle se définit comme une énergie conservative.**

$$E_{mag\ int} = - \int_{V2} \vec{j}_2 \vec{A}_1 dv = - \int_{V1} \vec{j}_1 \vec{A}_2 dv \quad (I-14)$$

1.3.3 Lien entre le champ magnétique et l'énergie magnétique d'interaction

Précédemment l'énergie était déterminée à partir de \vec{j} et \vec{A} , nous cherchons maintenant à l'exprimer en fonction de \vec{B} et \vec{M} . A partir de $\vec{B}_1 = \text{rot} \vec{A}_1$, $\vec{j}' = \text{rot} \vec{M}$ et une relation d'analyse vectorielle, l'équation (I-15) donne une relation entre le champ magnétique et les relations précédentes. Il apparaît un terme de courant surfacique lié, donné par l'expression $\vec{K}' = -\vec{n} \times \vec{M}$, dans le système.

$$\begin{aligned}E_{mag\ int} &= - \int_{V2} \vec{j}_2 \vec{A}_1 dv = - \int_{V2} \text{rot} \vec{M} \vec{A}_1 dv \\ E_{mag\ int} &= - \int_{V2} \vec{M} \vec{B}_1 dv + \int_{S2} \vec{K}' \vec{A}_1 ds\end{aligned}\quad (I-15)$$

Dans les parties suivantes nous analyserons progressivement le terme de surface. Pour notre approche globale, le système est représenté par **un nouveau volume qui tend vers le volume isolé par l'extérieur, la surface est alors comprise dans ce nouveau volume**. Ainsi, le terme de courant surfacique lié, sur la nouvelle surface, est nul. Cette démarche donne l'équation (I-16) qui conduit à une expression $-\vec{M} \cdot \vec{B}_1$ couramment présentée dans la littérature.

$$E_{mag\ int} = - \int_{V2} \vec{M} \cdot \vec{B}_1 dv \quad (I-16)$$

L'expression de l'énergie d'interaction (I-17) sur le volume 1 est intéressante. En effet le volume 1 faisant intervenir des termes de courant libre, le terme de surface $\vec{K} = -\vec{n} \times \vec{H}$ ne peut plus être annulé avec la même stratégie, car \vec{H} n'est pas nul en dehors du volume. **La solution consiste à intégrer sur tout l'espace, désigné par *all*, pour faire tendre le terme de surface vers 0.** Dans notre cas, nous nous permettrons d'écrire seulement \vec{H} au lieu de \vec{H}_1 car le champ \vec{H}_2 produit par le matériau aimanté est à rotationnel nul. **Il est à noter que le volume d'intégration est différent du volume définissant le système.**

$$-\int_{V_1} \vec{j}_1 \vec{A}_2 dv = -\int_V \vec{H}_1 \vec{B}_2 dv + \int_S \vec{n}(\vec{A}_2 \times \vec{H}_1) ds = -\int_V \vec{H}_1 \vec{B}_2 dv + \int_S \vec{K}_1 \vec{A}_2 ds \quad (I-17)$$

Les courants libres et liés ont de grandes similitudes comme présenté dans l'annexe A.1.2. Mais nous voyons ici **une profonde différence de la façon dont ils sont imposés, les sources de courant imposent \vec{j} alors que les matériaux magnétiques imposent \vec{M}** . Les relations énergétiques sont plus difficiles à calculer lors de l'utilisation des courants libres dues à une intégration sur tout l'espace. Comme précédemment, l'énergie d'interaction se définit indifféremment par une intégration volumique sur les systèmes 1 ou 2 comme le montre l'équation (I-16) et (I-18).

$$E_{mag\ int} = -\int_{V_1} \vec{j} \cdot \vec{A}_2 dv = -\int_{all} \vec{H}_1 \cdot \vec{B}_2 dv = -\int_{all} \vec{H} \cdot \vec{B}_2 dv \quad (I-18)$$

En reproduisant l'étude précédente, le travail d'interaction et de self interaction s'écrivent sous plusieurs formes qui sont synthétisées dans les équations (I-19) et (I-20), en considérant \vec{j} et \vec{j}' au sens des distributions et aucune déformation ou déplacement. L'apparition du terme 1/2 dans l'équation (I-20) est démontrée dans l'annexe A.1.1. Encore une fois, l'utilisation de \vec{H} fait intervenir un volume d'intégration qui ne s'identifie plus au système étudié.

$$-\delta W_{mag\ 1/2} = \int_{V_2} \vec{j}'_2 \delta \vec{A}_1 dv = \int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B}_1 dv = \int_{V_1} \delta \vec{j}_1 \vec{A}_2 dv = \int_{all} \delta \vec{H}_1 \vec{B}_2 dv \quad (I-19)$$

$$\begin{aligned} -\delta W_{mag\ 2/1} &= \int_{V_1} \vec{j}_1 \delta \vec{A}_2 dv = \int_{all} \vec{H}_1 \delta \vec{B}_2 dv = \int_{V_2} \delta \vec{j}'_2 \vec{A}_1 dv = \int_{V_2} \delta \vec{M} \vec{B}_1 dv \\ -\delta W_{mag\ 2/2} &= \int_{V_2} \vec{j}'_2 \delta \vec{A}_2 dv = \frac{1}{2} \delta \left(\int_{V_2} \vec{j}'_2 \vec{A}_2 dv \right) = \int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B}_2 dv = \frac{1}{2} \delta \left(\int_{V_2} \vec{M} \vec{B}_2 dv \right) \\ -\delta W_{mag\ 1/1} &= \int_{V_1} \vec{j}_1 \delta \vec{A}_1 dv = \frac{1}{2} \delta \left(\int_{V_1} \vec{j}_1 \vec{A}_1 dv \right) = \int_{all} \vec{H}_1 \delta \vec{B}_1 dv = \frac{1}{2} \delta \left(\int_{all} \vec{H}_1 \vec{B}_1 dv \right) \end{aligned} \quad (I-20)$$

Le volume 1 fournit l'énergie d'interaction $-\delta W_{mag\ 1/2}$ et de self interaction $-\delta W_{mag\ 1/1}$, de même le volume 2 fournit l'énergie $-\delta W_{mag\ 2/1}$ et $-\delta W_{mag\ 2/2}$. Nous suggérons que cette énergie provient d'une échelle plus faible avec l'énergie d'échange.

1.3.4 Travail magnétique dans le premier principe et définition de nouveau potentiel

Il est important de bien choisir le système, Herpin (Herpin et Néel 1968) suggère d'inclure dans le système le champ d'interaction ou non. Nous allons successivement définir différent système : le matériau avec ou sans son énergie de self interaction, le matériau avec l'énergie d'interaction, le matériau avec l'énergie d'interaction et de self interaction de la source. La Figure I-5 tente de représenter les différents systèmes considérés. Ainsi, différents systèmes A, B, C, D sont représentés par les différents contours en pointillé. Les champs sont distingués afin de déterminer si les énergies de self interaction sont incluses ou non. **Les seules énergies considérées sont magnétiques, il n'y a ni déplacement, ni déformation.**

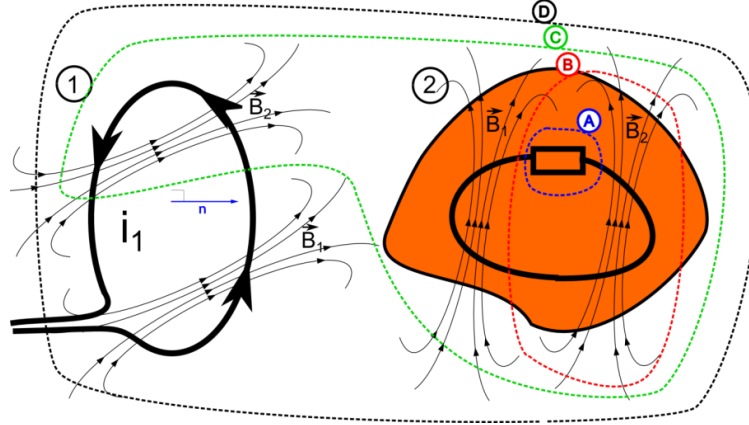


Figure I-5 Représentation des différents systèmes étudiés par les différents contours en pointillé

Nous commençons par **étudier le système constitué du matériau seul sans aucune énergie magnétique**. C'est le système de plus bas niveau car il contient le moins de termes d'énergie. Sur la Figure I-5, il correspond au système représenté par la charge et le contour A. Avec les conventions thermodynamiques d'orientation, précisées dans la partie 1.2, le travail magnétique d'interaction et de self interaction est défini dans l'équation (I-21), \vec{B} étant la somme de \vec{B}_1 et \vec{B}_2 .

$$\begin{aligned} \delta W_{mag, ext} &= - \int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B} dv \\ \delta W_{mag, ext} &= - \int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B}_1 dv - \delta \left(\frac{1}{2} \int_{V_2} \vec{M} \vec{B}_2 dv \right) \end{aligned} \quad (I-21)$$

Comme le travail de self interaction, dernier terme de l'équation (I-21), est un terme d'énergie conservatif, il peut être inclus dans l'énergie du système comme le montre l'équation (I-22). Alors nous définissons un deuxième système correspondant au matériau associé de son énergie de self interaction. Il est représenté par le contour B, incluant la charge et \vec{B}_2 , sur la Figure I-5.

$$\begin{aligned} d \left(U + \frac{1}{2} \int_{V_2} \vec{M} \vec{B}_2 dv \right) &= \delta W_{mag, ext} = - \int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B}_1 dv \\ d \left(U + \frac{1}{2} \int_{V_2} \vec{M} \vec{B}_2 dv \right) &= - \delta \left(\int_{V_2} \vec{M} \vec{B}_1 dv \right) + \int_{V_2} \delta \vec{M} \vec{B}_1 dv \end{aligned} \quad (I-22)$$

Une autre approche est de définir **le système étudié avec le matériau, le champ de self interaction et d'interactions**. Alors le terme d'énergie d'interaction, comme présenté dans l'équation (I-22), est intégré dans le système pour obtenir l'équation (I-23). Nous définissons alors un troisième système, représenté par le contour C sur la Figure I-5, correspondant au matériau associé à son énergie d'interaction. Le travail est alors défini par le travail exercé par la bobine sans son énergie de self interaction.

$$d \left(U + \frac{1}{2} \int_{V_2} \vec{M} \vec{B}_2 dv + \int_{V_2} \vec{M} \vec{B}_1 dv \right) = \delta W_{mag, ext} = \int_{V_2} \vec{B}_1 \delta \vec{M} dv = \int_{all} \vec{H} \delta \vec{B}_2 dv \quad (I-23)$$

De façon analogue, l'énergie de self interaction de la source est incluse (Eq. (I-24)) avec un terme qui nous est familier $\vec{H} \delta \vec{B}$. Ce système correspond au contour le plus grand de la Figure I-5, représenté par le contour D.

$$d \left(U + \frac{1}{2} \int_{V_2} \vec{M} \vec{B}_2 dv + \int_{V_2} \vec{M} \vec{B}_1 dv \right) = \delta W_{mag, ext} = \int_{all} \vec{H} \delta \vec{B} dv - \frac{1}{2} \delta \left(\int_{all} \vec{H} \vec{B}_1 dv \right) \quad (I-24)$$

$$d\left(U + \frac{1}{2} \int_{V_2} \vec{M}\vec{B}_2 dv + \int_{V_2} \vec{M}\vec{B}_1 dv + \frac{1}{2} \int_{all} \vec{H}\vec{B}_1 dv\right) = \delta W_{ext}^{mag} = \int_{all} \vec{H} \delta \vec{B} dv$$

L'énergie magnétique du système D, noté $E_{mag D}$ se reformule sous plusieurs formes en utilisant les propriétés des énergies d'interaction rappelées dans l'équation (I-19).

$$\begin{aligned} E_{mag D} &= \frac{1}{2} \int_{V_2} \vec{M}\vec{B}_2 dv + \frac{1}{2} \int_{V_2} \vec{M}\vec{B}_1 dv + \frac{1}{2} \int_{all} \vec{H}\vec{B}_2 dv + \frac{1}{2} \int_{all} \vec{H}\vec{B}_1 dv \\ E_{mag D} &= \frac{1}{2} \int_{V_2} \vec{M}\vec{B} dv + \frac{1}{2} \int_{all} \vec{H}\vec{B} dv = \frac{1}{2\mu_0} \int_{all} \vec{B}\vec{B} dv \end{aligned} \quad (I-25)$$

Ces approches peuvent être équivalentes à définir des nouveaux potentiels thermodynamiques via la transformée de Legendre, par exemple l'introduction l'enthalpie libre notée G (Roudaut 2011, p10). La transformée de Legendre est une transformée mathématique inversible qui nous permet de faire un changement de variable. Elle ne se soucie pas du sens physique des modifications alors que dans le cas précédent les termes correspondent à différents systèmes.

En conclusion, même **si tous les travaux ne sont pas instantanément égaux en fonction du système isolé, ils le sont sur un cycle thermodynamique puisque les énergies sont conservatives**. La distinction des différents systèmes étudiés permet d'expliquer les nombreuses variantes de la littérature. Il est alors essentiel de bien détailler le système isolé.

1.3.5 Travail mécanique

Dans le cas où nous considérons des déformations et des déplacements, le déplacement de l'opérateur différentiel dans les expressions (I-21), (I-22), (I-23) et (I-24) va faire apparaître des termes qui correspondent aux travaux des forces magnétiques. Par exemple, avec \vec{j} au sens des distributions contenant les courants libres et liés, les équations (I-26), (I-27) et (I-28) sont obtenues. Le théorème de Fubini et la règle de Leibniz dans le cas de la géométrie différentielle sont le cadre mathématique correct pour ces manipulations.

$$\begin{aligned} \int_{all} \vec{j} \delta \vec{A} dv &= \int_{all} \vec{j} \delta \left(\int_{V_1} \frac{\vec{j}}{|r-r'|} dv' \right) dv \\ &= \int_{all} \vec{j} \left(\int_{all} \frac{\delta(\vec{j})}{|r-r'|} dv' + \int_{all} \vec{j} \overrightarrow{grad} \left(\frac{1}{|r-r'|} \right) d\vec{r}' d\vec{l} dv' + \int_{all} \vec{j} \frac{1}{|r-r'|} \delta dv' \right) dv \\ &= \int_{all} \vec{j}(r) \left(\int_{all} \frac{\delta \vec{j}(\vec{r}')}{|r-r'|} dv' - \int_{all} \frac{\vec{j}(\vec{r}')(\vec{r}-\vec{r}')}{|r-r'|^3} d\vec{r}' d\vec{l} dv' \right) dv \end{aligned} \quad (I-26)$$

Dans l'expression (I-26), les termes r et r' représentent la position des deux termes sources $j(r)$ et $j(r')$.

$$\int_{V_1} \delta \vec{j}(\vec{r}') \left(\int_{V_1} \vec{j}(r) \frac{1}{|r-r'|} dr \right) dr' + \delta W_{méca} \quad (I-27)$$

Les efforts mécaniques n'étant pas de première intérêt, le calcul de $\delta W_{méc}$, n'est pas détaillé. Le déplacement du terme différentiel fait apparaître plusieurs termes que l'on notera finalement $W_{méca}$.

$$\int_{all} (\vec{H} + \vec{M}) \delta \vec{B} = \int_{all} \vec{j} \delta \vec{A} = \int_{all} \delta \vec{j} \vec{A} + \delta W_{méca} \quad (I-28)$$

Dans un premier principe où le système est constitué que par les interactions magnétique, deux termes apparaissent, un liée au travail mécanique et l'autre lié à l'énergie magnétique stockée comme donné dans l'équation (I-28).

1.4 Analyse d'autres approches

Toujours dans le cas de la Figure I-4, notre approche est confrontée à d'autres, soit prises dans la littérature, soit personnelles.

1.4.1 Démonstration du terme HdB , utilisé pour définir l'énergie

Les différents auteurs (Durand 1994a; Herpin et Néel 1968, Bertotti) définissent l'énergie au travers de la relation (I-29). Cette relation est obtenue par le travail de la tension induite, $\vec{j}\vec{E}$ sur un volume élémentaire, soit **l'énergie apportée par la distribution de courant libre**.

$$\begin{aligned} \int_V \vec{j} \delta \vec{A} &= \int_V \vec{H} \delta \vec{B} + \int_S (\vec{H} \times \delta \vec{A}) \vec{n} \\ \int_V \vec{j} \delta \vec{A} &= \int_V \vec{H} \delta \vec{B} + \int_S \delta \vec{A} (\vec{n} \times \vec{H}) \end{aligned} \quad (I-29)$$

Ils font tendre le volume vers l'infini pour annuler le terme de surface ainsi $\int_{all} \vec{j} \delta \vec{A} = \int_{all} \vec{H} \delta \vec{B}$.

Ce raisonnement peut conduire à un contre-sens. En effet il pourrait laisser penser que l'énergie est localisée dans tout l'espace, ou qu'elle constitue l'énergie du système. Alors que la nécessité d'intégrer sur tout le volume vient d'un aspect calculatoire lié au champ et à la nécessité de modéliser les interactions à distance, comme le montre l'expression (I-29). Un volume sans densité de courant peut contenir un terme d'énergie $\vec{H} \delta \vec{B}$ mais elle se compense avec le terme de surface pour donner une énergie $\vec{j} \delta \vec{A}$ nulle. **Le terme de surface $\delta \vec{A} \times \vec{H}$ s'identifie au vecteur de Poynting et reste un point délicat.**

1.4.2 Energie nécessaire à l'aimantation d'un volume

Cette approche est présentée dans les livres de Herpin et Durand (Durand 1994a; Herpin et Néel 1968). Elle consiste à faire la différence d'énergie $\vec{H} \delta \vec{B}$ intégrée sur tout l'espace en l'absence ou en présence de l'objet à aimanter, soit la différence du travail électrique dans les deux configurations.

Les champs H_1, B_1 avec $\vec{B}_1 = \mu_0 \vec{H}_1$ sont les champs produits par la source de champ seule et la distribution de courant associée est constante. Dans la configuration où il y a seulement la source, la divergence de B_1 est nulle et si le matériau est linéaire il en est de même pour $\text{div} \vec{H}_1$. De plus, le matériau aimanté, ne possède pas de densité de courant « libre » donc $\text{rot} \vec{H}_2$ est nulle. En calculant la différence d'énergie entre la configuration où la source de champ est seule et celle où il y a un matériau de volume V_2 qui s'aimante, l'équation (I-30) est obtenue.

$$\int_{all} \vec{H} \delta \vec{B} - \int_{all} \vec{H}_1 \delta \vec{B}_1 = \int_{V_2} \vec{B}_1 \delta \vec{M} \quad (I-30)$$

L'équation (I-30) donne l'énergie fournie « uniquement » par les courants libres pour aimanter le matériau de volume V_2 . Le terme de gauche de cette équation doit être intégré sur tout l'espace pour éviter l'utilisation d'un terme de surface. Ce résultat est bien cohérent avec l'équation (I-19).

1.4.3 Réflexion sur le terme de surface avec une distribution surfacique

Supposons un système défini par une distribution surfacique de courant libre, alors l'équation (I-31) donne le travail magnétique du système. Le terme de surface est redondant, nous avons alors deux cas :

- soit le terme de surface est inclus dans le système. Et, il apparaît bien à gauche de l'équation (I-31), c'est le raisonnement de la partie 1.3.3 ;
- soit le terme de surface est considéré à l'extérieur du système. Et, il apparaît alors à droite de l'équation (I-31), alors le système a une énergie nulle puisqu'il ne contient aucune distribution de courant.

$$\begin{aligned} - \int_{V_2} \vec{j} \delta \vec{A}_1 dv - \int_{S_2} \vec{K}' \delta \vec{A}_1 dv &= - \int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B}_1 dv & (a) \\ - \int_{V_2} \vec{j} \delta \vec{A}_1 dv &= - \int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B}_1 dv + \int_{S_2} \vec{K}' \delta \vec{A}_1 ds & (b) \end{aligned} \quad (I-31)$$

La première approche est la plus cohérente mais dans le cas où nous avons plusieurs systèmes en contacts n'y-a-t-il pas un risque de comptabiliser plusieurs fois des termes de surface. Nous mènerons cette réflexion dans l'approche locale.

1.4.4 Réflexion sur le terme de surface, d'après le raisonnement de Hammond

La présence du terme de surface dans l'expression (I-29), nous conduit à une réflexion pour savoir si ce terme doit être inclus dans notre système. (Hammond 1981 p76) base sa réflexion sur le théorème de Green, donné à l'équation (I-32) :

$$\int_v \vec{H}\vec{B} - \vec{J}\vec{A} dv = \int_s (\vec{A} \times \vec{H}) \cdot \vec{n} ds \quad (I-32)$$

Le terme de gauche de l'équation (I-32) représente la différence de l'énergie d'assemblage des densités volumiques de courant et de l'énergie du champ magnétique. L'énergie d'assemblage correspond aux travaux des forces engendrées par l'assemblage de la distribution de courant, chaque élément étant initialement à l'infini. La différence de ces énergies, donnée par le terme de gauche de l'équation (I-32), est égale au terme de surface donné par le terme de droite de cette équation. Nous supposons maintenant que dans ce terme de surface le H est remplacé par une densité surfacique de courant K telle que $\vec{K} = -\vec{n} \times \vec{H}$. Cela termine le champ sur cette surface, c'est-à-dire que le champ est nul en dehors du volume.

$$\int_v \vec{J}\vec{A} dv + \int_s \vec{K}\vec{A} ds = \int_v \vec{H}\vec{B} dv \quad (I-33)$$

Hammond l'interprète en disant que la surface s est remplacée par une autre surface s' qui englobe s et telle que s' tende vers s . s' définit alors le nouveau système. En conséquence, il n'y a pas de contribution de l'environnement extérieur et cela permet de spécifier l'énergie de façon unique. Les courants de surface \vec{K} déconnectent le système de son environnement extérieur. Le terme de droite de l'équation (I-33) est l'énergie du champ magnétique qui est égale à l'énergie d'assemblage.

(Bertotti 1998a p99) interprète le terme de surface comme le flux d'énergie qui entre dans le système. L'interprétation du terme de surface nécessite une distinction de deux termes d'énergie, Hammond les appelle énergie du champ et énergie d'assemblage. Nous reviendrons sur la signification du terme de surface dans l'approche locale.

1.5 Exemple de transformation magnétique, mécanique et thermique

1.5.1 Force magnétique

L'aimantation d'un élément magnétocalorique indéformable est souvent réalisée via le déplacement d'un aimant ou d'un circuit magnétique indéformable. La méthode des travaux virtuels permet de calculer la force entre l'aimant et un élément ferromagnétique doux due à l'interaction magnétique. Nous choisissons le système C, défini à la fin de la partie 1.3.3, puisque **l'aimantation de l'aimant 1 est supposée constante au cours de la transformation.** Le premier principe, pris ici comme base de la méthode des travaux virtuels avec les hypothèses précédentes, est donné à l'équation (I-34). Le déplacement élémentaire et la force extérieure appliquée sur un ou plusieurs des éléments du système sont respectivement notés $\delta \vec{r}$ et F_{ext} .

$$d(U) = \sum_n \overrightarrow{F_{ext/n}} \delta \vec{r}_n + \delta Q - \int_{V2} \vec{M} \delta \vec{B} dv \quad (I-34)$$

Avant d'aller plus loin, nous allons prendre des précautions pour définir le système et ainsi donner des précisions sur $\overrightarrow{F_{ext}}$ car il subsiste souvent dans la littérature une ambiguïté entre $\overrightarrow{F_{ext}}$ et $\overrightarrow{F_{mag}}$. Dans le livre (Fournet 1979, p58) et (M. Liu 2014), les auteurs prennent des précautions. Tout d'abord le

schéma de la Figure I-6 présente le système qui comporte un aimant noté 1 et un matériau magnétocalorique noté 2. $\vec{F}_{1/2}$ et $\vec{F}_{2/1}$ représentent les forces magnétiques qui sont égales et opposées. $\vec{F}_{ext/1}$ et $\vec{F}_{ext/2}$ représentent les forces extérieures respectivement appliquées sur l'aimant et le matériau magnétocalorique. Les équations mécaniques des systèmes sont définies à la relation (I-35), avec \vec{r}_1 et \vec{r}_2 la position respective des systèmes.

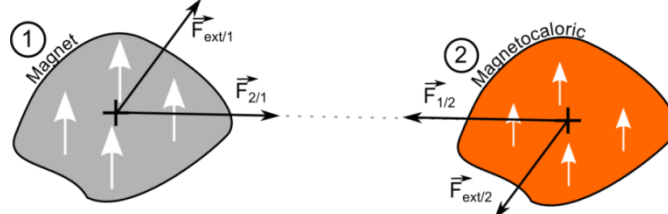


Figure I-6 Définition des forces

S'agissant des mêmes ambiguïtés que pour l'énergie magnétique, nous pouvons construire une démarche similaire à la partie 1.3.4, en intégrant l'énergie cinétique dans le système. Ainsi dans les termes du travail des forces $\vec{F}_{ext/1}$ et de $\vec{F}_{ext/2}$ de l'expression du premier principe, sont remplacées par $\vec{F}_{2/1}$ et $\vec{F}_{1/2}$. Nous ne détaillons pas plus cette étape puisque dans notre cas l'énergie cinétique est nulle, on obtient alors la première expression de la relation (I-36). Si on intègre les propriétés de réciprocité des forces magnétiques, on obtient la deuxième et troisième expression.

$$\frac{1}{2} m_1 d \left(\left(\frac{d\vec{r}_1}{dt} \right)^2 \right) = \vec{F}_{2/1} d\vec{r}_1 + \vec{F}_{ext/1} d\vec{r}_1 \quad (I-35)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_2 d \left(\left(\frac{d\vec{r}_2}{dt} \right)^2 \right) &= \vec{F}_{1/2} d\vec{r}_2 + \vec{F}_{ext/2} d\vec{r}_2 \\ -\vec{F}_{2/1} d\vec{r}_1 - \vec{F}_{1/2} d\vec{r}_2 &= \sum \vec{F}_{ext/n} d\vec{r}_n \\ \vec{F}_{2/1} (d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1) &= -\vec{F}_{1/2} (d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1) = \sum \vec{F}_{ext/n} d\vec{r}_n \\ \vec{F}_{2/1} d\vec{r}_{12} &= -\vec{F}_{1/2} d\vec{r}_{12} = \sum \vec{F}_{ext/n} d\vec{r}_n \end{aligned} \quad (I-36)$$

Nous retournons maintenant à l'expression de la force extérieure ou magnétique, en considérant l'aimant fixe, $d\vec{r}_1 = 0$, et la force extérieure comme la force exercée sur le matériau magnétocalorique. En considérant que la transformation est proche d'un état d'équilibre, on identifie le terme δQ de chaleur échangée à l'entropie d'échange, noté $TdS - TS_{créée}$. La dérivation des termes par rapport à la position permet de définir l'équation (I-37). Nous devons maintenant déterminer comment sont les paramètres du système lors de la transformation. **En fonction du type de transformation et des variables contrôlées, nous utilisons différents potentiels introduits au travers de la transformée de Legendre ou bien par la considération d'un système élargi incluant différentes sources (interaction magnétique, énergie cinétique, ...).**

$$\vec{F}_{ext} = \frac{dU}{d\vec{r}_2} - T \frac{dS}{d\vec{r}_2} + T \frac{dS_{créée}}{d\vec{r}_2} + \int_{all} \vec{M} \frac{d\vec{B}}{d\vec{r}_2} dv \quad (I-37)$$

Dans la plupart des solides, l'énergie interne et l'entropie sont fonctions uniquement de la température, supposée constante, ce qui simplifie l'expression (I-37) en (I-38). L'entropie créée étant nulle, une relation bien connue du magnétisme est obtenue dans laquelle le repère 1 est associé au volume 1.

$$\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_{1/2} = \int_{V_2} (\vec{M} \cdot \overrightarrow{grad_{repère\ 1}}) \vec{B} dv \quad (I-38)$$

Le travail mécanique est énergétiquement cohérent avec le travail magnétique déterminé dans la partie 1.3.4. Cette approche peut être menée à une échelle locale pour déterminer les forces locales mais pour déterminer le travail fourni au matériau, seule la force globale nous importe.

1.5.2 Energie d'un aimant seul, chauffé au-dessus la température de Curie puis refroidi

On étudie les échanges d'énergie liés à des transformations successives d'un aimant : aimantation de l'aimant, échauffement de l'aimant au-delà de sa température de Curie puis diminution de la température jusqu'à la température initiale, en dessous de la température de Curie.

Le champ H produit par la matière aimantée est noté H_d , alors que le champ produit par la distribution de courant est noté H_a , « a » pour champ appliqué. La résolution des équations de Maxwell avec des conditions à l'infini nulles donnent H_d .

$$\vec{H}_d(r) = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{(r-r')\nabla\vec{M}}{|r-r'|^3} dV + \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{(r-r')\vec{M}\cdot\vec{n}}{|r-r'|^3} dS \quad (I-39)$$

Lorsque l'objet aimanté est seul $\vec{H}_d = \vec{H}$ et comme $\text{div } \vec{B} = 0$, $\text{rot } \vec{H}_d = 0$, l'énergie due au courant libre est donnée par la relation suivante :

$$\int_{all} \vec{H} d\vec{B} dv = \int_{all} \vec{H}_d d\vec{B} dv = 0 = d \left(\frac{1}{2} \int_{all} H_d^2 dv + \frac{1}{2} \int_v \vec{H}_d \vec{M} dv \right) \quad (I-40)$$

L'énergie dûe au courant libre se décompose en énergie du champ démagnétisant et d'interaction du champ démagnétisant avec l'aimantation. Ces deux termes se compensent pour donner une énergie induite par les courants libres nulle. Alors que ce n'est pas le cas pour l'énergie induite par les courants liés (I-41). Le système, soit l'aimant, stocke de l'énergie qui est la différence d'énergie induite par les courants libres et liés.

$$- \int_{all} \vec{M} d\vec{B} dv = - \int_{all} \mu_0 \vec{M} d(\vec{H}_d + \vec{M}) dv = -d \left(\frac{1}{2} \int_v M^2 dv + \frac{1}{2} \int_v \vec{H}_d \vec{M} dv \right) \quad (I-41)$$

L'énergie stockée est l'énergie initialement nécessaire pour aimanter le système à partir d'un champ H_a , cette énergie est donné par la relation (I-42) :

$$W_{aim} = \int_0^M \int_v \mu_0 \vec{H}_a \delta \vec{M} dv \quad (I-42)$$

Le travail nécessaire pour chauffer la pièce au-delà de la température de Curie, s'écrit :

$$Q_{ch} = \int_{T_1 < T_c}^{T_2 > T_c} \int_v c_H \left(T, \vec{H}_d \left(\vec{M}(T) \right) \right) dv dT \quad (I-43)$$

Le travail nécessaire pour refroidir la pièce en-dessous de la température de Curie, s'écrit :

$$Q_{ref} = \int_{T_2 > T_c}^{T_1 < T_c} \int_v c_H(T, 0) dv dT \quad (I-44)$$

Sur un cycle complet où successivement, la pièce est aimantée, chauffée à une température T_2 au-dessus de T_c puis refroidie à la température initiale T_1 en-dessous T_c , la variation d'énergie somme de W_{aim} , Q_{ch} et de Q_{ref} , est nulle. **Ainsi la capacité thermique c_H doit dépendre du champ pour avoir une variation d'énergie nulle.** Dans la partie 2.3 Relations de Maxwell, le lien entre le champ et la capacité thermique c_H est étudié.

1.5.3 Travail pour aimanter le matériau avec un aimant ou une bobine

Nous comparons l'énergie d'aimantation de deux processus d'aimantation: l'un via le déplacement d'un aimant et l'autre via l'augmentation du courant dans une bobine. Dans les deux cas, le matériau magnétocalorique est soumis à un champ constant $\mu_0 H_a$.

Dans le premier cas, la distribution de courant lié associée à l'aimant est constante. Le travail des forces que l'on fournit pour déplacer la matière à aimanter est donné par la relation (I-45) comme montré dans la partie 1.5.1.

$$\delta W_{force-ext} = \int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B} dV \quad (I-45)$$

Nous avons montré que le travail magnétique lié à l'interaction magnétique s'écrit : $-\int_{V_2} \delta(\vec{M} \vec{B}_a)$ et que le travail magnétique de self-interaction s'écrit : $-\int_{V_2} \vec{M} \delta(\vec{B}_1)$. Dans le cas où l'on déplace une distribution de courant lors du processus d'aimantation, la variation de l'énergie, du système s'écrit sous la forme de l'équation (I-46), soit la somme des travaux magnétiques et du travail de la force magnétique.

$$\int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B} - \int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B}_a - \int_{V_2} \vec{B}_a \delta \vec{M} - \int_{V_2} \vec{M} \delta(\vec{B}_1) = - \int_{V_2} \vec{B}_a \delta \vec{M} \quad (I-46)$$

Le nouveau système défini a reçu l'énergie $-\int_{V_2} \vec{B}_a \delta \vec{M}$, ce nouveau système correspond au matériau associé au champ d'interaction. Ainsi, cela revient à dire que la source donne l'énergie $\int_{V_2} \vec{B}_a \delta \vec{M}$ au système.

Dans ce deuxième cas, l'aimantation de notre système avec une bobine nécessite un travail fourni au système de la forme $\vec{B}_a \delta \vec{M}$ comme démontré dans la partie 1.4.2. Alors qu'avec un aimant il est de la forme $\vec{M} \delta \vec{B}$. Nous ne fournissons donc pas la même énergie dans les deux cas et la différence est l'énergie d'interaction. Par contre, l'énergie du système est identique comme le montre l'équation (I-46).

En conclusion, avec un aimant l'énergie $\int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B} dV$ est fournie alors qu'avec une bobine l'énergie $-\int_{V_2} \vec{B}_a \delta \vec{M}$ est fournie. Les expressions du travail sont différentes mais l'énergie fournie sur le cycle thermodynamique reste identique, comme le montre l'équation (I-47).

$$\int_{V_2} \vec{M} \delta \vec{B} = \int_{V_2} \delta(\vec{M} \vec{B}) - \vec{B}_1 \delta \vec{M} - \vec{B}_a \delta \vec{M} = - \int_{V_2} \vec{B}_a \delta \vec{M} \quad (I-47)$$

Dans le livre (Brown 1962, p60) une réflexion similaire a été menée dans le cas d'un système isolé avec l'interaction de deux corps.

1.6 Approche locale

Dans l'approche locale le système n'est plus à l'équilibre thermodynamique ce qui nous contraint à déterminer le premier principe sur un volume élémentaire.

Lorsque l'élément isolé est entouré d'un milieu sans distribution de courant, les termes de surface assurant le passage d'expression avec \vec{j}' , \vec{A} à \vec{M} , \vec{B} ne posent aucune difficulté. En effet, dans l'équation (I-15), une surface avait été choisie telle que \vec{j}' soit nulle. Ici, le problème se complexifie car nous étudions l'énergie d'interaction d'un système inclus dans un matériau et alors le terme de surface est non nul. Une réflexion est menée pour savoir quelle surface nous devons choisir.

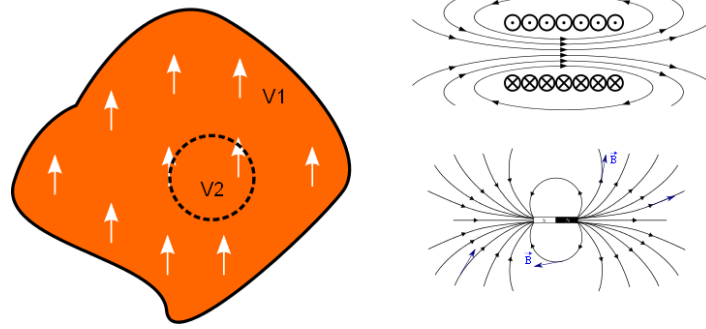


Figure I-7 Schéma de réflexion pour une approche locale

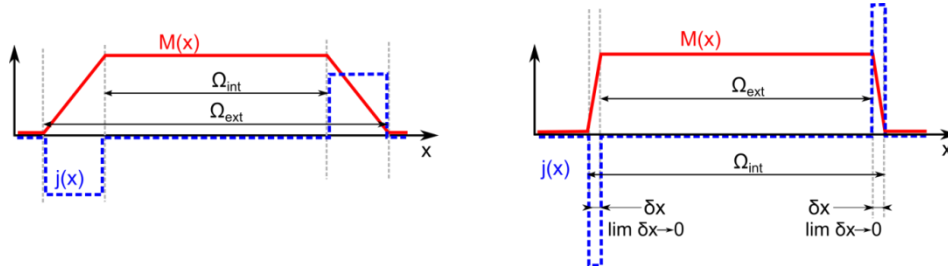
$$\begin{aligned}
 -\delta W_{mag\ 2/1} &= \int_{V_1} (\vec{j}'_1 + \vec{j}_1) \delta \vec{A}_2 = \int_{V_1} (\vec{M}_1 + \vec{H}_1) \delta \vec{B}_2 - \int_{S_1} (\vec{K}'_1 + \vec{K}_1) \delta \vec{A}_2 \\
 -\delta W_{mag\ 1/2} &= \int_{V_2} \vec{j}'_2 \delta \vec{A}_1 = \int_{V_2} \vec{M}_2 \delta \vec{B}_1 - \int_{S_2} \vec{K}'_2 \delta \vec{A}_1
 \end{aligned} \quad (I-48)$$

Le calcul du travail d'interaction peut se faire sur un volume de calcul, noté V_c , contenant le système considéré. j_1 et j'_1 étant non nul à l'extérieur du volume 1, (I-49). Notre choix est d'inclure la surface définissant le domaine dans le système, ainsi nous choisissons un volume de calcul qui inclut la surface. La réflexion de l'annexe A.1.3 mène une réflexion sur l'énergie d'un volume et de son complémentaire.

$$-\delta W_{mag\ 1/2} = \int_{V_{int}} \vec{j}'_2 \delta \vec{A}_1 = \int_{V_{int}} \vec{M}_2 \delta \vec{B}_1 - \int_{S_{int}} \vec{K}'_2 \delta \vec{A}_1 \quad (I-49)$$

1.6.1 Réflexion sur le domaine d'intégration

Sans maîtriser les outils mathématiques associés, nous allons expliquer notre point de vue. Notre avis est que l'on se heurte ici à un problème de topologie, le système est défini à partir d'un volume fermé, incluant son bord. Nous imposons alors que \vec{M} soit non nulle sur le bord. Alors au voisinage du bord, côté extérieur du système au sens topologique, \vec{j}' est non nul puisque en prenant le cas 1D, $j_z = -\partial M_y / \partial x$. La Figure I-8 illustre le problème, initialement nous avons implicitement choisi le domaine Ω_{int} , qui impose que \vec{M} soit non nul sur la frontière. \vec{j}' étant lié à la variation de \vec{M} n'est pas pris en compte dans le système, il se retrouve alors dans le terme de surface. Tandis que le choix Ω_{ext} qui impose \vec{M} nul sur la frontière, prend en compte les courants liés, liés à la variation de \vec{M} sur la frontière. Le domaine Ω_{ext} a été introduit en prenant une surface tendant vers le système par l'extérieur.


 Figure I-8 Frontière d'intégration, la figure de gauche montre deux choix d'intégration, Ω_{int} et Ω_{ext} , la figure de droite fait tendre δx vers 0 pour aller vers la notion de distribution et avoir δx de mesure nul

Lorsque deux systèmes sont accolés, la configuration est représentée par la Figure I-9, c'est-à-dire que l'intégration du système est repoussée sur la frontière de mesure nulle. Sur cette frontière l'aimantation totale est constante mais elle est constituée par une croissance et une décroissance de \vec{M} associées aux

deux systèmes accolés. Le raisonnement pourrait être approfondi en analysant le comportement de \vec{B} , \vec{B}_1 et \vec{B}_2 sur la frontière.

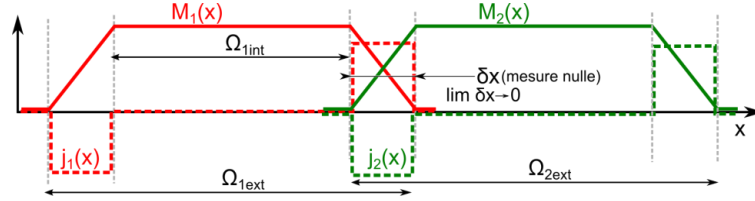


Figure I-9 Frontière d'intégration lorsque les deux systèmes sont accolés

Avec cette décomposition le résultat (I-50) se déduit de la réflexion précédente. Deux notations peuvent être utilisées, la première utilise \vec{j}' au sens des distributions alors que la deuxième fait apparaître clairement le terme de surface. A noter que lorsque les expressions font intervenir des courants libres, le terme de surface est seulement annulé via une intégration sur tout l'espace.

$$\begin{aligned} -\delta W_{mag \ 1/2} &= \int_{V_2} \vec{j}'_2 \delta \vec{A}_1 = \int_{V_2} \vec{M}_2 \delta \vec{B}_1 \\ -\delta W_{mag \ 1/2} &= \int_{V_2} \vec{j}'_2 \delta \vec{A}_1 + \int_{S_2} \vec{K}'_2 \delta \vec{A}_1 = \int_{V_2} \vec{M}_2 \delta \vec{B}_1 \end{aligned} \quad (I-50)$$

Un système thermodynamique est défini par un volume, associé à une surface fermée, et on considère maintenant que la surface est incluse dans le système. Un autre point de vue (Bertotti 1998a) est de considérer qu'il s'agit de différents termes d'énergie : énergie d'assemblage, énergie échangée et énergie du champ. Ce point nécessite encore d'être approfondi pour pouvoir faire le lien avec notre approche.

1.6.2 Energie conservative d'interaction et self interaction

A partir de raisonnement similaire à l'approche globale, nous montrons que l'énergie d'interaction associée au travail d'interaction est conservative. Les propriétés obtenues dans l'approche globale restent valables.

$$E_{mag \ int} = - \int_{V_2} \vec{M}_2 \vec{B}_1 = - \int_{V_1} \vec{B}_2 \vec{M}_1 - \int_{all} \vec{B}_2 \vec{H}_1 \quad (I-51)$$

L'équation (I-52) donne des expressions de travail magnétique utilisées dans la suite :

$$\begin{aligned} \delta W_{mag \ 2/2} &= \int_{V_2} \vec{M}_2 \delta \vec{B}_2 & \delta W_{mag \ 1/2} &= \int_{V_2} \vec{M}_2 \delta \vec{B}_1 \\ \delta W_{mag \ (1+2)/2} &= \int_{V_2} \vec{M}_2 \delta \vec{B} \end{aligned} \quad (I-52)$$

\vec{B} comporte trois éléments : le champ créé par la source, le champ créé par les matériaux ferromagnétiques en dehors du volume isolé et le champ créé par le volume isolé $\vec{B}_2 = \mu_0(\vec{H}_d(\vec{M}_2) + \vec{M}_2)$. C'est au travers du champ \vec{B} que les interactions du système avec lui-même et son environnement sont modélisées.

1.6.3 Extensivité du travail magnétique

De par la présence de l'énergie d'interaction, l'énergie du système peut ne pas être une fonction extensive, soit que l'énergie de l'union de deux systèmes s'écrive $E_{1+2} = E_1 + E_2 + E_{int \ 1 \ 2}$. Pour mieux comprendre les interactions étudions le cas de la Figure I-10, avec trois systèmes : 1 défini par le volume V_1 , 2 défini par le volume V_2 et 0 le reste de l'espace, chacun produisant respectivement \vec{B}_1, \vec{B}_2 et \vec{B}_0 avec $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.

La relation (I-52), le travail magnétique $\delta W_{mag (ext+2)/2}$ de l'union de deux systèmes notés 1 et 2 dans l'équation (I-53) montrent que l'énergie du système est extensive.

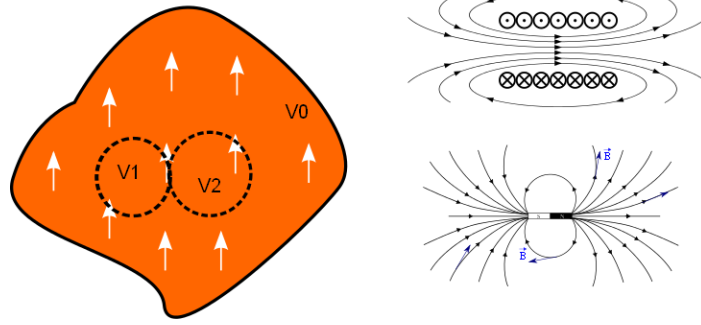


Figure I-10 Réflexion sur l'extensivité du travail magnétique défini

$$\delta W_{mag (ext+1)/1} + \delta W_{mag (ext+2)/2} + \delta W_{mag int1-2} = \delta W_{mag 1\cup 2} \quad (I-53)$$

$$\int_{V1} \vec{M}_1 \delta(\vec{B}_a + \vec{B}_1) + \int_{V2} \vec{M}_2 \delta(\vec{B}_a + \vec{B}_2) + \int_{V1} \vec{M}_1 \delta \vec{B}_2 + \int_{V2} \vec{M}_2 \delta \vec{B}_1 = \int_{V1+V2} \vec{M} \delta \vec{B}$$

Si nous choisissons un travail $\delta W_{mag ext/2}$ qui n'inclut pas les énergies de self interaction. Alors l'énergie du système n'est pas extensive. L'énergie d'interaction entre les volumes 1 et 2 doit être ajoutée à l'énergie du système soit l'expression $\int_{V1} \vec{M}_1 \delta \vec{B}_2 + \int_{V2} \vec{M}_2 \delta \vec{B}_1$, terme qui ne nous permet pas d'avoir l'égalité dans l'équation (I-54) et donc l'extensivité.

$$\delta W_{mag ext/1} + \delta W_{mag ext/2} + \delta W_{int1-2} \neq \delta W_{mag 1\cup 2} \quad (I-54)$$

$$\int_{V1+V2} \vec{M} \delta \vec{B}_a + \int_{V1} \vec{M}_1 \delta \vec{B}_2 + \int_{V2} \vec{M}_2 \delta \vec{B}_1 \neq \int_{V1+V2} \vec{M} \delta \vec{B}_a$$

La formulation en $-\vec{M} \delta \vec{B}$ intégrée sur le volume, nous assure que le travail magnétique élémentaire est une grandeur extensive. En utilisant cette expression l'énergie du système peut être reliée à l'énergie interne qui a elle aussi une propriété d'extensivité.

Cette formulation en $-\vec{M} \delta \vec{B}$ nous permet de définir le travail magnétique d'un volume quelconque. Avec une résolution éléments finis, l'expression en $\vec{M} \delta \vec{B}$ se calcule aussi plus aisément que $\vec{M} \delta \vec{B}_a$, car la méthode éléments finis s'attache à résoudre pour la plupart des formulations, la superposition de tous les champs donc de \vec{B} .

1.6.4 Travail magnétique et système thermodynamique

Si un système infiniment petit de volume dV est isolé, le travail magnétique s'écrit $-\vec{M} \delta \vec{B}$ avec l'utilisation des conventions thermodynamiques. Or, dans la littérature le terme $\vec{H} d\vec{B}$ est fréquemment utilisé. Comme étudié dans la partie 1.3.4, cette différence se justifie par des systèmes différents ou l'introduction de nouveau potentiel. Le système étudié étant à masse volumique constante, on appliquera le premier principe sur un volume élémentaire, u désigne l'énergie interne volumique et Q le flux de chaleur échangé par élément de volume

$$du = \delta Q - \vec{M} \delta \vec{B} \quad (I-55)$$

L'ajoute à l'équation (I-55) du travail du champ magnétique total $\vec{B} \delta \vec{B}$ (énergie potentielle) donne l'équation (I-56). Cette transformation peut être vue comme une transformée de Legendre (Zia 2014; Bonnefoy 2014) qui définit un nouveau potentiel. On retrouve alors la forme du premier principe qu'utilise Durand.

$$d\left(u + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) = \delta Q + (-\vec{M}\delta\vec{B} + \vec{H}\delta\vec{B} + \vec{M}\delta\vec{B}) \quad (\text{I-56})$$

$$d\left(u + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) = \delta Q + \vec{H}\delta\vec{B}$$

Le travail élémentaire $-\vec{M}(\vec{B})d\vec{B}$ est proportionnel à celui fait par le matériau pour s'aimanter alors que $\vec{B}(\vec{M})d\vec{M}$ est proportionnel à celui fait par l'extérieur sur l'échantillon. Leur ratio définit la facilité d'aimantation du volume, ce qui signifie la quantité de travail que nous devons fournir pour l'aimanter. Le livre (O'Handley 1999) fait intervenir le potentiel de l'énergie du système $\vec{M}\vec{B}$ pour définir le travail sous la forme de $\vec{B}\delta\vec{M}$ comme le montre l'équation (I-57). Ce terme est équivalent à $-\vec{M}\delta\vec{B}$ sur un cycle thermodynamique.

$$d(u + \vec{M}\vec{B}) = d(\vec{M}\vec{B}) + -\vec{M}(\vec{B})d\vec{B} = \vec{B}(\vec{M})d\vec{M} \quad (\text{I-57})$$

La tentative de passer de l'expression globale (I-58) à locale (I-59), en supprimant le terme intégral dans l'expression, est inexacte car elle omet les interactions au sein de l'échantillon. Elle ne tient compte que de l'interaction entre le volume isolé et la source de champ.

$$\delta W_{mag} = \mu_0 \int_{V_2} \vec{H}_a \delta \vec{M} dv \quad (\text{I-58})$$

$$\delta w_{mag} = \mu_0 \vec{H}_a d\vec{M} \quad (\text{I-59})$$

Il est possible de définir différents potentiels à partir de l'expression (I-55) mais ces transformations peuvent aboutir à des nouveaux termes de travail magnétique auxquels il est difficile de donner un sens physique.

1.7 Conclusion sur l'énergie d'aimantation

Dans le cas de l'approche globale trois termes sont définis:

- le travail élémentaire effectué par la (ou les) source(s) de courant sur le système s'écrit sous la forme $\int_{all} \vec{H}\delta\vec{B}$;
- le travail magnétique élémentaire reçu par le volume matériau magnétocalorique se met sous la forme $-\int_{VMCM} \vec{M}\delta\vec{B}$;
- sur un cycle thermodynamique, ce travail magnétique, défini précédemment, est équivalent au travail fourni par la source de champ $\int_{VMCM} \mu_0 \vec{H}_1 \delta \vec{M}$ avec \vec{H}_1 , le champ produit par le système qui aimante le matériau, sa distribution de courant étant constante.

Dans l'approche locale, trois termes sont définis :

- le travail magnétique élémentaire effectué par un volume isolé quelconque s'écrit sous la forme $-\int_V \vec{M}\delta\vec{B}$;
- sur un cycle thermodynamique, ce travail élémentaire $-\int_V \vec{M}\delta\vec{B}$ est équivalent à $\int_V \vec{H}\delta\vec{B}$ à condition de redéfinir l'énergie du système ;
- sur un cycle thermodynamique, ce travail élémentaire $-\int_V \vec{M}\delta\vec{B}$ est équivalent à $\int_V \vec{B}\delta\vec{M}$ à condition de définir un nouveau potentiel.

Nous comprenons maintenant la variabilité présente dans la littérature, autour de la détermination du terme de travail magnétique utilisé dans le premier principe. Nous choisissons le terme en $-\vec{M}\delta\vec{B}$ car il reflète clairement le travail magnétique élémentaire reçu par le matériau. De plus, quels que soient les méthodes d'aimantation, la cohérence énergétique du système est bien assurée.

L'approche proposée consiste à considérer l'énergie nécessaire à l'aimantation du matériau magnétique, soit, dit autrement, celle due à la création du moment magnétique ainsi la matière n'est pas supposée avoir un dipôle élémentaire. Dans les approches associées aux micro magnétismes et aux matériaux ferromagnétiques (loin de T_c), l'aimantation du matériau est constante alors (Bertotti 1998b) préfère considérer la force nécessaire à l'assemblage du matériau. La question soulevée par ces différents niveaux de description est leurs unifications.

2 Thermodynamique de l'effet magnétocalorique

Bien que certaines notions de thermodynamique soient rappelées, pour plus de détails le lecteur pourra se reporter aux références (Guggenheim 1986; Adkins 1983) pour des aspects généraux, (Evans 2004) pour une approche plus mathématique et (Nicolis 1979) pour la modélisation des irréversibilités. La thermodynamique apporte le formalisme nécessaire pour caractériser et modéliser l'effet magnétocalorique (EMC). Toutes les relations utilisées pour modéliser l'EMC dans nos études ont un fondement thermodynamique. Elles permettent aussi l'étude de la cohérence énergétique du système.

Dans la partie 2.1, les variables d'états du système et les principes de la thermodynamique sont présentées. Puis, les deux classes de matériaux magnétocaloriques sont étudiées dans la partie 2.2, les matériaux ayant une transition du premier ordre et ceux ayant une transition du second ordre. Ces matériaux sont définis par des fonctions caractérisant leurs comportements, par exemple la capacité thermique, l'aimantation. Ces caractéristiques sont nécessairement liées afin d'assurer la conservation de l'énergie, comme étudié dans la partie 2.3. Puis, dans la partie 2.4 ces concepts sont appliqués pour simuler et étudier un cycle thermodynamique de Brayton.

Le système étudié est fermé puisqu'il n'échange pas de matière. Il est donc de masse constante. Etant considéré indéformable et de masse volumique constante, étudier un système fermé revient à étudier un volume. Les grandeurs minuscules indiquent des grandeurs volumiques u, s contrairement aux notations conventionnelles où elles représentent des grandeurs massiques.

Lorsque le matériau est défini via son entropie, notée s , celle-ci ne contient que la partie réversible des phénomènes liés à la magnétocalorie car la prise en compte des irréversibilités est un phénomène complexe. De plus, les matériaux dont l'utilisation est pertinente dans la réfrigération sont nécessairement avec des pertes faibles ou négligeables en comparaison de l'effet magnétocalorique.

2.1 Thermodynamique hors équilibre et variables d'états

La description thermodynamique est basée sur le choix d'un ensemble de variables qui permettent la description du système. Pour décrire le système, il est important de distinguer l'équilibre thermodynamique local, d'un équilibre global, où respectivement un jeu de variables d'états dépendantes de la position ou non, est nécessaire pour décrire le système.

2.1.1 Thermodynamique hors équilibre et second principe

Les systèmes thermodynamiques montrent différents temps de relaxation. Par exemple dans notre cas du plus rapide au plus lent, il y a :

- l'établissement du champ magnétique, caractérisé par la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans le milieu et la taille du système ;
- le temps de propagation de la contrainte, dû à la loi de déformation du matériau et à la taille du système ;
- le temps de relaxation thermique qui augmente avec la taille du système.

Après ces différentes dynamiques, le système atteint l'équilibre thermodynamique. Dans cet état, il est décrit par des grandeurs physiques moyennes. Lorsque l'équilibre n'est pas atteint nous devons faire appel au principe de l'équilibre local. D'après (Bertotti 1998a), ce dernier peut être appliqué à chaque volume élémentaire, même si le système est globalement en dehors de l'équilibre. En conséquence, les

variables extensives sont définies localement en termes de densité. Comme l'entropie n'est pas conservative, l'équation (I-60) décrit sa variation avec s la densité volumique d'entropie, fonction d'état, $s_{créée}$ l'entropie volumique créée supérieure ou égale à zéro, ϕ la densité de flux de chaleur en W/m^2 .

$$\frac{ds}{dt} = -div\left(\frac{\vec{\phi}}{T}\right) + s_{créée} \quad (I-60)$$

Les relations de comportement du système étant affectées par la température, le magnétisme par $B(H, T)$, les échanges de chaleur par les conditions aux limites de température, la déformation par une relation du type $\epsilon = f(\sigma, T)$ avec ϵ déformation et σ contrainte, une description locale du système est adoptée pour toutes les variables d'états. Ainsi nous étudions un volume suffisamment large pour pouvoir considérer des valeurs moyennes et non statistiques, et suffisamment petites pour avoir un équilibre thermodynamique partiel. Ainsi, le volume est décrit par un ensemble réduit de variables d'état. Théoriquement ce volume doit tendre vers un volume infinitésimal ce qui assure que le temps caractéristique soit toujours au-dessus du temps de relaxation. Un temps de relaxation peut être associé à la transition de phase, aucun aspect théorique n'est développé sur ce point ; néanmoins le prototype de caractérisation de mesure du temps de réponse de l'effet magnétocalorique développé devrait permettre d'observer et de quantifier les phénomènes de relaxation de l'énergie libre.

2.1.2 Premier principe et variables d'états

Une représentation locale est utilisée pour la modélisation alors qu'une représentation globale est utilisée lors de la caractérisation. En supposant négligeable les échanges liés aux autres physiques que celles prises en compte, le premier principe est écrit sur un chemin quelconque pour la forme globale (I-61) et locale (I-62). Pour une transformation réversible $s_{créée}$ est nulle.

$$\begin{aligned} dU &= \delta Q_{échangée} - \int_V \vec{M} d\vec{B} dV \\ dU &= TdS - T\delta s_{créée} - \int_V \vec{M} d\vec{B} dV \end{aligned} \quad (I-61)$$

Hors de l'équilibre thermodynamique, les expressions locales suivantes sont proposées :

$$du = \delta Q_{échangée} - \vec{M} d\vec{B} = Tds - T\delta s_{créée} - \vec{M} d\vec{B} \quad (I-62)$$

L'entropie s et le champ \vec{B} sont les variables d'état du système mais dans le cas où s et \vec{M} sont des fonctions bijectives, T et \vec{M} sont utilisées dans le cas local, et T et \vec{H}_a dans le cas global.

Les variables d'état permettent de caractériser les différentes propriétés des matériaux, par exemple la capacité thermique et l'aimantation pourront s'écrire sous différentes formes en fonction du choix des variables, le Tableau I-2 donne quelques exemples.

Variable T, \vec{H} : $\vec{M}(T, \vec{H}), s(T, \vec{H})$	Variable T, \vec{B} : $\vec{M}(T, \vec{B}), s(T, \vec{B})$
Variable s, \vec{H} : $\vec{M}(s, \vec{H}), T(s, \vec{H})$	Variable s, \vec{B} : $\vec{M}(s, \vec{B}), T(s, \vec{B})$

Tableau I-2 Exemple de variables d'état

Il en découle différentes définitions de la capacité thermique associées à certaines variables d'états :

$c_H(T, \vec{H}) = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_H$	$c_B(T, \vec{B}) = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_B$	$c_M(T, \vec{M}) = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_M$
--	--	--

Tableau I-3 Définition de la capacité thermique

Lorsque nous travaillons sur une approche globale, avec le moment magnétique comme variable d'état du système, l'entropie $s(T, \vec{M})$ s'exprime à partir d'une grandeur extensive \vec{M} . Le postulat du second principe stipule que l'entropie dépend de paramètre **intensif**, impose \vec{M} dépendant de \vec{H} et T .

2.1.3 Définition de nouveaux potentiels

Une seule grandeur doit être nommée énergie, c'est l'énergie interne U . Mais en fonction des transformations de notre système, il est utile de définir un nouveau potentiel tel que l'enthalpie libre. Ces grandeurs peuvent parfois être appelées par exemple énergie libre, mais il s'agit bien de « **potentiel** » **thermodynamique**. Ces nouveaux potentiels sont fonctions **des variables contrôlées** car dépendantes de la transformation. Dans un champ appliqué H_a uniforme, sur un chemin réversible, dans le cas global ou local, la différentielle des potentiels s'écrivent :

$$dG = d\left(U + \frac{1}{2\rho} \int_V \vec{M} B_2 dv - TS\right) = -SdT + \int_V \mu_0 \vec{M} dV d\vec{H}_a \quad (\text{I-63})$$

$$dg = d\left(u - TS + \frac{\mu_0}{2\rho} M^2\right) = -sdt - \mu_0 \vec{M} d\vec{H} \quad (\text{I-64})$$

2.2 Transition de phase

Une transition de phase amène une transition de comportement du système. Les propriétés thermodynamiques sont issues de la dérivation du potentiel thermodynamique. Une discontinuité de ces propriétés est donc rattachée à la discontinuité de potentiels thermodynamiques.

Nous supposons l'existence de deux phases 1 et 2 qui constituent deux sous-systèmes du volume infinitésimal isolé et d'enthalpie libre \bar{g} . Leur contact est totalement non restrictif : ils peuvent échanger librement de l'énergie, du volume, de la matière... En équilibre mutuel, les échanges énergétiques imposent l'égalité de leurs températures, des échanges de volume, celle de leur pression et du champ H (l'égalité en champ H est plus délicate à admettre mais elle est supposée). De même, les échanges de matière égalisent les potentiels chimiques. En définissant le titre massique x , l'équilibre est obtenu lorsque l'équation (I-65) est minimale par rapport aux variables T, H et x .

Dans le cas d'un équilibre diphasé, les enthalpies libres associées aux phases sont égales $g_1(T, H) = g_2(T, H)$ et le titre massique x devient une variable d'état alors que la pression ou le champ ne le sont plus et constituent des paramètres internes. Pour plus de détails le lecteur se reportera au livre (DIU et al. 2007)

$$\bar{g}(x) = x \left(g_1(T, \vec{H}) - g_2(T, \vec{H}) \right) + g_2(T, \vec{H}) \quad (\text{I-65})$$

Le raisonnement du paragraphe précédent montre que les enthalpies libre g_1 et g_2 doivent être égales pour que les deux phases soient en équilibre. Ainsi l'enthalpie libre est une grandeur continue. La classification de Ehrenfest utilise la propriété de continuité de g cette enthalpie libre de Gibbs pour définir l'ordre du système. La théorie de Landau propose une modélisation de la transition de phase, qui est utilisée dans la modélisation du matériau. A partir de la différentielle totale de g et de l'équation (I-62), les relations suivantes sont obtenues :

$$-s = \frac{\partial g}{\partial T} \text{ et } \mu_0 \vec{M} = -\frac{\partial g}{\partial H} \quad (\text{I-66})$$

Les transitions du second ordre correspondent à un changement d'état continu, les dérivées secondes de l'énergie libre de Gibbs sont discontinues ou divergentes. Du point de vue mathématique, la fonction G est de classe \mathcal{C}^1 . La divergence est pour une valeur de champ et de température, G est alors de classe \mathcal{C}^2 sauf en un point.

Les transitions du premier ordre correspondent à un changement d'état discontinu, c'est-à-dire que les dérivées premières de l'enthalpie libre de Gibbs sont discontinues. Du point de vue mathématique, la fonction G est de classe \mathcal{C}^0 . Il y a une énergie de chaleur latente donnée par $h_2 - h_1 = T(s_2 - s_1) +$

$g_2 - g_1$, l'indice correspondant à la phase. Comme g est continue, on a $h_2 - h_1 = T(s_2 - s_1)$. La discontinuité est pour une ligne de température et de champ, mais en dehors de ce domaine on considère G de classe C^2 . La capacité thermique est infinie à la température et au champ de la transition de phase. C'est un comportement intéressant pour les applications de réfrigération.

Les caractéristiques importantes des matériaux du premier ordre sont :

- les transitions thermiques du premier ordre montrent des effets de métastabilité pendant la transition de phase ;
- la transition est accompagnée d'une énergie de chaleur latente ;
- la transition est accompagnée de la coexistence de deux phases ;
- la transition montre des effets d'hystérésis ;
- apparition de retards à la transition liés à des états métastables.

En pratique, les matériaux du premier ordre ont une transition élargie comme le montre la Figure I-15 dans la zone accompagnée de l'annotation « transition élargie ». Cet élargissement donne des ambiguïtés dans la signification de ΔS et de $\Delta S_{transition}$, grandeur qui permet de caractériser les propriétés des matériaux. Dans la thèse de (Guillou 2011) une approche détaillée est donnée sur les différentes interprétations de ΔS . Expérimentalement, cet élargissement conduit à une valeur de capacité qui n'est pas infinie mais grande comme le montre la Figure I-13.

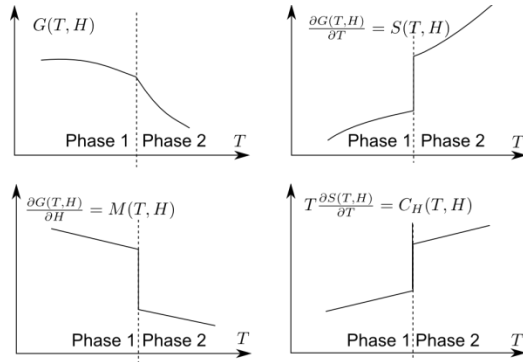


Figure I-11 Synoptique des différents types de transition

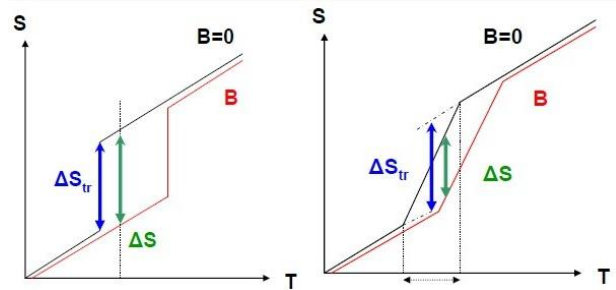


Figure I-12 Extrait (Guillou 2011) sur des problèmes de détermination de $\Delta S_{transition}$

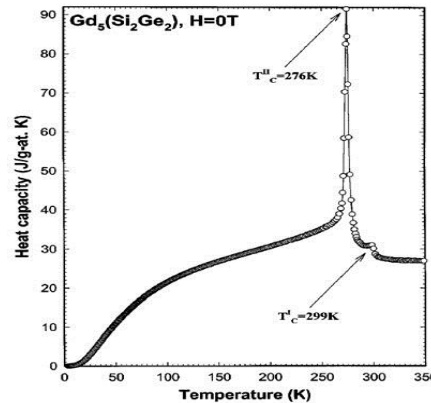


Figure I-13 Evolution de la capacité thermique à champ nul du $Gd_5(Si_2Ge_2)$ entre 3.5 à 350 K. Les flèches montrent les anomalies dues aux transitions de phase : transition du 2nd ordre paramagnétique \leftrightarrow ferromagnétique (I) à 299 K et du 1^{er} ordre ferromagnétique (I) \leftrightarrow ferromagnétique (II) à 276 K extrait de (Vodyanoy et Mnyukh 2010)

Pour toute transition de phase, il existe un paramètre d'ordre dont le degré de continuité caractérise sa nature. Dans notre cas, c'est l'aimantation.

2.3 Relations de Maxwell

Les relations de Maxwell vont nous permettre d'éviter des mesures redondantes ou d'assurer une cohérence énergétique des mesures.

Si une forme différentielle de degré 1 ω est la différentielle d'une fonction u , notée du , alors la forme différentielle est exacte, par exemple du, ds . D'après le théorème de Schwarz, une forme différentielle exacte est nécessairement fermée, et ses dérivées partielles croisées sont égales.

Les relations de Maxwell sont liées aux propriétés de fermeture des formes différentielles. En effet ces formes différentielles sont liées à la différentiation de potentiels comme la différentielle de l'énergie interne ou du potentiel de Gibbs. Nous obtenons alors naturellement les propriétés de fermeture.

Le théorème de Schwarz stipule que les dérivées croisées sont égales partout quand elles existent, soit quand la fonction est de classe C^2 . Si on étend la notion de dérivée avec les distributions, les propriétés de fermeture sont a priori conservées mais nous n'avons pas trouvé de démonstration.

Pour démontrer les équations de Maxwell, nous partirons du premier principe écrit sous la forme de l'équation (I-67), ce qui implique que le chemin de la transformation soit réversible. Alors que la démarche classique consiste à appliquer le théorème de Schwartz sur l'enthalpie libre définie dans l'équation (I-63) et (I-64). Notre démarche vise à mieux montrer le lien entre la conservation de l'énergie et les relations de Maxwell.

Dans le cas des matériaux du premier ordre, les relations ne sont plus valides (de Oliveira et von Ranke 2008). Mais la transition possédant une certaine largeur la relation, de Maxwell serait quand même utilisable. Théoriquement, la relation de Clausius-Clapeyron est plus appropriée. Guillou dans sa thèse (Guillou 2011) a mené une étude approfondie sur les méthodes de caractérisation des matériaux du premier ordre.

2.3.1 Approche locale des potentiels avec l'énergie interne

Le jeu de variables d'état s, B peut-être redéfini par le couple H, T . Dans le cas de matériau du second ordre, la fonction $f: (H, T) \rightarrow (s, B)$ est bien bijective. Dans le cas d'un matériau du premier ordre, cette analyse n'est valable qu'en-dehors de la transition de phase.

En reprenant l'équation du premier principe sur un élément de volumique, on a :

$$du(H, T) = Tds - MdB = Tds - \mu_0 M dH - \mu_0 M dM \quad (\text{I-67})$$

A partir de la différentielle totale de s avec comme variables H, T

$$du(H, T) = \left[T \frac{\partial s}{\partial T} - \mu_0 M \frac{\partial M}{\partial T} \right] dT + \left[T \frac{\partial s}{\partial H} - \mu_0 M - \mu_0 M \frac{\partial M}{\partial H} \right] dH \quad (\text{I-68})$$

En identifiant aux dérivés partielles de u , ce qui implique que $u \in C^1$

$$\frac{\partial u}{\partial T} = \left[T \frac{\partial s}{\partial T} - \mu_0 M \frac{\partial M}{\partial T} \right], \quad \frac{\partial u}{\partial H} = \left[T \frac{\partial s}{\partial H} - \mu_0 M - \mu_0 M \frac{\partial M}{\partial H} \right] \quad (\text{I-69})$$

En dérivant une autre fois, ce qui implique que u appartient aux fonctions de classe C^2 , la relation de Maxwell est obtenue :

$$\frac{\partial u}{\partial H \partial T} = \frac{\partial u}{\partial T \partial H} \quad \frac{\partial s}{\partial H} = \mu_0 \frac{\partial M}{\partial T} \quad (\text{I-70})$$

Une approche simplifiée consiste à faire intervenir un nouveau potentiel $G = u + \frac{1}{2} \mu_0 M^2 - Ts$

2.3.2 Lien avec la capacité thermique

Avec les variables thermodynamiques H, T , on utilise la capacité thermique sous la forme :

$$c_H = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_H \quad (\text{I-71})$$

Par dérivation par rapport à la température, et si on suppose que la fonction s est de classe C^2 grâce au théorème de Schwarz, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial c_H(T, H)}{\partial H} &= T \frac{\partial^2 s(T, H)}{\partial H \partial T} = T \frac{\partial^2 s(T, H)}{\partial T \partial H} = \mu_0 T \frac{\partial^2 M}{\partial T^2} \\
 c_H(T, H_1) &= c_H(T, H_2) + \int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial c_H(T, H)}{\partial H} dH \\
 c_H(T, H_1) &= c_H(T, H_2) + \int_{H_1}^{H_2} \mu_0 T \frac{\partial^2 M}{\partial T^2} dH
 \end{aligned} \tag{I-72}$$

A partir de deux mesures de la capacité thermique, une valeur à champ donné, et une à température donnée, la capacité thermique peut être reconstruite pour les autres valeurs de champ et de température. Dans la suite nous verrons que les mesures et le traitement des données viennent altérer ces propriétés de fermeture, équivalentes à la conservation de l'énergie.

$$\oint_{cycle} d(u - sT) = 0 = - \oint_{cycle} s dT - \oint_{cycle} M dB = \delta Q + \delta w_{mag} \tag{I-73}$$

2.3.3 Relation de Clausus Clapeyron dans le cas des matériaux du premier ordre

Sur la transition de phase, la température et le champ sont liés par $T_{transition} = f(H_{transition})$. Les discontinuités de l'entropie et de l'aimantation sont nécessairement reliées par la relation sur l'enthalpie libre qui caractérise l'équilibre.

$$-\mu_0 M_A dH - s_A dT = -\mu_0 M_B dH - s_B dT \tag{I-74}$$

En développant, nous avons une relation qui lie le saut d'aimantation au saut d'entropie :

$$\mu_0 \Delta M = -\rho \Delta s \frac{dT_{transition}}{dH_{transition}} \tag{I-75}$$

Cette expression est proche de la relation de Maxwell où nous aurions en quelque sorte généralisé la dérivée de fonction discontinue. Une approche basée sur la théorie des distributions permettrait une détermination rigoureuse. L'introduction d'une transition élargie d'une valeur infime permet d'appréhender cette approche. D'ailleurs en pratique les relations de Maxwell sont appliquées car les transitions sont élargies. Les matériaux du premier ordre font intervenir des états métastables qui rendent difficile l'accès à l'équilibre thermodynamique, état où les relations étudiées sont valides.

La réfrigération magnétique recherche à la fois une valeur de Δs importante mais aussi un $dT_{transition}/dH_{transition}$ élevé pour être capable de faire des cycles de réfrigération autour de la transition. Les bons candidats sont alors des matériaux avec une transition magnétique en fonction de la température abrupte.

A noter qu'il existe plusieurs méthodes pour déterminer la température de transition à différents champs, la méthode par point d'inflexion, méthode par projection de ligne ou la technique du tracé de Arrott. La dernière méthode semble la plus recommandable, pour plus de détails voir (Hadimani 2013, p74).

2.4 Modélisation thermodynamique

Les systèmes infiniment proches d'un état d'équilibre thermodynamique local « Principe de l'équilibre local » utilisent l'équation (I-60) pour leur modélisation. Afin de lier cette équation au premier principe, nous faisons apparaître le terme de chaleur échangée $\delta Q_{échange} = -div(\vec{\phi})dt$ où $\vec{\phi}$ est la densité de flux de chaleur.

$$\begin{aligned}
 ds &= -\text{div}\left(\frac{\vec{\phi}}{T}\right)dt + \delta s_{\text{créée}} \\
 ds &= -\frac{1}{T}\text{div}(\vec{\phi})dt - \vec{\phi} \frac{\overrightarrow{\text{grad}}(T)}{T^2}dt + \delta s_{\text{créée}}
 \end{aligned} \tag{I-76}$$

A partir de la loi de Fourier pour la conduction thermique $\vec{\phi} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}}T$, avec λ la conductivité thermique, nous montrons que $\vec{\phi} \overrightarrow{\text{grad}}(T)$ est strictement positif et qu'il est associé à l'entropie créée par les phénomènes de diffusion thermique.

$$Tds = \text{div}\left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)\right)dt + T\left(\lambda \frac{\overrightarrow{\text{grad}}(T)^2}{T^2}dt + \delta s_{\text{créée}}\right) \tag{I-77}$$

En se plaçant dans un état quasi-statique, le système est infiniment proche de l'état d'équilibre ainsi sa température est infiniment proche d'une température constante sur le volume. **Alors, le terme $\text{grad}(T)^2$ du second ordre devient négligeable par rapport à $\text{div}(\lambda \text{grad}(T))$ du premier ordre. Il en est de même si le système est infiniment petit (Eq. (I-79)).**

Dans les autres cas l'entropie créée du système hors équilibre est augmentée du terme $\lambda \frac{\overrightarrow{\text{grad}}(T)^2}{T^2}dt$. Afin de minimiser la production d'entropie à flux thermique équivalent, soit de maximiser le coefficient de performance du système, il faut augmenter la conductivité et diminuer les longueurs de diffusion thermique. **Cette création d'entropie correspond à une augmentation du travail magnétique donné à l'équation (I-78). Ainsi l'intégration de l'équation (I-79) sur le volume fait apparaître le terme $\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)^2/Tdt$ qui est négligé dans l'expression locale.**

$$W_{\text{mag}} = - \int_V \oint_{\text{cycle}} \vec{M} d\vec{B} = \int_V \oint_{\text{cycle}} [Tds - \lambda \frac{\overrightarrow{\text{grad}}(T)^2}{T}dt] \tag{I-78}$$

Deux expressions doivent être dissociées. La première (I-77) consiste à évaluer le caractère extensif de l'entropie, c'est ce que l'on appelle un bilan d'entropie et qui **montre le caractère irréversible de la transformation à l'échelle globale**. Tandis que la deuxième, expressions (I-79) ou (I-82), suppose que le système est à l'équilibre local et **permet d'évaluer les échanges**. Dans les expressions (I-79) et (I-82) un terme de production de chaleur interne, lié à des phénomènes de dissipation interne « local » et donc à $\delta s_{\text{créée}}$ pourrait être ajouté.

2.4.1 Cas de transition du second ordre

A l'équilibre local, lorsqu'on se place avec un matériau qui possède une transition de phase du seconde ordre, l'entropie est une fonction dérivable sur tout le domaine de température et de champ utilisé. Alors, la différentielle de l'entropie s par rapport au variable d'état choisie H et T est développée. Dans le cas d'une méthode numérique, les éléments de calcul doivent être suffisamment petits pour avoir $\text{div}(\vec{\phi})dt \gg \vec{\phi} \overrightarrow{\text{grad}}(T)/T$. C'est un point délicat qui n'est pas étudié : Comment l'utilisation de méthode numérique affecte ces formulations. Dans le chapitre 4, nous assurons seulement la convergence du schéma numérique. Alors que dans le chapitre 2 il n'y a pas de difficulté puisque les différentes formulations pour estimer le COP sont décrites sur un cycle local.

$$T \frac{ds}{dt}(H, T) = T \frac{\partial s}{\partial T}(H, T) \frac{dT}{dt} + T \frac{\partial s}{\partial H}(H, T) \frac{dH}{dt} = \text{div}\left(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)\right) \tag{I-79}$$

On trouve dans la littérature la relation (I-79) sous les formes suivantes :

$$c_H(T, H) \frac{dT}{dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)) - T \frac{\partial s}{\partial H}(H, T) \frac{dH}{dt} \quad (\text{I-80})$$

$$\frac{dT}{dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)) - \frac{\frac{\partial s}{\partial H}}{\frac{\partial s}{\partial T}} \frac{dH}{dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)) - \frac{\partial T_{ad}}{\partial H} \frac{dH}{dt} \quad (\text{I-81})$$

2.4.2 Cas de transition du premier ordre

La différentielle de l'entropie n'est pas définie sur tout l'ensemble de par les discontinuités de l'entropie à la transition de phase. Les transformations qui nous ont permis de définir T comme une variable d'état, n'ont plus de sens. Nous formulons alors directement le problème en terme d'entropie, on exprime alors T en fonction de s et H .

$$T(s, H) \frac{ds}{dt} = \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T(s, H))) \quad (\text{I-82})$$

La difficulté de cette formulation réside dans la difficulté d'intégrer des conditions de Dirichlet en température.

Une autre approche pourrait être de définir sur la transition de phase, un nouveau jeu de variable d'état comme x le titre massique et H le champ magnétique. Avec une fonction qui donne la correspondance entre le champ H et la température T telle que $T_{\text{transition}} = f(H_{\text{transition}})$.

2.5 Cycle élémentaire de réfrigération

Dans cette sous partie, le comportement du matériau magnétocalorique qui subit des cycles thermiques est décrit à l'équilibre thermodynamique.

Tout d'abord, il est important de noter que contrairement au gaz, le processus d'aimantation (compression) et de désaimantation (détente) sont presque réversible, sur des matériaux du premier ordre à des fréquences de fonctionnement autour de quelques Hertz. Ainsi la modélisation des cycles magnétiques, contrairement aux cycles thermodynamiques à gaz, ne fait pas intervenir de transformations polytropiques.

Quelques propriétés et définitions des cycles thermodynamiques à réfrigération sont rappelées :

- les relations de conservation de l'énergie sur un cycle thermodynamique sont données par l'équation (I-83) dans laquelle Q_{cold} , Q_{hot} correspondent à la chaleur échangée avec la source froide et chaude ; Nous ferons attention à ce que δQ ne s'identifie pas toujours à TdS (I-77);

$$\oint dU = \oint \delta Q + \oint \delta W = 0 \quad Q_{\text{hot}} + Q_{\text{cold}} + W_{\text{mag}} = 0 \quad (\text{I-83})$$

- le coefficient de performance (COP) est défini par l'équation (I-84) qui grâce à la relation (I-83) s'écrit directement en fonction de Q_{cold} , Q_{hot} .

$$\text{COP} = \frac{Q_{\text{cold}}}{W} = \frac{Q_{\text{cold}}}{-Q_{\text{cold}} - Q_{\text{hot}}} \quad (\text{I-84})$$

- en pratique, la caractérisation des matériaux nous donne des comportements éloignés des fonctions d'état à cause des erreurs de mesure ou d'interpolation. Les propriétés qui en découlent sont alors détériorées, et ne permettent plus la conservation de l'énergie (I-83). De plus, il s'ajoute à cet effet un mauvais conditionnement numérique. Par exemple, dans notre cas le COP étant autour de 200, il induit des valeurs de Q_{cold} et Q_{hot} proches, ainsi une erreur sur ces valeurs induit de grande variation sur le COP ;

- d) l'étude d'un cycle thermodynamique peut faire intervenir de nouveaux potentiels thermodynamiques qui permettent de simplifier les expressions en fonction des transformations subies par le système ;
- e) une transformation adiabatique réversible se traduit par S constant au cours de la transformation ce qui se reformule avec les grandeurs connues du matériau, sous la forme de l'équation (I-85) ;

$$TdS = 0 = T \frac{\partial S}{\partial T} dT + T \frac{\partial S}{\partial H} dH = C_H dT + T \frac{\partial S}{\partial H} dH \quad (\text{I-85})$$

- f) sur le diagramme entropique, si la capacité thermique à champ constant C_H est constante, les courbes iso-champ ont des allures d'exponentielles ;
- g) durant une transition de phase du premier ordre idéale, la variance du système est réduite à un 1, donc à une température donnée correspond un champ $T_{transition} = f(H_{transition})$.

2.5.1 Cycle de Brayton

Le système étudié, l'échantillon, est à l'équilibre thermodynamique et le champ « interne » $\mu_0 H$ est imposé. Alors le cycle de Brayton est constitué d'une aimantation et d'une désaimantation adiabatique et de deux transformations iso-champs $\mu_0 H$. La température de la source froide est notée T_{cold} et la température de la source chaude est notée T_{hot} . L'article de (Kitanovski et Egolf 2006) étudie les cycles thermodynamiques.

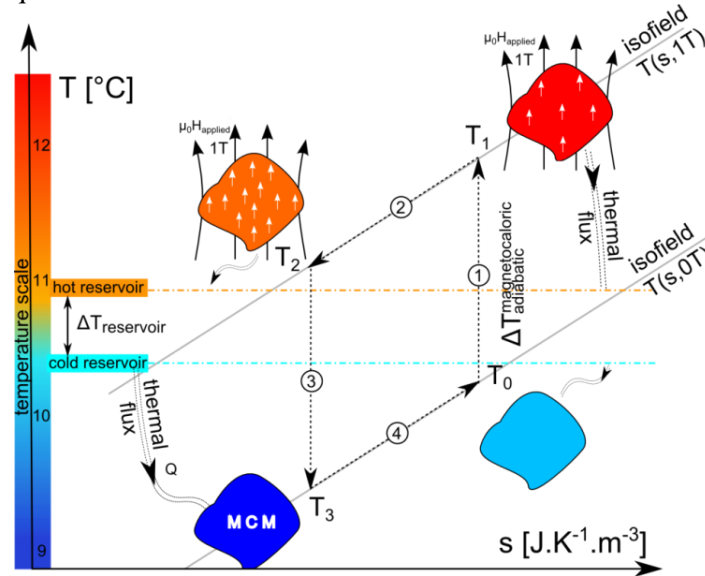


Figure I-14 Illustration du cycle thermodynamique de Brayton avec un matériau du second ordre

1. Durant la phase 1, le système initialement à la température T_0 se retrouve à la température T_1 suite à son aimantation adiabatique. La température T_1 peut être déterminée à partir de la relation $S(H, T_1) = S(0, T_0)$.
2. Durant la phase 2, le système initialement à la température T_1 se retrouve à la température T_2 après un échange de chaleur à iso-champ H . La chaleur échangée est déterminée par la relation $\delta Q_{hot} = \int_{T_1}^{T_2, H} T dS(H, T) = \int_{T_1}^{T_2} C_H(T, H) dT$.
3. Durant la phase 3, le système initialement à la température T_2 se retrouve à la température T_3 après une phase de désaimantation adiabatique. La température T_3 peut être déterminée à partir de la relation $S(H, T_{hot}) = S(0, T_3)$.

4. Durant la phase 4, le système initialement à la température T_3 se retrouve à la température T_{cold} dans un échange de chaleur à champ nul. La chaleur échangée est déterminée par la relation $\delta Q_{cold} = \int_{T_3,0}^{T_0,0} T dS(H, T) = \int_{T_3}^{T_0} C_H(T, 0) dT$

L'énergie magnétique au cours du cycle n'est pas décrite car elle dépend de la méthode d'aimantation : aimant ou bobine de courant. Par contre, le travail magnétique sur le cycle s'écrit indifféremment sous les formes données dans l'équation (I-86). En effet l'intégration d'une forme différentielle exacte sur un contour fermé comme par exemple $\oint dB M$, $\oint dB^2$ et $\oint H_d(M) dM$ sont nulles.

$$\begin{aligned} W_{mag} &= - \int_V \oint M dB dV = \int_V \oint B dM = \int_V \oint H dB \\ W_{mag} &= \int_V \oint \mu_0 H_a dM dV = - \int_V \oint \mu_0 M dH_a dV \end{aligned} \quad (I-86)$$

Dans le chapitre 2, plus de précisions sont données sur le calcul des différentes grandeurs à partir des grandeurs mesurées et sur les erreurs possibles. Les mesures fournies sur un échantillon du CRISMAT de composition $\text{Pr}_{0.65}\text{Sr}_{0.35}\text{MnO}_3$ seront utilisées, pour déterminer la chaleur froide échangée et le COP.

2.5.2 Critères recherchés

La réfrigération nécessite un large écart de température entre la source froide et la source chaude et une large chaleur échangée avec la source froide. Pour échanger une quantité d'énergie importante sans variation de température, il faut une capacité thermique importante. Mais pour bénéficier d'un écart de température important dû à la variation d'entropie, il faut une faible capacité thermique comme le montre l'équation (I-85).

Nous cherchons alors un matériau avec une large variation d'entropie par rapport au champ, soit $\partial S / \partial H$ grand, le domaine de champ choisi étant de 0 à 1 T, ainsi qu'une capacité élevée pendant les échanges et faible durant les phases d'aimantation et de désaimantation. C'est l'intérêt des matériaux du premier ordre qui présentent une capacité thermique infinie sur la transition de phase. Ainsi, la chaleur échangée est considérablement augmentée comme le montre l'aire sous les cycles 2 et 4 entre la Figure I-14 et la Figure I-15.

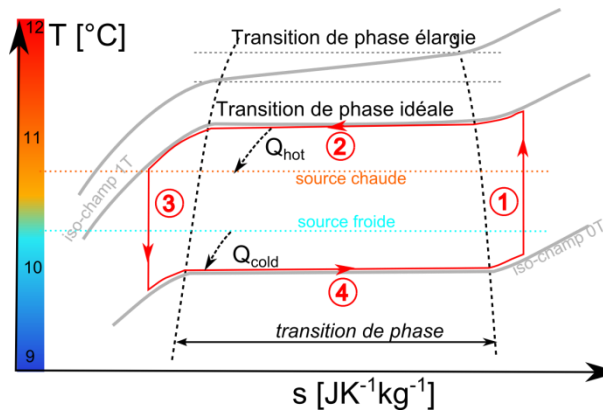


Figure I-15 Illustration du cycle thermodynamique de Brayton avec un matériau du premier ordre

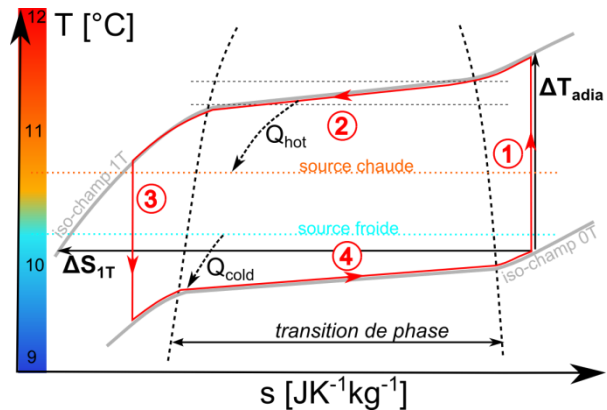


Figure I-16 Critères définissant l'aptitude à la réfrigération d'un matériau

Deux critères sont utilisés $\Delta S_{1T}(T)$ et $\Delta T_{adia-1T}(T)$ pour définir *l'aptitude à la réfrigération* du matériau. Ils définissent approximativement la chaleur susceptible d'être échangée notée $\Delta S_{1T}(T)$, entre deux sources de températures dont la différence est notée $\Delta T_{adia-1T}(T)$ comme l'illustre la Figure I-16. Le premier est la variation d'entropie entre l'état aimanté et désaimanté, notée $\Delta S_{1T}(T)$. Le deuxième critère est la variation de température dans des conditions adiabatiques notée $\Delta T_{adia-1T}(T)$.

Un autre critère serait la **polyvalence** de température de fonctionnement définie comme la largeur en termes de température à mi-hauteur du pic de la variation d'entropie $\Delta S_{1T}(T)$. Ce produit est connu sous le nom de RCP (Refrigeration Capacity Power)

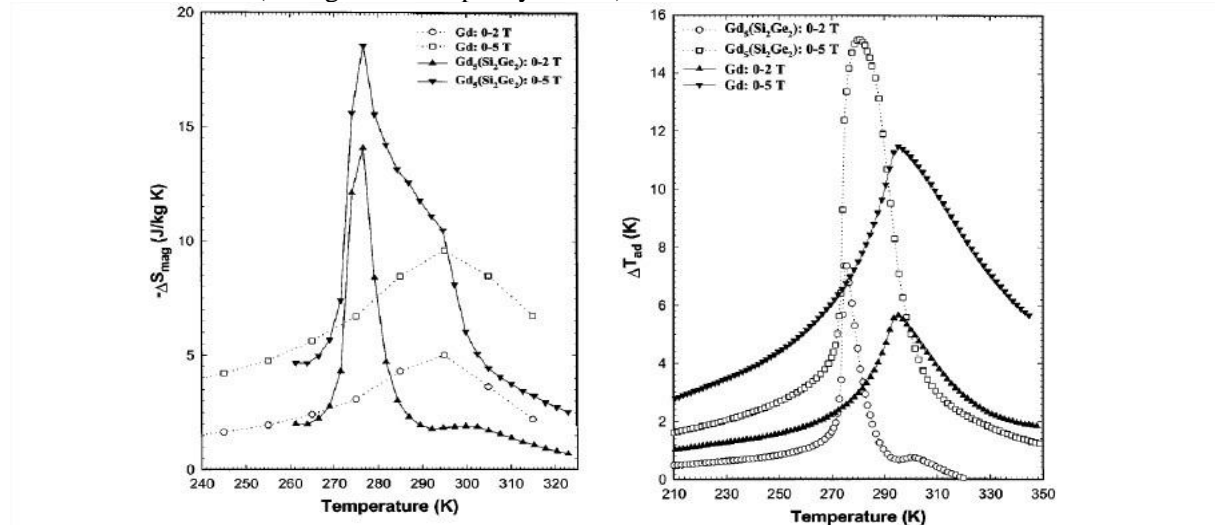


Figure I-17 Exemple de ΔS et ΔT_{adia} pour un matériau du 1^{er} ordre (GdSiGe) et du 2nd ordre (Gd) pour $\mu_0 H_a = 2$ et 5 T (Pecharsky et Gschneider, Jr. 1997)

Il est important de remarquer que c'est la densité volumique d'entropie qui intervient dans les équations régissant le phénomène. Ainsi, pour comparer rigoureusement les matériaux nous devons utiliser cette grandeur. Pour les matériaux ayant généralement des densités massiques similaires, on s'autorisera des comparaisons massiques mais si elles sont différentes on doit impérativement utiliser la densité volumique d'entropie.

2.6 Conclusion sur la thermodynamique

Cette partie introduit tous les outils thermodynamiques nécessaires à la description et la modélisation de l'EMC. Plusieurs points importants sont à souligner :

- plusieurs formulations du travail magnétique peuvent être utilisées en fonction des hypothèses mais seul l'expression $-MdB$ reste toujours valable et permet dans toutes les circonstances d'estimer le travail fourni au cycle thermodynamique ;
- à l'équilibre thermodynamique, les paramètres caractérisant le matériau sont liés par les relations de Maxwell, relations qui assurent la conservation de l'énergie;
- le second principe permet à l'équilibre, avec la loi de Fourier, de déterminer le comportement thermique du système. Cette formulation locale néglige des termes d'entropie créée liés à la diffusion puisque le système est à l'équilibre. Cependant il est important de les prendre en compte dans la formulation globale pour correctement estimer l'entropie créée et donc le COP.

Les matériaux du premier ordre, candidats sérieux pour la réfrigération, se révèlent plus complexes à décrire que ceux du second ordre. Une approche basée sur la thermodynamique et sur l'utilisation de l'entropie comme variable d'état est la bonne solution. Dans l'avenir avec les matériaux du premier ordre, les modèles devront probablement prendre en compte les phénomènes de dissipation et de déformation pour permettre une modélisation satisfaisante.

II Caractérisation de l'effet magnétocalorique

Ce chapitre s'intéresse aux méthodes de caractérisation de l'effet magnétocalorique et à sa modélisation, afin de proposer des modèles matériaux cohérents pour l'étude et la conception des différents systèmes de réfrigération magnétique. La magnétométrie est la méthode la plus couramment mise en œuvre pour la caractérisation des matériaux magnétocaloriques. Les précautions nécessaires pour correctement interpréter les résultats obtenus et déduire les propriétés intrinsèques du MMC sont étudiées. Dans le cas où nous sommes éloignés des conditions idéales, une correction de champ démagnétisant avec un coefficient est réalisée pour accéder aux propriétés intrinsèques du matériau. Après avoir étudié cette méthode et ses limitations, nous proposons une nouvelle approche numérique permettant d'améliorer les résultats. Dans la deuxième partie, partant des caractéristiques intrinsèques du MMC, une analyse de la cohérence thermodynamique de notre modèle est menée. Une méthode est ensuite proposée pour améliorer cette cohérence. Dans la dernière partie de ce chapitre, un dispositif de caractérisation dynamique de la variation de température adiabatique est présenté ainsi que les premiers résultats obtenus.

1	MESURE DE L'AIMANTATION AVEC LE MAGNETOMETRE.....	41
1.1	PRINCIPE DE LA MESURE AU MAGNETOMETRE A EXTRACTION POUR EN DEDUIRE L'AIMANTATION	41
1.2	MESURE AU MAGNETOMETRE	45
1.3	STRATEGIE NUMERIQUE D'INVERSION	49
1.4	RESULTAT DE L'INVERSION NUMERIQUE OBTENUE AVEC LE COEFFICIENT DEMAGNETISANT AMELIORE	52
1.5	RESULTATS DE L'OPTIMISATION « POINT A POINT ».....	54
1.6	CONCLUSION SUR LES METHODES D'INVERSION	54
2	CARACTERISATION ET MODELISATION DU MATERIAU	55
2.1	PRISE EN COMPTE DU CHAMP DEMAGNETISANT SUR LE CALORIMETRE	55
2.2	OBTENTION DU ΔT ADIABATIQUE.....	57
2.3	CYCLE DE BRAYTON	60
2.4	COMPATIBILITE THERMODYNAMIQUE DES CARACTERISTIQUES.....	60
2.5	EFFET DU SOLVEUR	63
2.6	CONCLUSION SUR LES MODELES MATERIAUX	63
3	CARACTERISATION DYNAMIQUE	64
3.1	METHODE D'AIMANTATION DYNAMIQUE	65
3.2	METHODE DE MESURE THERMIQUE DYNAMIQUE	66
3.3	METHODE DE CARACTERISATION.....	67
3.4	DIFFICULTE LIEE A L'INDUCTION MAGNETIQUE	68
3.5	CONCLUSION SUR LA CARACTERISATION DYNAMIQUE	74

La modélisation de l'effet magnétocalorique repose sur la connaissance de plusieurs paramètres en fonction de la température et du champ interne : la variation d'entropie $\Delta S(H, T)$, la variation de température $\Delta T(H, T)$ et l'aimantation $M(T, H)$. Il y a trois techniques de mesures disponibles pour déterminer ces paramètres. La première est la mesure de la variation d'entropie déduite d'une mesure de flux de chaleur échangé et de la température. La seconde technique mesure directement la variation de température sous champ. Et la troisième est la mesure de l'aimantation. Pour une utilisation concrète du matériau, d'autres caractérisations sont essentielles comme la conductivité thermique (qui dépend en partie de la microstructure), comme le montre la Figure II-1, la cyclabilité magnétocalorique et la sensibilité à la corrosion (Chennabasappa 2013).

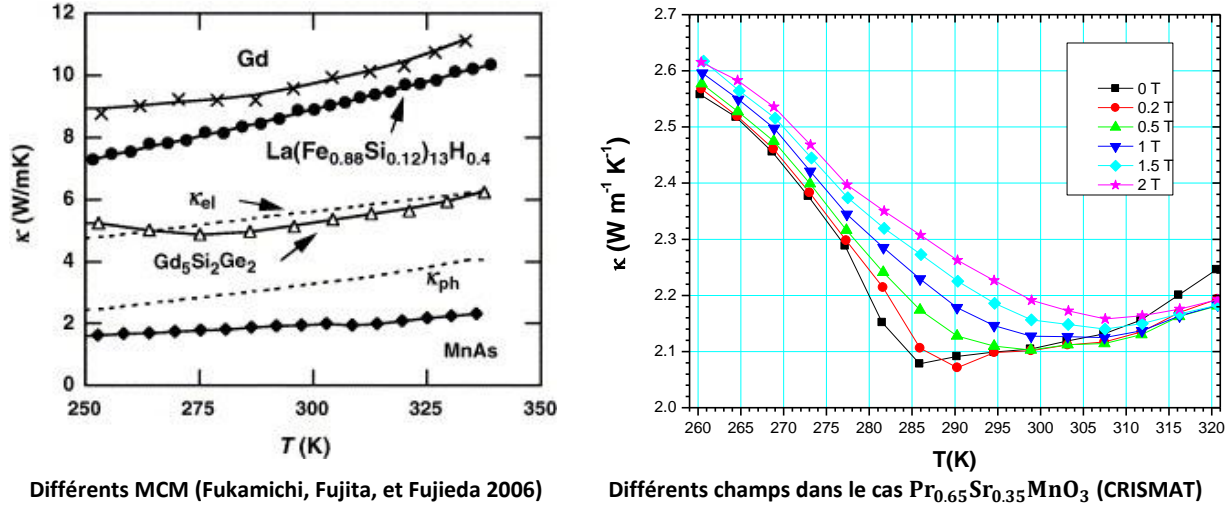


Figure II-1 Conductivité thermique en fonction de la température

La mesure directe de la variation de température en fonction du champ appliqué H_a et de la température est notée $\Delta T(T, H_{\text{applied}})$. La précision de cette mesure dépend de la précision de la mesure de température et de la qualité adiabatique du système. La diminution des échanges est réalisée, soit en améliorant l'isolation thermique, soit en effectuant des mesures très rapides. Les publications (Porcari et al. 2013; Yibole et al. 2014) montrent des caractérisations basées sur cette méthode. A noter qu'elle permet aussi d'évaluer l'entropie $\delta s_{\text{créé}}$ due à l'irréversibilité du cycle.

La mesure du moment magnétique $m(T, H_{\text{applied}})$ donne l'aimantation $M(T, H_{\text{applied}})$ après quelques manipulations. A l'équilibre thermodynamique et sur un chemin réversible, ce qui exclut les états métastables et les phénomènes d'hystérésis, les relations de Maxwell sont utilisées pour obtenir des informations sur l'entropie et sur la capacité thermique. Dans ces conditions, cette méthode est précise. Des précautions doivent être prises pour déterminer s'il vaut mieux travailler à champ ou température fixés.

La mesure au calorimètre donne les flux de chaleur et la température de l'échantillon afin de déterminer les variations d'entropie. Deux classes de calorimètre sont distinguées. Le premier groupe mesure le flux thermique entre l'échantillon et la source thermique, pendant que le champ ou la température de la source évolue. Ces mesures étant difficiles, des techniques différentielles (DSC differential scanning calorimeter) sont utilisées, comme illustré dans le papier de (Basso, Sasso, et Küpferling 2010) ou encore de (Basso et al. 2008; Jeppesen et al. 2008; Marcos et al. 2003). Le deuxième groupe apporte un flux de chaleur et mesure la variation de température de l'échantillon comme les calorimètres à relaxation (PPMS de Quantum Device), ceux AC et ceux adiabatiques.

Les mesures effectuées permettent de modéliser les matériaux afin de renseigner les modèles numériques. Des mesures précises et suffisantes sont nécessaires ce qui demande des temps d'expérimentation non négligeables. Par exemple, la caractérisation du moment magnétique du gadolinium avec le magnétomètre de l'Institut Néel nommé BS2, et sur une quarantaine de points en température et une dizaine de points en champ demande plus de 2 jours. La caractérisation via un calorimètre à relaxation nécessite aussi facilement plusieurs jours.

De par l'aimantation du matériau, le champ magnétique appliqué H_a et le champ H sont différents. Nous abordons dans cette partie les précautions à prendre, à partir des données mesurées, pour

déterminer les paramètres en fonction des variables thermodynamiques choisies H et T . Les modèles matériaux sont importants pour la modélisation, c'est pourquoi nous mettons en place dans la seconde partie une stratégie permettant d'assurer au mieux la cohérence thermodynamique du modèle défini à partir des mesures. Pour finir nous présenterons le dispositif développé pour caractériser l'aspect dynamique de l'effet magnétocalorique. Ce dispositif permet aussi de cycler le matériau, de reproduire des cycles thermodynamiques ou d'effectuer des mesures de variation adiabatique de température.

1 Mesure de l'aimantation avec le magnétomètre

L'objectif de cette partie est d'identifier et de proposer des méthodes pour déterminer l'aimantation du matériau à partir de la mesure au magnétomètre à extraction. La présence du champ démagnétisant, noté H_d , provoque un décalage entre le champ appliquée, noté H_a , et le champ (interne), noté H , dans le matériau. De plus, le champ démagnétisant étant hétérogène le champ dans le matériau l'est aussi.

1.1 Principe de la mesure au magnétomètre à extraction pour en déduire l'aimantation

Un magnétomètre à extraction est disponible à l'Institut Néel sur le banc nommé BS2. Le volume utile du porte échantillon est un cylindre de 6.5 mm de diamètre et de 6 mm de hauteur. Le magnétomètre à extraction permet de mesurer le moment magnétique \mathcal{M} projeté sur l'axe de déplacement \vec{z} comme illustré dans la Figure II-2. M_z est défini par la relation $m_z(H_a) = \int_V \vec{M}(H) \cdot \vec{z} dV$. La question posée, est : Peut-on déterminer la courbe d'aimantation à partir de M_z ? Et si oui dans quelle condition ?

Il semble naturel d'imposer que le **matériau soit homogène et isotrope** sinon il semble impossible d'avoir une relation bijective entre l'aimantation et le moment magnétique. Nous nous plaçons donc dans ce cas.

1.1.1 Mesure de la projection sur z et géométrie de la pièce

Nous montrons que la mesure **donne la projection du moment magnétique sur l'axe vertical**. En pratique, **les bobines de mesure sont bien plus grandes que l'échantillon**, alors le champ vu par les bobines est celui d'un dipôle magnétique $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3} \right)$. Le flux Φ vu par la bobine de mesure, est donné à l'équation (II-1) avec R le rayon de la bobine et z la hauteur de l'échantillon par rapport à celle-ci.

$$\Phi = \frac{\mu_0}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \vec{m} \cdot \vec{e}_z \quad (\text{II-1})$$

En pratique, deux bobines de mesure de type axial, comme l'impose la géométrie de la source, permettent d'améliorer le rapport signal sur bruit (Fiorillo 2004).

Les conditions suffisantes, **pour que le moment magnétique soit porté par l'axe z, sont d'avoir deux plans de symétrie sur la géométrie de l'objet, tels que la direction du champ appliqué H_a appartient aux plans de symétrie**. La connaissance de l'orientation de \vec{M} permet de déduire la valeur du moment magnétique.

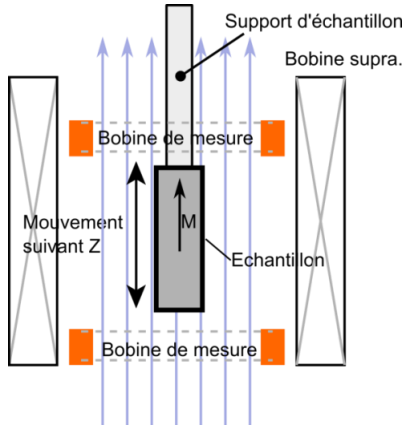


Figure II-2 Magnétomètre à extraction

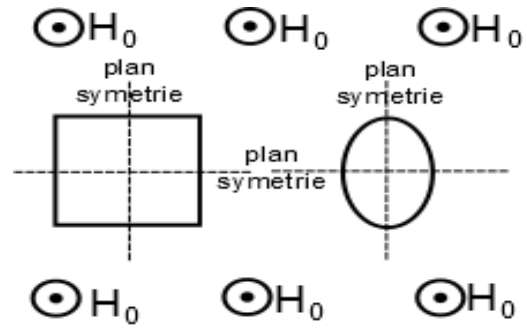


Figure II-3 Plan de symétrie pour avoir le moment magnétique porté par z

1.1.2 Champ subi par l'échantillon

La champ H se décompose comme la somme du champ appliquée H_a et du champ démagnétisant H_d . Dans le magnétomètre, H_a est constant et H_d donné par le jeu de relations (II-2).

$$\begin{aligned} \text{div}(\mu_0 H_d(M) + M) &= 0 & \text{rot } H_d(M) &= 0 & H_d &= -\text{grad} \phi_d \\ \phi_d(M)(x) &= -\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \frac{\text{div} M(y)}{|x-y|} dy + \frac{1}{4\pi} \int_{\partial\Omega} \frac{M(y) \cdot n(y)}{|x-y|} dx \text{ avec } H_d(M) \rightarrow 0 \text{ in } \infty \end{aligned} \quad (\text{II-2})$$

La résolution du champ démagnétisant est un problème complexe qui ne trouve des solutions analytiques que dans des cas simples.

1.1.3 Effet de la forme de l'échantillon

Les **formes elliptiques sont idéales** car le **champ démagnétisant est constant et est donné par le coefficient de champ démagnétisant**. Donc, le **champ H étant homogène** (Durand 1994a) (forme des solutions du Laplacien en harmonique sphérique (« Christophe Vigny - Cours et conférences » 2013)) et si l'ellipsoïde respecte les plans de symétrie, nous avons $\frac{m(H_a)}{V} = M(H_a)$. Le champ H s'écrit alors $H = H_a - N_d M(H_a)$ avec N_d le coefficient de champ démagnétisant qui ne dépend que de la forme et de l'orientation de l'ellipsoïde. Ainsi le lien entre H et H_a est donné sous la forme d'une relation $H(H_a)$, en inversant cette fonction nous obtenons $M(H)$.

La mesure sur un ellipsoïde est idéale pour déterminer la courbe $M(H)$ de par son homogénéité mais, délicate pour la mise en forme de l'échantillon. En effet, l'obtention de sphère de 6mm de rayon nécessite des techniques d'usinage particulières.

1.1.4 Généralisation de la notion de coefficient de champ démagnétisant

Dans la plupart des cas, la géométrie n'étant pas elliptique, nous avons des **grandeurs non homogènes** et **une relation complexe entre le champ appliqué et le champ interne**. Les valeurs n'étant pas constantes, nous travaillons sur les valeurs moyennes représentées par $\langle \dots \rangle$. Alors un coefficient de champ démagnétisant généralisé est défini par l'équation (II-3).

$$\begin{aligned} \langle M(H) \rangle &= m_z(H_a)/V \\ \int_V H_a dv &= -N_m \int_V M dv \\ \langle H \rangle &= H_a - N_m \langle M(H) \rangle \end{aligned} \quad (\text{II-3})$$

Pour arriver à la même démarche que le champ démagnétisant dans un ellipsoïde, la relation $\langle M(H) \rangle = M(\langle H \rangle)$ est supposée valable alors qu'elle est rigoureusement exacte que lorsque

$M(H)$ est une fonction linéaire. Sous cette hypothèse, une relation approximative entre $\langle H \rangle \sim f(H_a)$ est obtenue la relation (II-4).

$$\langle H \rangle \sim H_a - N_m M(\langle H \rangle) \quad (\text{II-4})$$

De plus, si **l'hétérogénéité du champ est négligée**, une relation inversible entre le moment magnétique et l'aimantation est disponible (II-5).

$$M(H) \sim \langle M(H) \rangle = m_z(f^{-1}(\langle H \rangle))/V \quad (\text{II-5})$$

Dans l'article (Aharoni 1998), le coefficient du champ démagnétisant est calculé dans le cas d'un prisme uniformément aimanté. Il est défini comme celui qui donne la bonne énergie de self-interaction.

Dans l'article (Chen, Brug, et Goldfarb 1991), des tables ont été définies, pour évaluer le coefficient de champ démagnétisant dans le cas d'échantillon cylindrique ayant des perméabilités constantes. Les résultats correspondent aux valeurs moyennes du champ.

Dans le cas où le champ démagnétisant n'est plus homogène, il y a plusieurs définitions du coefficient de champ démagnétisant, équivalentes sur une sphère, mais pas sur les autres formes. Dans ce document, nous utilisons le coefficient de champ démagnétisant au sens de Chen.

1.1.5 Test de la méthode du coefficient de champ démagnétisant généralisé

Afin de tester l'approche du coefficient de champ démagnétisant, notre démarche est simulée numériquement. Le moment magnétique ainsi que l'hétérogénéité du champ pour différentes **formes cylindriques (cas test)** sont calculés. Les simulations sont réalisées à partir d'une courbe d'aimantation imposée. Cette courbe est ensuite comparée à la courbe obtenue par la méthode du coefficient de champ démagnétisant moyen (Chen, Brug, et Goldfarb 1991).

On se pose ainsi deux questions :

- Comment est la distribution en champ magnétique ? fortement ou faiblement hétérogène.
- La notion de champ démagnétisant moyen (Chen, Brug, et Goldfarb 1991) peut-elle suffire pour assurer une compensation? Et si oui, dans quelle mesure ?

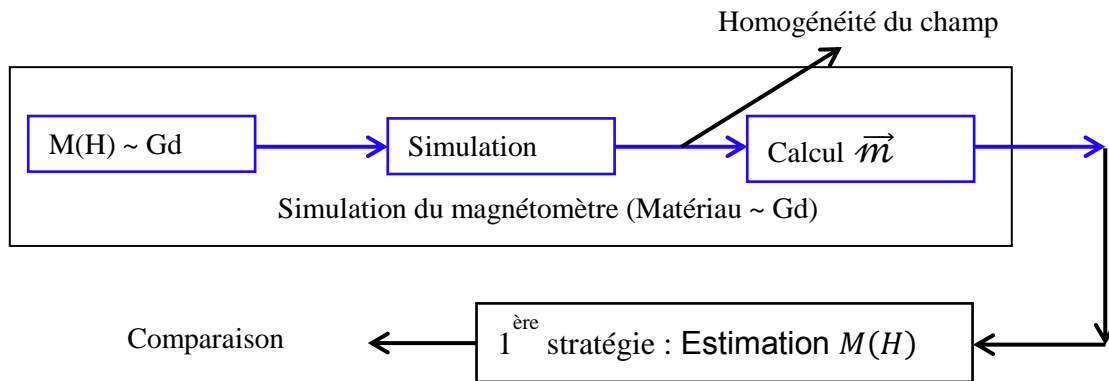


Figure II-4 Principe de validation de la méthode du coefficient de champ démagnétisant

Pour analyser ces phénomènes, des simulations numériques (réalisées avec FLUX) sur des cylindres de différentes hauteurs sont réalisées (Figure II-5).

Partie 1 Mesure de l'aimantation avec le magnétomètre

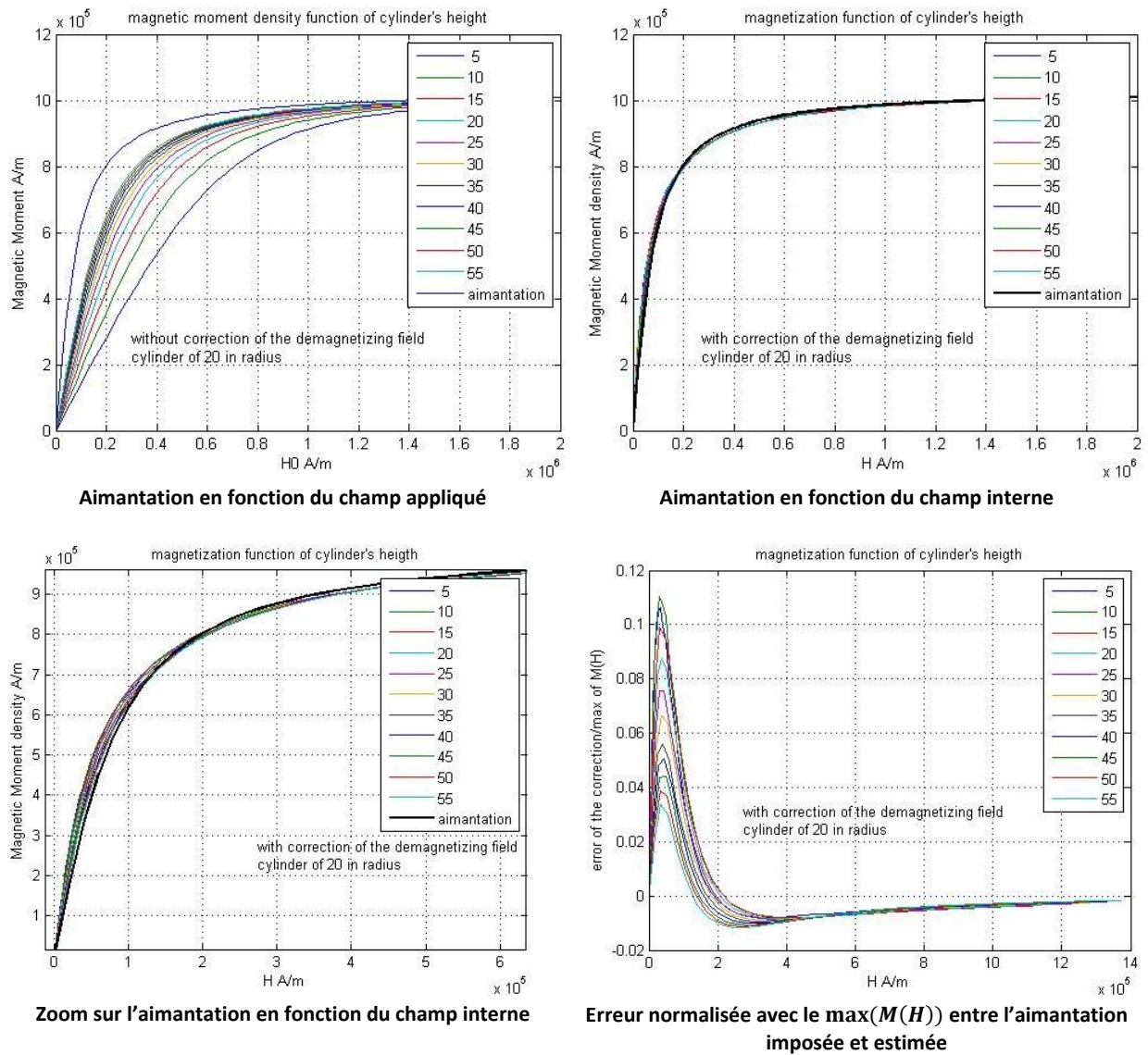


Figure II-5 Résultats de simulation d'un cylindre de 20 [unité] de rayon et de de mi-hauteur variable notée dans la légende. La courbe d'aimantation de FLUX est modélisée par une fonction arctan avec $\mu_r = 10$ et $J_s = 1.3\text{ T}$

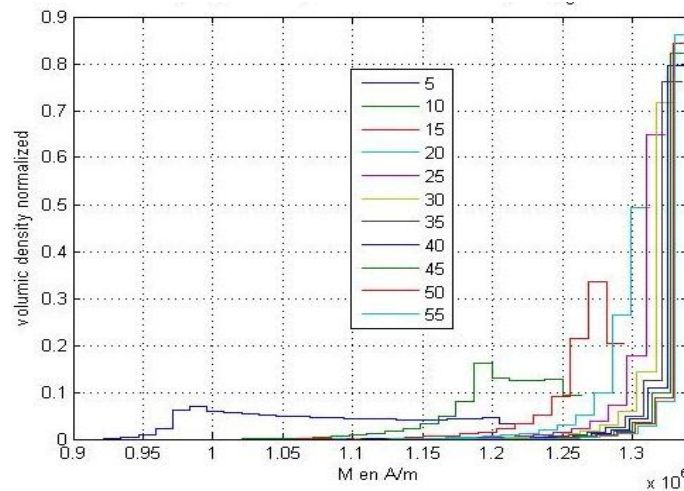


Figure II-6 Distribution volumique normalisée de l'aimantation M pour $\mu_0 H = 0.8\text{ T}$

Ces résultats montrent d'une part notre incapacité à correctement déterminer le champ démagnétisant interne à partir du coefficient de champ démagnétisant. De plus, ce coefficient est délicat à déterminer en pratique. Dans notre cas, nous utilisons la table issue de (Chen, Brug, et Goldfarb 1991) mais il est probable que ce choix ne soit pas optimal.

Avec cette même approche, nous pourrions nous intéresser à l'homogénéité en fonction de la forme. Mais, la forme de l'objet n'est pas un degré de liberté compte tenu de nos possibilités d'usinage.

L'inversion peut être correctement traitée avec la méthode du coefficient de champ démagnétisant si l'échantillon est suffisamment long et avec une surface suffisamment continue. Dans les autres cas, nous proposons une nouvelle approche.

1.1.6 Nouvelle stratégie : Inversion du modèle par optimisation sur le cas Test

Dans cette approche, nous cherchons par optimisation la courbe d'aimantation intrinsèque du matériau. Le critère d'optimisation étant de minimiser l'erreur entre le moment magnétique mesuré et le moment magnétique simulé. Comme il n'est pas numériquement possible de définir une fonction, nous définissons un sous-espace de fonctions définies à partir d'un nombre fini de paramètres. Ici, la fonction d'aimantation est définie avec un modèle en arctangente et les paramètres μ_r et J_s . Dans le cas où les formes de l'objet sont inconnues, des mesures de stéréophotographie pourraient être utilisées.

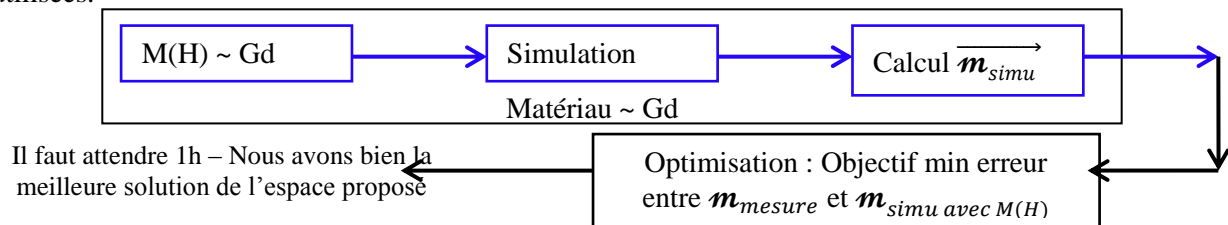


Figure II-7 Stratégie de l'inversion de modèle

Les algorithmes d'optimisation utilisés sont itératifs et basés sur le gradient et le Hessien du système ou leurs estimations.

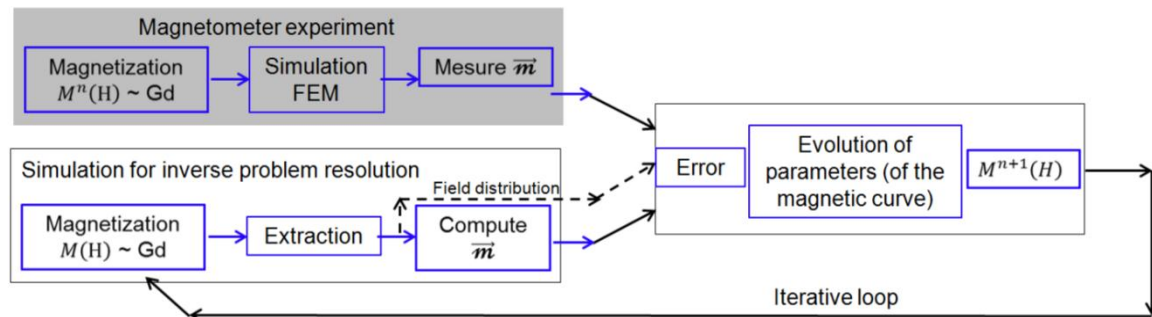


Figure II-8 Stratégie d'optimisation

Dans le cas du cylindre et des simulations 2D réalisées sous FLUX (piloté avec Matlab), l'erreur varie de 3 à 11% avec le coefficient de champ démagnétisant et elle est réduite à 0.01% en une heure de calcul avec la stratégie d'optimisation. Le modèle matériau de l'expérience au magnétomètre simulée et du modèle pour le problème inverse étant les mêmes, les erreurs sont très faible. Mais c'est un cas qui ne correspond pas au cas pratique.

1.2 Mesure au magnétomètre

1.2.1 Protocole expérimental

L'utilisation d'un coefficient démagnétisant est une démarche approximative qui peut être inexacte, il est **important de préciser la forme, le type, la masse, l'orientation de l'échantillon dans le système S.I et de conserver ces données brutes avant d'y appliquer un traitement.**

Dans (Allab 2008; Dupuis 2009) les mesures semblent avoir été compensées même si les résultats (Figure II-9) sont différents.

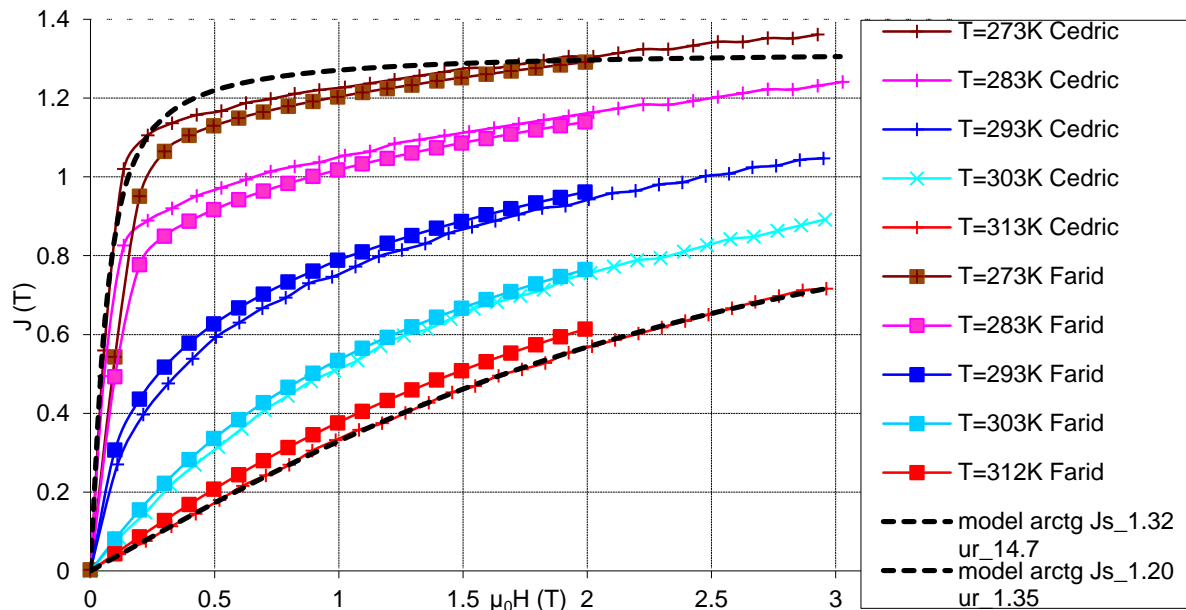


Figure II-9 Mesure de $J(T)$ au magnétomètre avec inversion du champ démagnétisant

1.2.2 Forme de l'échantillon

La forme cylindrique allongée est pratique pour la mesure au magnétomètre. Car, c'est un cas qui peut être traité en 2D et l'inversion est efficace avec la méthode du coefficient de champ démagnétisant. Cependant, dans le cas de mesures aux calorimètres avec le PPMS, les mesures sont délicates de par un mauvais contact thermique et un faible maintien de l'échantillon pour une forme allongée et une forte hétérogénéité en champ pour une forme plate. En effet, dans le PPMS, l'échange thermique et le champ sont suivant le même axe comme le montre la Figure II-29.

Au magnétomètre BS2, nous avons mesuré deux échantillons prismatiques de Gd usinés par électroérosion dans une plaque laminée.

- Echantillon long $1.02 \times 2.03 \times 6.03$ mm ± 0.005 mm et de 0.0959 g
- Echantillon presque cubique $1.05 \times 2.04 \times 2.06$ mm ± 0.005 mm et de 0.0321 g

Ces mesures ont été effectuées suivant des axes différents afin de s'assurer de notre capacité à obtenir des résultats indépendants de la forme et de l'axe de la mesure. Le symbole +, ++ ou +++ indique l'orientation de la mesure de l'échantillon, le nombre de « + » indique la longueur de l'axe mesuré, +++ indique l'axe le plus long, + indique l'axe le plus court.

Suite à différentes manipulations réalisées au magnétomètre, jointes à des analyses et études comparatives des résultats, nous avons montré que la caractérisation correcte des MMC nécessite des précautions liées aux problèmes :

- Thermalisation : le magnétomètre mesurant la température du flux d'hélium il peut exister un décalage avec la température de l'échantillon. Il faut attendre un certain temps, qui dépend de la nature du support plexiglas ou cuivre, de la taille et du type de l'échantillon. Par exemple, pour l'échantillon Gd, long, dans un support en plexiglas qui passe de 177 K à 263 K, il faut au moins 15 minutes. Ce problème conduit à une mesure qui glisse ;
- résolution des mesures : on remarque une variabilité des mesures de l'ordre de $2 \cdot 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ alors que la résolution du magnétomètre est annoncée à $5 \cdot 10^{-7} \text{ A} \cdot \text{m}^2$;
- la thermalisation semble un peu plus rapide avec un échantillon plus petit dans un support en cuivre 9 min ;
- l'effet magnétocalorique produit ou consomme de la chaleur qu'il va devoir échanger. Le temps nécessaire à cet échange avec le milieu (nécessité de mesurer directement la température de l'échantillon) est très variable en fonction du pas de champ, du support... Cependant la capacité thermique du porte échantillon peut jouer le rôle de stockage afin

d'avoir une meilleure thermalisation. Dans ce cas, le contact thermique entre l'échantillon et le porte échantillon doit être bon ;

- Pour éviter l'échauffement éventuel du porte échantillon par les courants de Foucault induits lors de son déplacement dans le champ magnétique. Le porte échantillon en plexiglas est privilégié même si le transfert thermique est légèrement plus long.

Il est important de parfaitement maintenir l'échantillon en position. Or certaines orientations ne le permettent pas. Pour cela, nous utilisons un moule en silicone, directement moulé dans le porte échantillon.

1.2.3 Problème de thermalisation initiale et de contrôle de champ

A 263 K, suffisamment loin de la température de Curie, l'effet magnétocalorique est limité. Nous observons alors principalement trois effets :

- Lorsque l'échantillon plonge dans le cryostat, la température de l'échantillon chute à une température proche de l'hélium liquide, l'échantillon met alors un certain temps à atteindre la température du flux d'hélium, d'où une courbe qui glisse sur la Figure II-10, série 1 ;
- Les courbes ne semblent pas identiques en fonction du pas de champ appliqué (0.005, 0.05, 0.1, 0.2 T, comme indiqué dans Figure II-10). En pratique il n'est pas raisonnable d'appliquer des pas de champ de 0.005 T car la précision avec laquelle le courant dans la bobine supraconductrice est piloté, n'est pas suffisante ;
- En regardant plus en détail, un petit cycle d'hystérésis apparaît, (valeur montée $-2.69 \text{ A} \cdot \text{m}^2$, descente $1.69 \text{ A} \cdot \text{m}^2$) et une variation de ce cycle en fonction du pas utilisé. En effet, lorsque l'on augmente le pas le cycle se réduit.

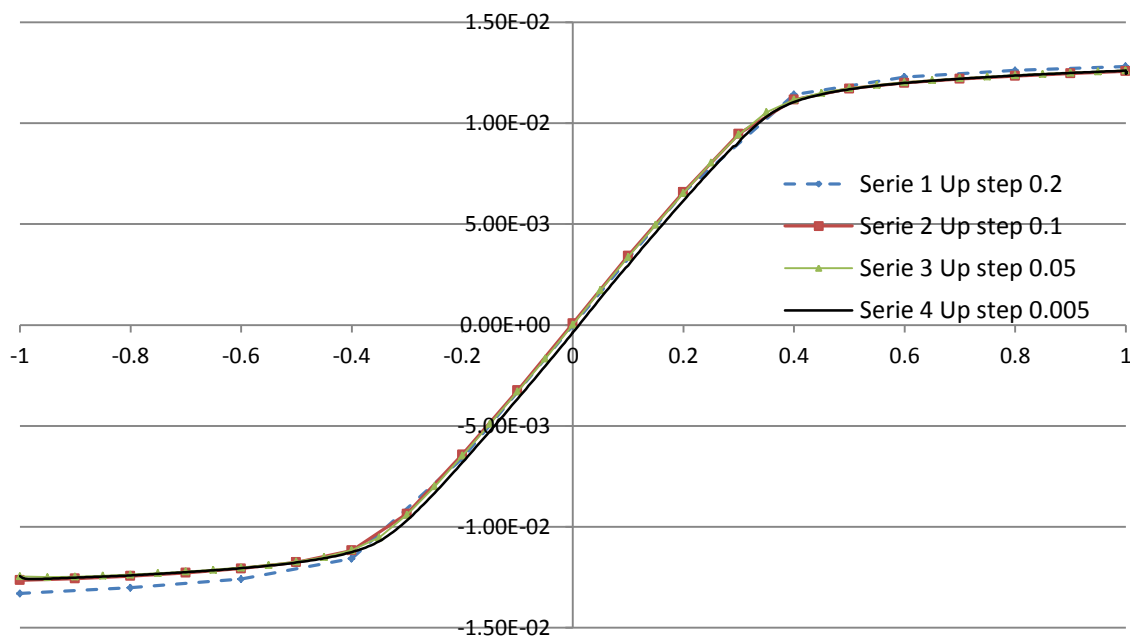


Figure II-10 Moment magnétique [$\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$] fonction du champ appliqué $\mu_0 H_0$ [T], Test 1 - 263K, échantillon long++

1.2.4 Stabilité

Après avoir réalisé la même mesure plusieurs fois, en stabilisant la température initiale du premier test, nous en déduisons que la tolérance des mesures est de l'ordre de $4 \cdot 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{m}^2$ (0.5% de la valeur à saturation) alors qu'elle est annoncée à $5 \cdot 10^{-7} \text{ A} \cdot \text{m}^2$. La mesure du magnétomètre résulte de la moyenne de dix mesures d'extraction, et une dérive apparaît sur ces valeurs, par exemple : 21, 22, 26, 29, 33, 36, 39, 42, 45, 47 mV (Figure II-11). Une explication pourrait venir d'un gradient thermique présent dans le cryostat lorsque le système travaille autour de la température ambiante mais il ne s'agit là que d'une supposition.

1.2.5 Effet magnétocalorique & courants de Foucault

Afin de déterminer si l'effet magnétocalorique affecte la mesure par modification de la température de l'échantillon, nous avons mis en place une mesure permettant d'atteindre 293 K à 0.5 T de deux façons : une depuis 0 T et l'autre depuis 1.5 T avec une température de 293 K stabilisée par une longue attente. Le sens de la montée (Up) doit produire une élévation de température donc une diminution du moment magnétique alors qu'une descente (Down) doit produire un refroidissement donc une augmentation du moment magnétique. Mais en pratique, les résultats sont complexes et ne correspondent pas à ceux attendus comme le montre la Figure II-12. Alors d'autres interactions doivent intervenir: échange de chaleur avec le porte échantillon, courants de Foucault... Une piste pour expliquer la courbe Up serait que le porte échantillon soit chauffé par les courants de Foucault (support en cuivre) et chauffé progressivement l'échantillon, masquant alors l'EMC.

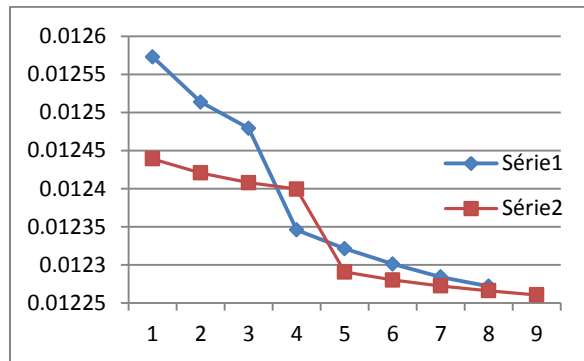


Figure II-11 Moment magnétique [A. m⁻²] en fonction du numéro de la mesure, échantillon long ++ à 263 K & 1 T fixés

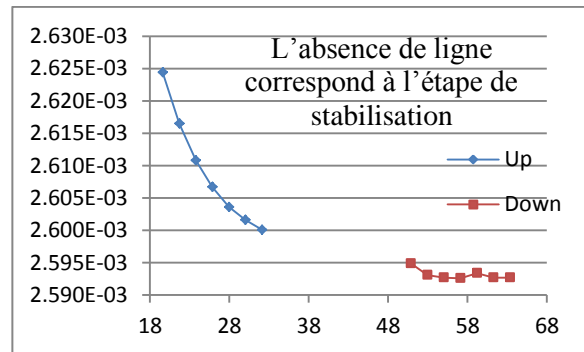


Figure II-12 Moment magnétique [A. m⁻²] en fonction du numéro de la mesure, de 0 à 0.5 T et de 1.5 à 0.5 T, Echantillon cubique sur support en cuivre

1.2.6 Synthèse des problèmes sur des mesures à différents pas

Suite aux décalages autour de 0 T et aux risques d'hystérésis, nous préférons commencer les mesures au champ le plus élevé. Dans l'expérience suivante, le point de départ est forcé par une longue attente. Puis, le champ est diminué progressivement avec différents pas jusqu'à atteindre un champ nul comme le montre la Figure II-13.

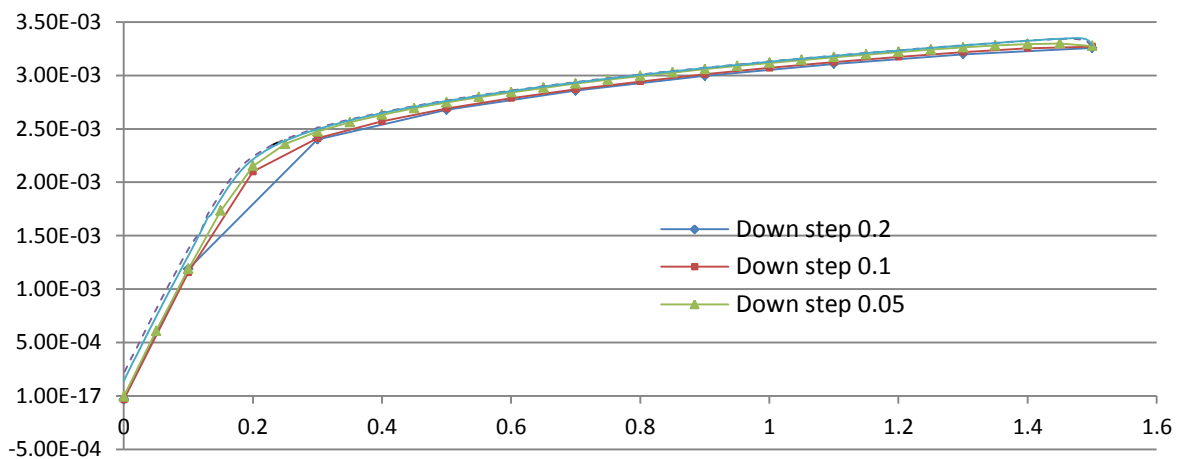


Figure II-13 Moment magnétique en A. m⁻² fonction du champ appliqué $\mu_0 H_0$ en T avec l'échantillon presque cubique et le support en cuivre à 283K

Quatre effets sont constatés :

- Lorsque les pas sont petits (comme à la Figure II-10), il y a un décrochement par rapport aux autres courbes. Il semblerait que la valeur du champ imposé ne soit plus celle indiquée. Alors il y a des erreurs importantes pour un champ nul;

- l'effet magnétocalorique et les courants de Foucault produisent une augmentation de température lors de la montée en champ. Ainsi, la valeur initiale de moment magnétique à 1 T est plus faible, ce qui traduit une température plus élevée. On a ainsi différentes courbures sur les points initiaux. L'attente à 1.5T n'a pas été assez longue ;
- pour des descentes avec des pas supérieurs à 0.05 T, les courants de Foucault semblent réchauffer l'échantillon ;

En conclusion, les mesures au magnétomètre semblent recéler des nombreux artefacts de mesure que seule une caractérisation complète du dispositif permettrait d'identifier. La difficulté majeure provient de l'incertitude du champ pour les faibles valeurs et d'un écart entre la température mesurée et celle de l'échantillon dû à une thermalisation incomplète. Les mesures que nous avons ne sont pas exactement dans ce cadre, maintenant identifiées, car elles ont été antérieures à l'analyse des artefacts du magnétomètre. Grâce à cette étude, le magnétomètre a été modifié pour corriger certains de ses défauts.

Nous conseillons maintenant l'utilisation d'un support non conducteur électrique qui facilite les échanges entre l'échantillon et le flux d'hélium. Puis il est essentiel de déterminer le temps de thermalisation autour de T_C pour être sûr de le respecter et ainsi obtenir le nombre de points souhaités avec le minimum de temps.

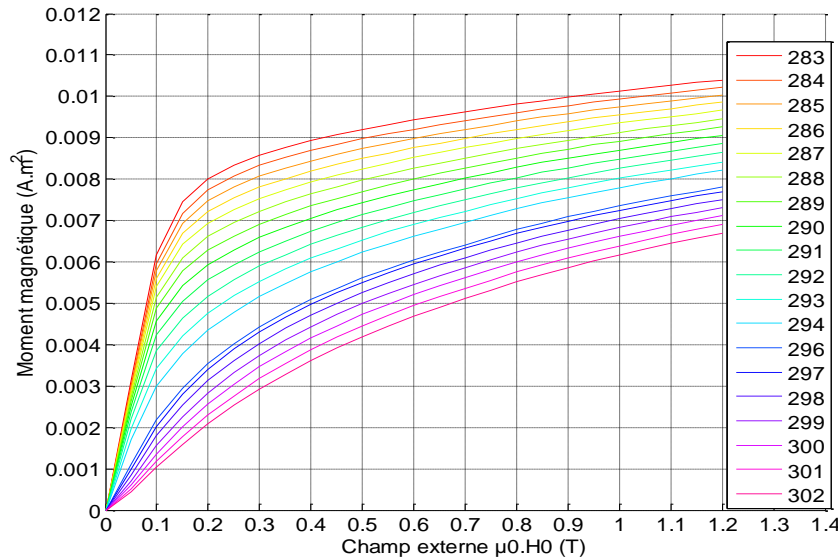


Figure II-14 Exemple de mesures au magnétomètre sur l'échantillon long +++

1.3 Stratégie numérique d'inversion

Dans le cas réel, le synoptique de la Figure II-15 illustre la stratégie mise en place pour réaliser l'inversion du modèle. Les variables associées d'un chapeau (^) sont les variables estimées. L'erreur est calculée à partir du moment magnétique, puisque l'on connaît le moment magnétique mesuré et estimé. En supposant que la valeur estimée soit suffisamment proche de la solution, on linéarise le système pour égaliser l'erreur relative sur le moment magnétique et sur l'aimantation.

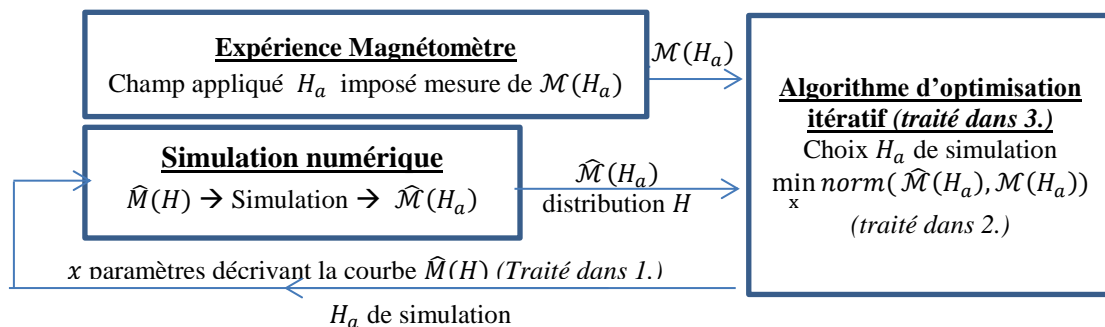


Figure II-15 Synoptique

1.3.1 Paramétrisation de la courbe d'aimantation

L'inversion du modèle est basée sur la courbe d'aimantation des matériaux que l'on doit correctement représenter. Le modèle proposé doit bien décrire la courbe d'aimantation, sans avoir trop de degrés de liberté afin de limiter les temps d'optimisation. La difficulté réside dans le fait que la courbe d'aimantation est inconnue. Les différents modèles utilisés sont :

- Modèle à un paramètre considérant le coefficient de champ démagnétisant généralisé. Cette méthode donne des résultats intéressants puisqu'elle donne fréquemment une courbe d'erreur inférieure à 5% et un résultat qui converge en 20 évaluations avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Lorsque l'échantillon est plat et que le coefficient de champ démagnétisant est supérieur à 0.5, la courbe d'aimantation obtenue n'est plus une fonction $M(H)$ dans le sens où pour une valeur de champ H , il y a plusieurs valeurs d'aimantation. Pour éviter cette limitation, un algorithme a été mis en place pour éliminer les points problématiques. La notion de coefficient de champ démagnétisant perd alors tout son sens et nous nous éloignons du coefficient de champ démagnétisant défini dans la littérature, en particulier des formules d'Aharoni. La définition du coefficient du champ démagnétisant s'interprète en termes d'optimisation. C'est le meilleur coefficient qui minimise l'erreur au sens défini par l'algorithme ;
- Modèle à 3 paramètres de la forme $(l + \mu_0)H + \frac{2J_s}{\pi} \arctg\left(\frac{\pi(\mu_r - 1)\mu_0 H}{2J_s}\right)$ et le modèle à 4 paramètres de la forme $B(H) = (l + \mu_0)H + J_s \frac{H_a + 1 - \sqrt{(H_a + 1)^2 - 4H_a(1-a)}}{2(1-a)}$ avec $H_a = \mu_0 H \frac{\mu_r - 1}{J_s}$ et $a \in [0, 0.5]$. Ces modèles donnent des erreurs, en général, du même ordre de grandeur que la méthode avec le coefficient du champ démagnétisant sur l'échantillon long ++.
- Points interpolés avec « piecewise cubic hermite interpolating polynomial » aussi appelé « monotone piecewise cubic interpolation » (Fritsch et Carlson 1980). Cette méthode conserve la monotonie et évite des oscillations dans le résultat de l'interpolation. En pratique, l'erreur est souvent inférieure à 1% et le résultat converge en 130 évaluations avec l'algorithme de Levenberg Marquardt ($\lambda = 0.1$).

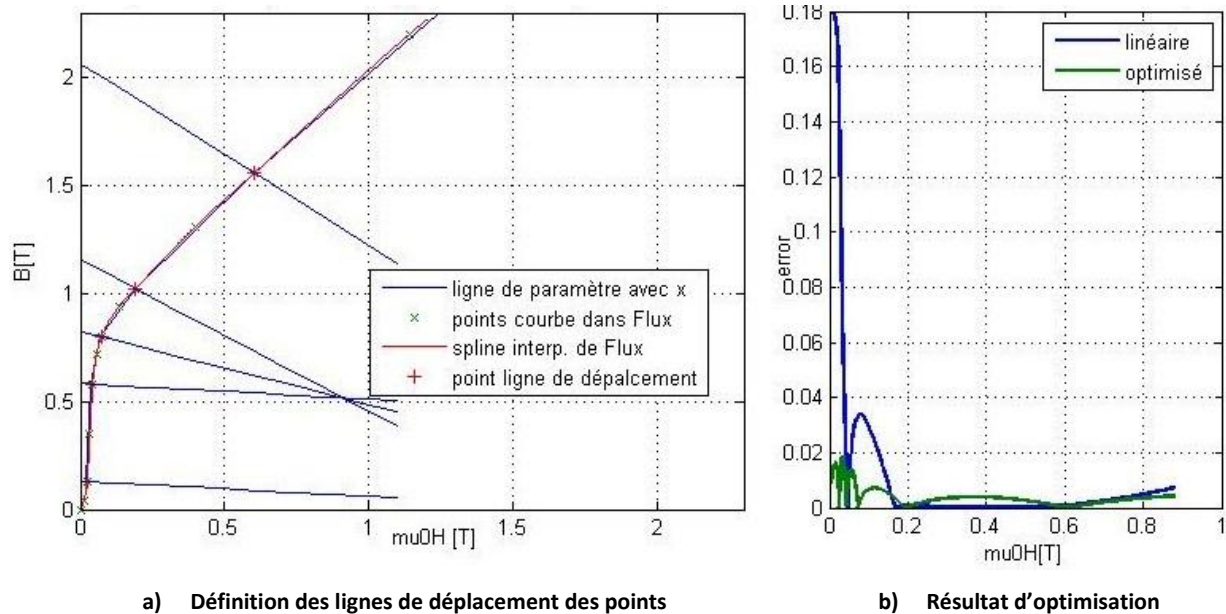


Figure II-16 Définition des points décrivant la courbe d'aimantation par un algorithme d'optimisation

La démarche retenue consiste tout d'abord à choisir le modèle du coefficient de champ démagnétisant généralisé pour effectuer une première optimisation. Puis, la courbe d'aimantation est initialisée avec des points interpolés à l'aide des résultats obtenus par le champ démagnétisant. Pour décrire au mieux la courbe d'aimantation, le placement des points est optimisé.

La Figure II-16-b présente l'erreur obtenue avant et après l'optimisation des placements des points. La fonction objective comporte de nombreux minima locaux, pour explorer convenablement la zone, de multiples points de départ pour l'algorithme ont été choisis.

Nous avons initialement choisi de paramétrer la courbe à partir des degrés de liberté liés au déplacement vertical des points. Mais, il est préférable de donner aux points des degrés de liberté suivant la normale à leur tangente, comme montré dans la Figure II-16-a. A ce degré de liberté est associé un paramètre noté x qui est normalisé.

1.3.2 Algorithme d'inversion du modèle et définition de la norme

La fonction objective est définie avec la norme suivante,

$$e_i = \frac{m_i(H_{0,i}) - \hat{m}_i(H_{0,i})}{\max_i(m_i)} \quad e = \sqrt{\sum_{i=1}^N e_i^2} \quad (\text{II-6})$$

m_i est le moment magnétique mesuré et \hat{m}_i le moment magnétique calculé sous un champ appliqué $H_{0,i}$, e_i l'erreur locale et e l'erreur globale. Les points de simulation doivent être au moins deux fois plus nombreux que le nombre de paramètres de la courbe d'aimantation. On s'assure ainsi que le problème soit bien posé. Ces points sont choisis pour décrire la courbe du moment magnétique au mieux, pour cela algorithme d'optimisation illustré Figure II-17 est repris. Dans notre cas, la description de la courbe d'aimantation est relativement satisfaisante avec 6 points, et nous prenons 20 points de simulation.

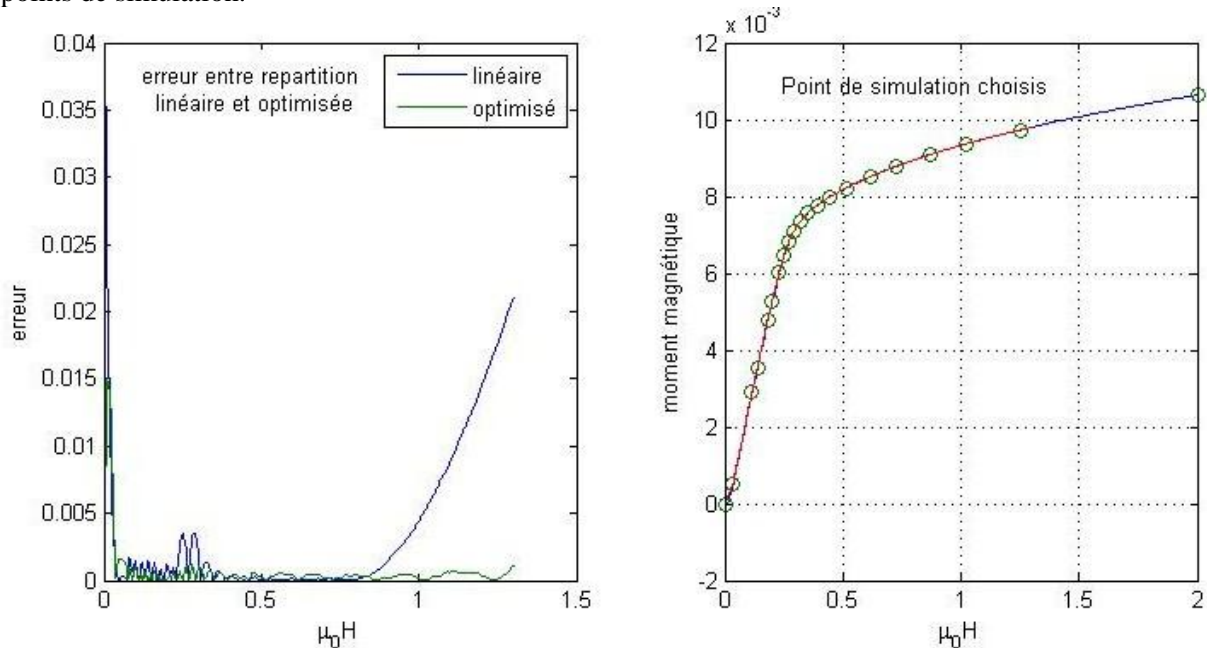


Figure II-17 Choix des points de simulation définissant le moment magnétique

La minimisation des critères aux moindres carrés est résolue avec des algorithmes spécialisés tels que Levenberg-Marquardt (Kelley 1999) ou de Newtown-Gauss. Comme l'algorithme peut évaluer des comportements non simulables, la fonction de simulation du problème renvoie une erreur importante lorsque l'on simule des cas sans sens physique, afin que l'algorithme réduise son pas.

1.3.3 Description de la méthode

L'algorithme utilisé est simplement dans la Figure II-18.

Pour la mesure du moment magnétique à différentes températures :

- Détermination du coefficient de champ démagnétisant en fonction de la géométrie et des tables de Aharoni et de Chen
- Optimisation du coefficient de champ démagnétisant par un algorithme de Levenberg-Marquardt
- Détermination par optimisation du placement des points définissant l'aimantation estimée par coefficient de champ démagnétisant
- Paramétrisation de la courbe d'aimantation à partir de points se déplaçant sur des lignes normales aux tangentes. Les tangentes sont définies par rapport à la courbe d'aimantation initiale. Puis, les paramètres liés à ces degrés de liberté sont définis
- Détermination du champ appliqué en simulation par optimisation afin de placer au mieux les points définissant la courbe du moment magnétique
- Optimisation des paramètres précédents par un algorithme de Levenberg-Marquardt

Figure II-18 Descriptif du programme

1.4 Résultat de l'inversion numérique obtenue avec le coefficient démagnétisant amélioré

L'optimisation du coefficient N est réalisée en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt avec $\lambda=0,05$. Nous présentons dans cette partie les courbes $M(H)$ et les erreurs commises pour les deux cas extrêmes : l'échantillon long (Long+++) et presque cubique. (Long+)

1.4.1 Echantillon Long+++

Comme le montre la Figure II-19, le coefficient de champ démagnétisant varie relativement peu en fonction de la température : + ou - 0.006 autour de 0.08.

L'aimantation en fonction du champ interne et de la température est donnée sur la Figure II-20 et l'erreur commise sur la Figure II-21. Cette erreur est obtenue en remplaçant le champ appliqué par le champ interne moyen correspondant qui est calculé en éléments finis par intégration du champ magnétique interne.

Nous obtenons une erreur de l'ordre de 2% dans le coude de l'aimantation (autour de 0.1 T).

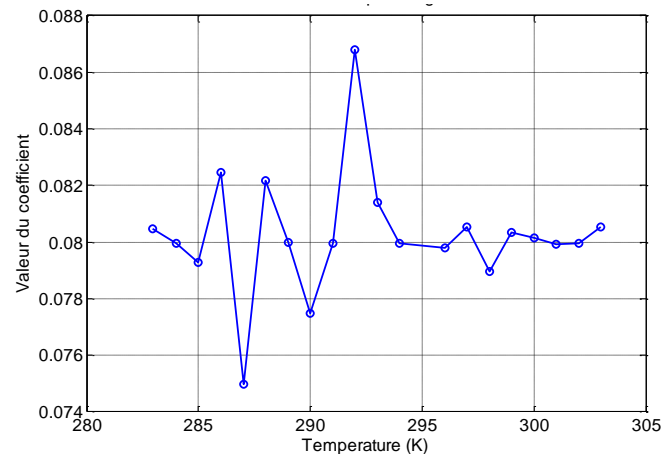


Figure II-19 Coefficient de champ démagnétisant pour l'échantillon Long+++ ($N_d = 0.10$ donné par Aharoni)

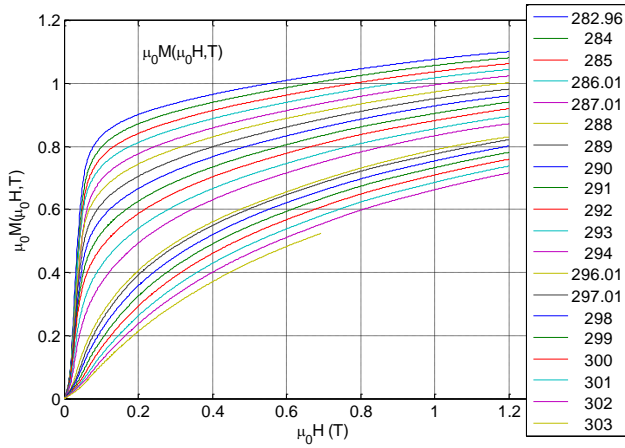


Figure II-20 Aimantation de l'échantillon Long+++ obtenue avec le coefficient de champ démagnétisant

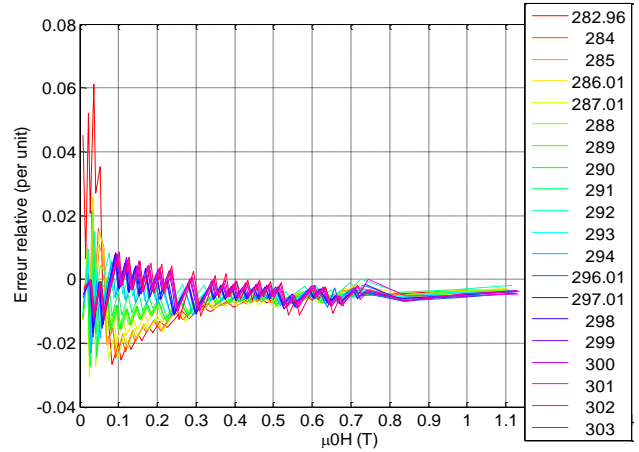


Figure II-21 Erreur commise sur l'aimantation de l'échantillon Long+++

1.4.2 Echantillon Long+

L'échantillon est aimanté le long de sa petite dimension (1 mm). Sa section transversale est alors de (2x6 mm). Les Figure II-22 et Figure II-24 synthétisent les résultats obtenus. La méthode d'Aharoni n'est plus du tout adaptée et l'estimation reste moins bonne que dans le cas Long+++ (2 à 11%).

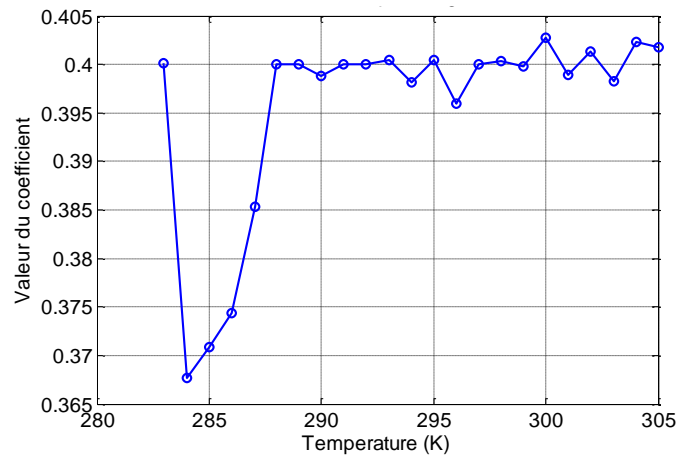


Figure II-22 Coefficient de champ démagnétisant de l'échantillon Long+ ($N_d = 0.58$ donné par Aharoni)

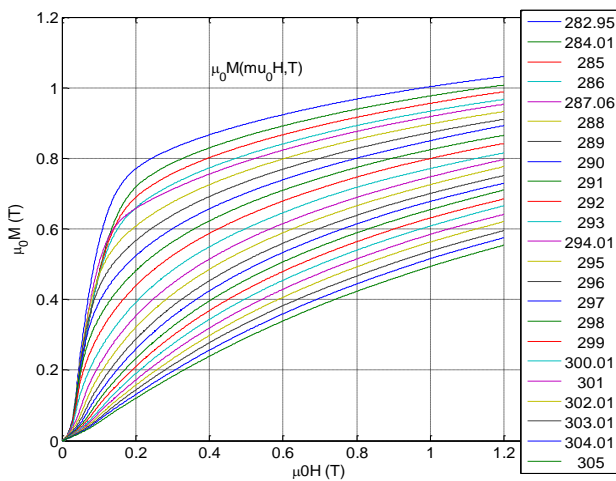


Figure II-23 Aimantation de l'échantillon Long+ obtenue avec le coefficient de champ démagnétisant

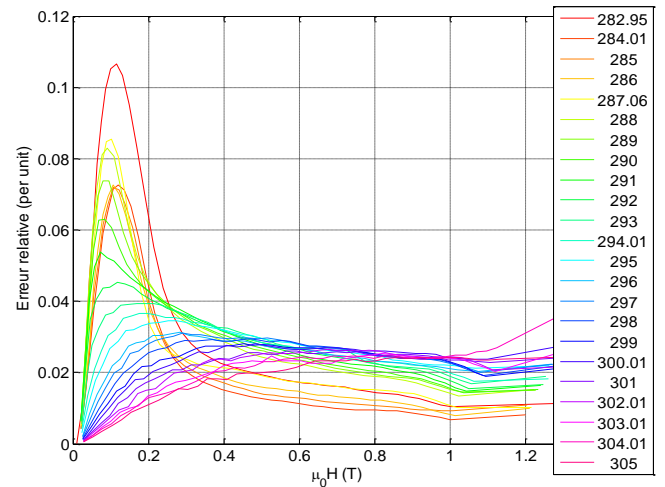


Figure II-24 Erreur commise sur l'aimantation de l'échantillon Long+

1.5 Résultats de l'optimisation « point à point »

Pour les échantillons étudiés, nous avons choisi 6 points sur la courbe $B(H)$ obtenue par le coefficient de champ démagnétisant pour initialiser la méthode. L'algorithme de Levenberg-Marquardt ($\lambda=0,05$) est utilisé pour l'optimisation.

1.5.1 Echantillon Long+++

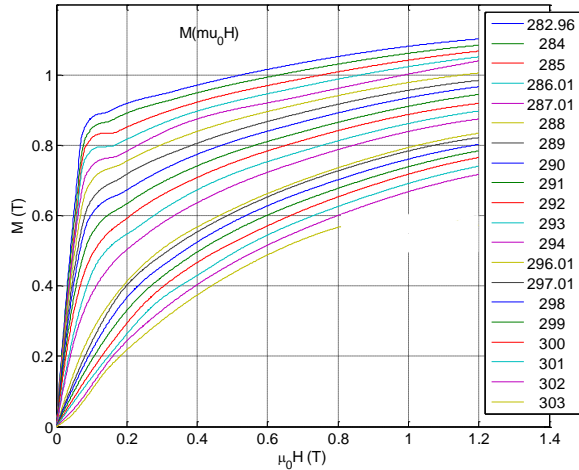


Figure II-25 Aimantation de l'échantillon Long+++ obtenue avec la méthode « point à point »

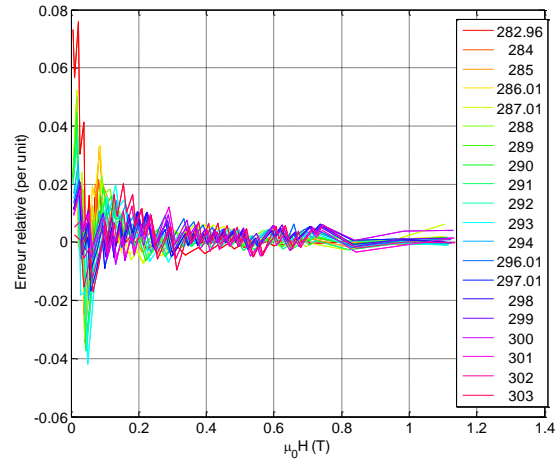


Figure II-26 Erreur commise sur l'échantillon Long+++ avec la méthode « point à point »

1.5.2 Echantillon Long+

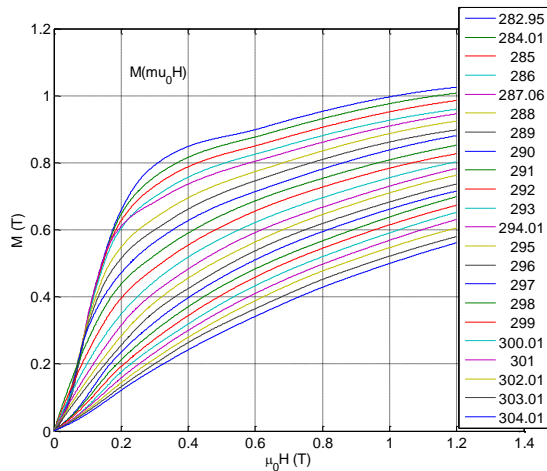


Figure II-27 Aimantation de l'échantillon Long+ obtenue avec la méthode « point à point »

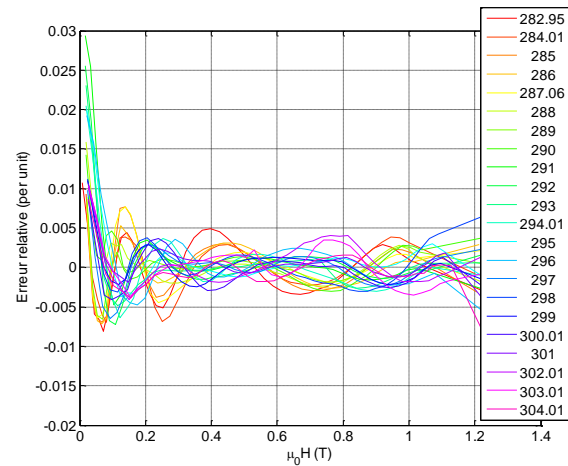


Figure II-28 Erreur commise sur l'échantillon Long+ avec la méthode « point à point »

1.6 Conclusion sur les méthodes d'inversion

Les valeurs obtenues dans le cas du champ démagnétisant sont proches des résultats donnés par les formules de Aharoni dans le cas d'échantillon long. C'est en effet, les géométries où le champ est relativement homogène, ce qui rejoint les hypothèses de Aharoni.

Pour chaque échantillon, nous pouvons remarquer que l'erreur la plus importante est obtenue surtout près de l'origine de la courbe $M(H)$, à faible champ. Les méthodes « point à point » engendrent un manque de continuité sur la courbe d'aimantation due à l'interpolation polynomiale utilisée.

Selon l'échantillon étudié, nous pouvons remarquer que l'erreur n'est pas forcément plus faible après l'optimisation « point à point ». Notamment avec l'échantillon Long++, l'optimisation « point à point » a augmenté l'erreur commise par rapport à la méthode du coefficient de champ démagnétisant. Cette erreur concerne surtout la zone du coude de la saturation de la courbe $M(H)$. Par contre, avec les

échantillons Long++ et Long+, l'erreur est plus faible dans cette zone. Nous pouvons alors avancer que la méthode « point à point » est plutôt adaptée pour « corriger » la courbe $M(H)$ au niveau du coude, lorsque la méthode du coefficient de champ démagnétisant est peu performante soit dans le cas des échantillons plats.

Nous avons pris différentes orientations d'aimantation car la méthode devait être indépendante de la forme de l'échantillon. Il est facile de constater que ce n'est pas le cas. La mise en forme de l'échantillon sous forme de plaque avant sa découpe à l'électroérosion a pu produire des contraintes internes qui pourraient expliquer ces écarts.

En conclusion, il est évident qu'il est avant tout important de se placer expérimentalement dans un cas favorable, échantillon long aux surfaces continues, quand les instruments, les techniques d'usinage et le matériau le permettent. Sinon, les méthodes présentées ici peuvent être mises en place. Cependant leur utilisation nécessite des temps de calcul importants, plusieurs jours, et un bon réglage des différents paramètres. Des méthodes numériques plus adaptées dans la résolution peuvent permettre d'augmenter l'efficacité de cette méthode comme le montre (Bagnérés et Durbiano 1997).

2 Caractérisation et modélisation du matériau

Après avoir étudié en détails la caractérisation réalisée au magnétomètre à extraction, nous allons simplement utiliser les mesures du calorimètre pour construire un modèle matériau thermodynamiquement cohérent. Pour plus de détails sur les mesures effectuées au calorimètre, le lecteur pourra se reporter à la documentation de Quantum design et à la thèse (Guillou 2011).

Le calorimètre mesure la capacité thermique avec un champ extérieur imposé. Le second principe de la thermodynamique et une relation entre le champ interne et le champ externe donnée par le coefficient de champ démagnétisant N_d , une relation entre le flux de chaleur et la variation de température est déduite (II-7), pour plus de détails voir l'annexe V1.4.

$$c_{Ha} dT = \delta Q = T \left[\frac{\partial s}{\partial T} - \frac{\partial s}{\partial H} \frac{N_d \frac{\partial M}{\partial T}}{N_d \frac{\partial M}{\partial H} + 1} \right] dT \quad (\text{II-7})$$

La capacité thermique à champ extérieur imposé $c_{H_{\text{applied}}}$ est supposée équivalente à la capacité thermique à champ interne imposé c_H . Dans le cas de l'oxyde, des calculs numériques ont montré que le second terme, celui de correction, est environ 1000 fois plus faible que $\partial s / \partial T$. Cependant il faut toujours exprimer la capacité thermique en fonction du champ interne.

2.1 Prise en compte du champ démagnétisant sur le calorimètre

Pour faciliter les échanges thermiques entre l'échantillon et la plateforme, l'échantillon est placé dans la longueur du support (Figure II-29), ce qui amène l'expérimentateur à être vigilant sur l'effet du champ démagnétisant. Dans notre cas, les mesures sont effectuées au CRISMAT par Vincent Hardy sur la composition de l'oxyde $\text{Pr}_{0.65}\text{Sr}_{0.35}\text{MnO}_3$.

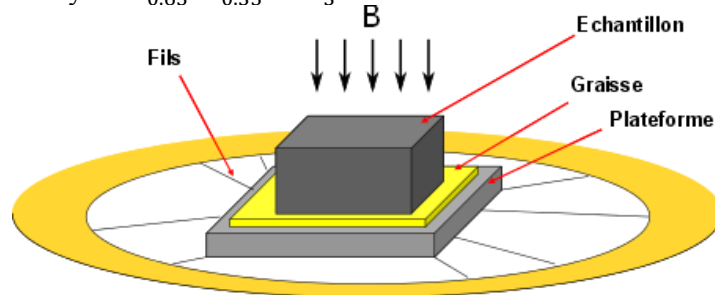


Figure II-29 Configuration type dans le PPMS (extrait Guillou)

La mesure au calorimètre donne $c_H(H_a, T)$. En se plaçant dans l'approximation du coefficient de champ démagnétisant moyen, $H = H_a + NM(H, T)$, nous devons alors inverser cette relation pour

obtenir une fonction telle que $H = f(H_a, T)$. Le coefficient de champ démagnétisant est donné par la lecture des tables d'Aharoni, soit $N_d = 0.45$.

Une bonne stratégie pour résoudre ce problème numériquement consiste à le formuler comme une inversion de table avec une méthode d'interpolation, ici une méthode linéaire. La Figure II-30 montre l'écart entre le champ interne et externe.

Input 1	Input 2	Output	Point d'interpolation
T	$H_0 = H + N_d M(H, T)$	H	H_a, T

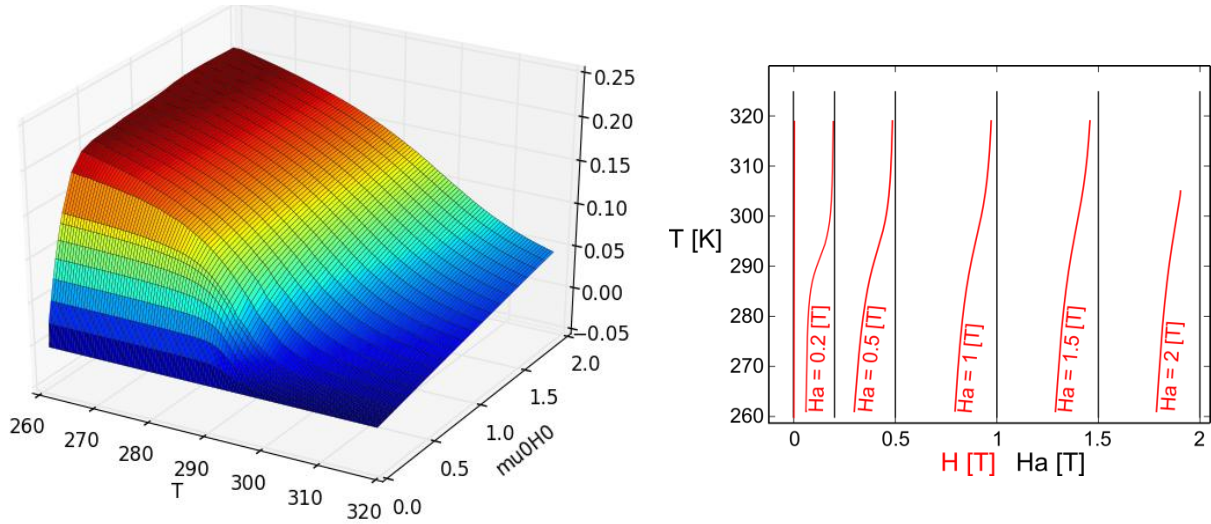


Figure II-30 Différence entre les champs appliqué et interne

En utilisant la méthode d'inversion, $c_H(T, H)$ est obtenue à partir de la capacité thermique mesurée $c_H(T, H_a)$. Les courbes à 0 T ne sont pas parfaitement identiques de par les méthodes d'interpolation et de lissage. Le lissage est important car ces données sont utilisées pour la modélisation numérique. L'application de la relation de Maxwell donne la Figure II-32.

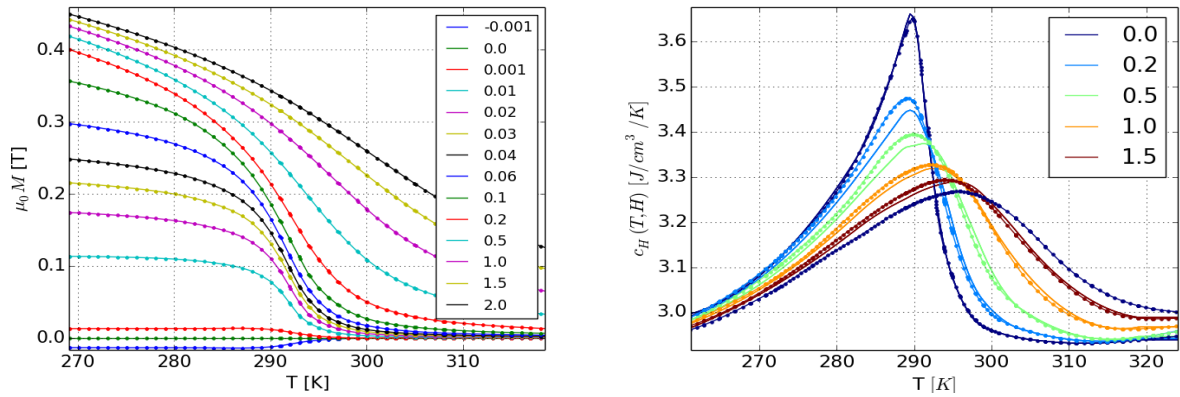


Figure II-31 Aimantation et capacité thermique de l'oxyde en fonction du champ appliqué (point) et interne (ligne)

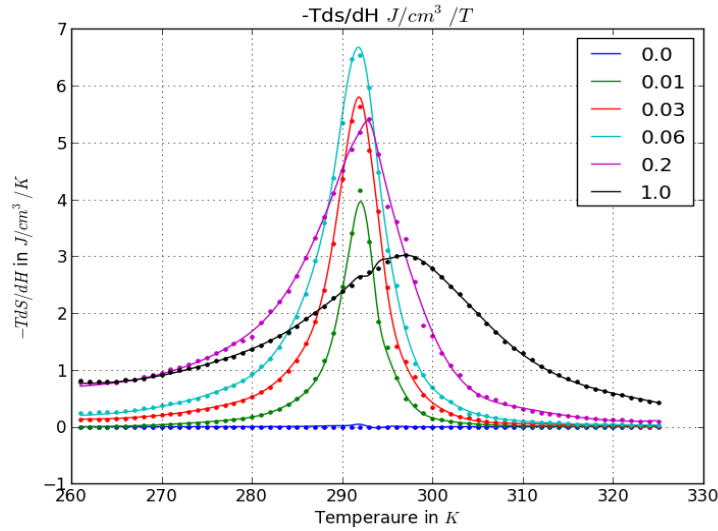


Figure II-32 $Tds/dH(T, H)$ en point les mesures et en trait plein le résultat du fit

Ces mesures vont constituer notre modèle matériau utilisé dans les simulations numériques.

2.2 Obtention du ΔT adiabatique

Du point de vue modélisation du cycle de réfrigération magnétique deux approches sont possibles :

- La première consiste à laisser le solveur temporel déterminer la température, mais si l'aimantation est rapide comme c'est le cas dans nos systèmes actuels, la résolution est coûteuse en pas de calcul ;
- La seconde consiste à stopper la résolution, pour directement imposer la température après aimantation, en supposant le processus adiabatique, synonyme dans notre cas d'une aimantation rapide.

La seconde possibilité implique d'être capable de calculer la température après aimantation. Implicitement le système (II-8) est supposé à variables séparables, soit s indépendant de T . Mais le cas réel se relève plus complexe de par la dépendance en H de la température, noté $T(H)$, comme le montre l'équation (II-8).

$$\int_0^T dT = - \int_0^H \frac{\partial s}{\partial H}(T(H), H) / \frac{\partial s}{\partial T}(T(H), H) dH \quad (\text{II-8})$$

Une autre possibilité est de reconstruire s mais alors se pose le problème du chemin d'intégration, car si théoriquement notre système doit être indépendant du chemin suivi, en pratique ce n'est pas exactement le cas. Cette indépendance équivaut d'après le théorème de Schwarz à l'égalité des dérivées croisées, ces dérivées secondes sont évaluées numériquement sur la Figure II-33.

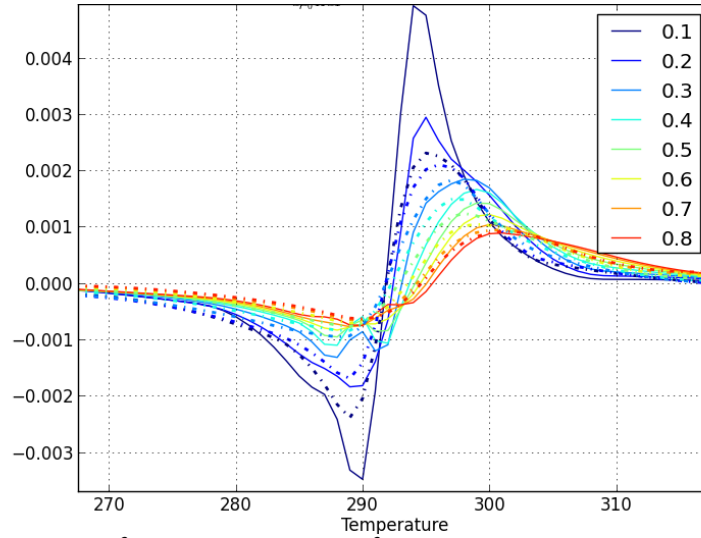


Figure II-33 $\partial(\frac{\partial s}{\partial T})/\partial H$ en pointillé et $\partial(\frac{\partial s}{\partial T})/\partial T$ en trait plein en $J.cm^{-3}.K^{-2}.T^{-1}$

Les interpolations successives affectent fortement le résultat, de plus ce dernier est très sensible aux erreurs de mesure puisque l'on dérive l'aimantation deux fois et la capacité thermique une fois. En conséquence, les résultats obtenus à la Figure II-33 sont peu robustes.

Les différences peuvent aussi venir du matériau lui-même qui dans le cas des transitions du 1^{er} ordre peut avoir des phénomènes irréversibles entraînant la création d'entropie, mais ce n'est pas le cas ici.

Au vu des différences entre $\partial(\frac{\partial s}{\partial T})/\partial H$ et $(\frac{\partial s}{\partial H})/\partial T$ que l'observe Figure II-33, il est difficile d'obtenir une dérivée totale exacte. Il est alors plus adéquat de formuler le problème sous la forme d'une équation différentielle ordinaire souvent appelée ODE (Ordinary Differential Equation) à résoudre sur $H \in [0, H_{final}]$. Cette formulation est identique à celle du solveur temporel si l'on introduit dt .

$$\frac{dT}{dH} = - \frac{\frac{\partial s}{\partial H}(T, H)}{\frac{\partial s}{\partial T}(T, H)} = f(T, H) \quad (II-9)$$

Si l'on impose le champ appliqué et non le champ interne, le système à résoudre est un système d'équations linéaires (II-10).

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial H} \frac{dH}{dH_a} + \frac{\partial s}{\partial T} \frac{dT}{dH_a} &= 0 \\ \left(1 + N_d \frac{\partial M}{\partial H}\right) \frac{dH}{dH_a} + N_d \frac{\partial M}{\partial T} \frac{dT}{dH_a} &= 1 \end{aligned} \quad (II-10)$$

En développant les calculs, nous obtenons la relation (II-11) :

$$\frac{dT}{dH_a} = - \frac{\frac{\partial s}{\partial H}}{\frac{\partial s}{\partial T} \left(1 + N_d \frac{\partial M}{\partial H}\right) - N_d \frac{\partial M}{\partial T} \frac{\partial s}{\partial H}} \quad (II-11)$$

En raison des formulations utilisées en magnétocalorie, trois méthodes pour l'obtention du ΔT_{adia} (Figure II-34) sont mises en oeuvre:

- Résolution de l'ODE en imposant implicitement que le champ appliqué H est égal au champ interne ($H_a = H$) ;

- Résolution de l'ODE en assurant la bonne correspondance entre le champ appliqué H_a et le champ interne H via les coefficients de champ démagnétisant $N_d = 0.45$. C'est la méthode la plus exacte ;
- En considérant la capacité thermique constante pour deux valeurs distinctes.

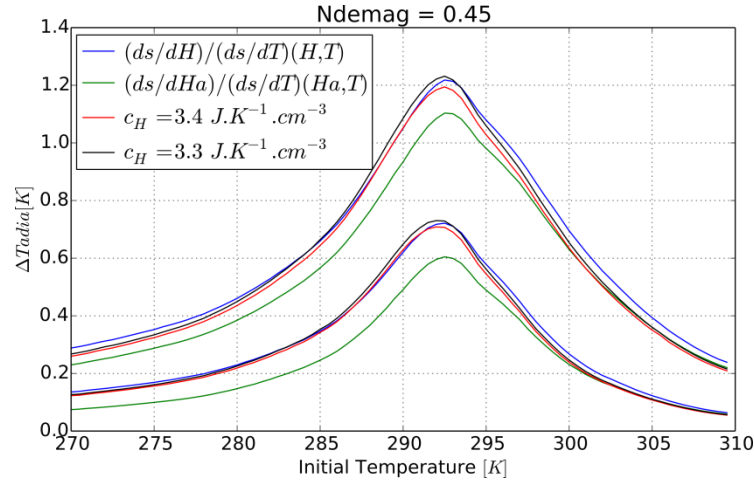


Figure II-34 Résultat du ΔT_{adia} pour les trois méthodes avec un champ de 1 T et de 0.5 T

L'utilisation d'une capacité thermique constante modifie le résultat de 1% (Figure II-34). Même si la variation de la capacité n'a pas d'impact majeur sur la variation du ΔT_{adia} , il est important de la prendre en compte car les échanges thermiques en sont affectés de façon plus marquée.

Il est important de signaler que les courbes ΔT_{adia} lors de la phase d'aimantation et de désaimantation ne sont pas identiques si elles sont tracées en fonction de la température avant la variation de l'aimantation. Par contre, elles le sont si on considère toujours le ΔT_{adia} par rapport à la température sans champ. La Figure II-35 montre les différences de ΔT_{adia} avec une température en abscisse qui représente la température de l'échantillon avant la modification du champ. Dans le cas de H_{up} , il s'agit de la variation de température lors de l'aimantation. Alors que dans le cas de H_{down} , il s'agit de la variation de température, associée d'un signe moins, lorsque le matériau est désaimanté.

Sur la Figure II-35, la variation de température lors de la désaimantation est déterminée avec deux méthodes. La première, notée « géométrique », est réalisée par une translation-dilatation de la variation de température lors de l'aimantation. Cette transformation géométrique consiste à décaler chaque point à la température T par $\Delta T_{adia}(T)$. La deuxième méthode consiste à résoudre l'équation différentielle ordinaire. C'est la méthode utilisée lors de l'aimantation. Les deux méthodes coïncident ce qui nous conforte dans le choix de la méthode de résolution utilisée.

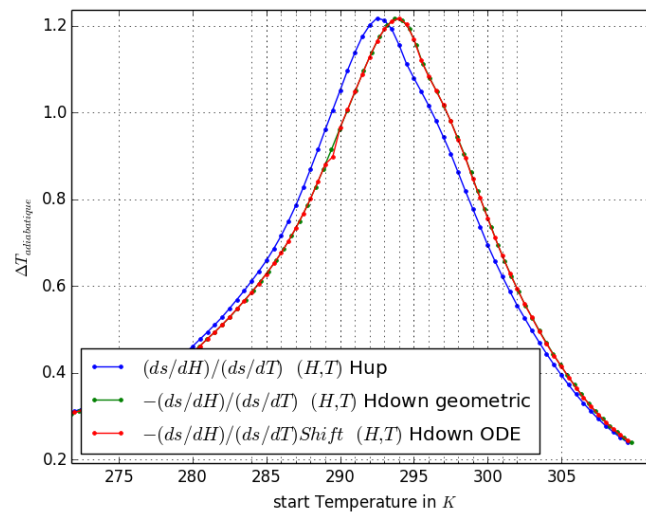


Figure II-35 ΔT_{adia} lors de la phase d'aimantation courbe H_{up} , et lors de la phase de désaimantation courbe H_{down}

2.3 Cycle de Brayton

A partir des caractéristiques du matériau obtenues expérimentalement, des cycles de Brayton sont simulés. La puissance froide notée Q_{cold} et le coefficient de performance (COP) sont calculés en fonction de la température initiale du cycle noté T_0 , température avant la phase d'aimantation, et de l'écart de température entre la source froide et la source chaude, noté ΔT_{source} .

Le COP est calculé par deux méthodes. La première consiste à évaluer les échanges sur une transformation réversible à partir de la variation d'entropie ou de la capacité thermique (II-12).

$$Tds = \left(T \frac{\partial s}{\partial T} - T \frac{\partial s}{\partial H} \frac{\partial M}{\partial T} \frac{N_d}{1 + N_d \partial M / \partial H} \right) dT + \left(T \frac{\partial s}{\partial H} \frac{1}{1 + N_d \partial M / \partial H} \right) dH_a \quad (II-12)$$

Si le matériau est suffisamment long pour que l'effet du champ démagnétisant, soit négligeable, la relation (II-13), classique, se retrouve bien.

$$Tds = \left(T \frac{\partial s}{\partial T} \right) dT + \left(T \frac{\partial s}{\partial H} \right) dH \quad (II-13)$$

La deuxième méthode consiste à évaluer le travail magnétique, c'est la méthode la plus directe. En pratique il y a un écart important entre les résultats de ces deux méthodes, comme le montre la Figure II-37. La méthode par le travail magnétique est la plus directe et la plus réaliste. La méthode à partir du flux thermique repose sur des propriétés de fermeture de la forme différentielle ds condition qui n'est pas remplie comme le montre la Figure II-33. Il n'est alors pas surprenant d'avoir des disparités entre ces deux méthodes. Le modèle matériau montre un manque de cohérence thermodynamique.

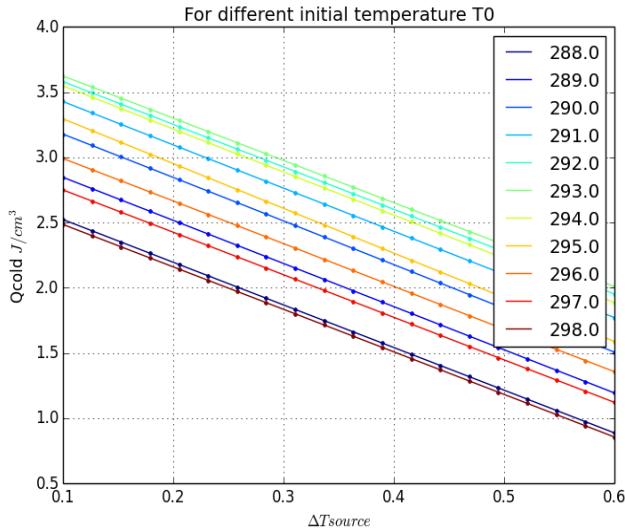


Figure II-36 Energie Froide du cycle de Brayton pour différentes températures initiales

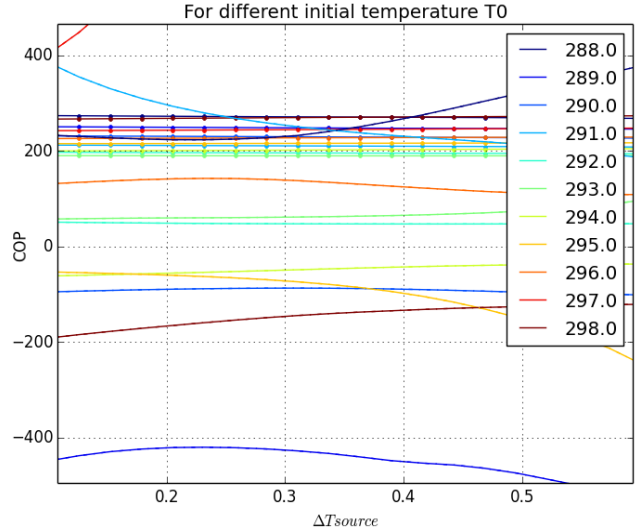


Figure II-37 COP du cycle de Brayton, en point la méthode magnétique et en trait plein la méthode thermique

2.4 Compatibilité thermodynamique des caractéristiques

Précédemment nous avons supposé avoir mesuré précisément la variation de l'entropie s . Supposons maintenant que ces mesures sont entachées d'erreurs. Ces erreurs ne proviennent pas d'une irréversibilité du matériau car dans ce cas, elles seraient visibles sur l'aimantation. Il s'agit donc de « légèrement » redéfinir les caractéristiques du matériau pour les rendre thermodynamiquement compatibles. Ainsi, la forme différentielle, associée à l'entropie ds , sera bien fermée. Dans cette forme différentielle, notée à l'équation (II-14), $c(T, H)$ est issu de la calorimétrie tandis que $M(T, H)$ est issu de la magnétométrie.

$$ds = \frac{c(T, H)}{T} dT + \mu_0 \frac{\partial M(T, H)}{\partial T} dH \quad (II-14)$$

Nous avons mis en place plusieurs stratégies : interpolation locale d'un réseau de courbes avec les autres mesures, moyenne d'intégration de différents chemins, formulation du problème comme un problème de minimisation. Cette dernière donne les meilleurs résultats, et c'est la seule méthode que nous allons détailler. Bien que le problème semble en apparence simple, il s'est révélé complexe de par son caractère bidimensionnel, des erreurs de mesures, des mauvais conditionnements numériques et des difficultés d'interpolation et de lissage en 2D de données qui ne sont pas placées sur une grille.

Cette méthode reformule le problème comme un problème de minimisation avec une norme quadratique.

$$\min_s \int_{\Omega} \left\| \nabla s - \begin{pmatrix} c \\ M \end{pmatrix} \right\|^2 d\Omega \quad (\text{II-15})$$

La discrétisation de l'entropie s est réalisée sur une grille de température et de champ plus fine que les grilles de mesures. Les données c, M sont déjà prétraitées par une interpolation et un « fit » pour chaque valeur de champ puis une interpolation en B-Spline cubique en 2D en champ et température. Le problème se reformule ensuite comme un problème au moindre carré matriciel où l'on ajoute une pondération avec le coefficient W comme le montre l'équation (II-16).

$$\min_s (Ax - B)^2 W (Ax - B) \quad (\text{II-16})$$

Du point de vue numérique, il est important :

- d'utiliser des méthodes liées aux matrices creuses ;
- d'utiliser des méthodes d'inversion directes car le système étant mal conditionné, il est sensible aux méthodes d'inversion ;
- d'estimer les dérivées par une méthode de différence finie centrée.

A partir de l'entropie construite, les paramètres du matériau sont déduits.

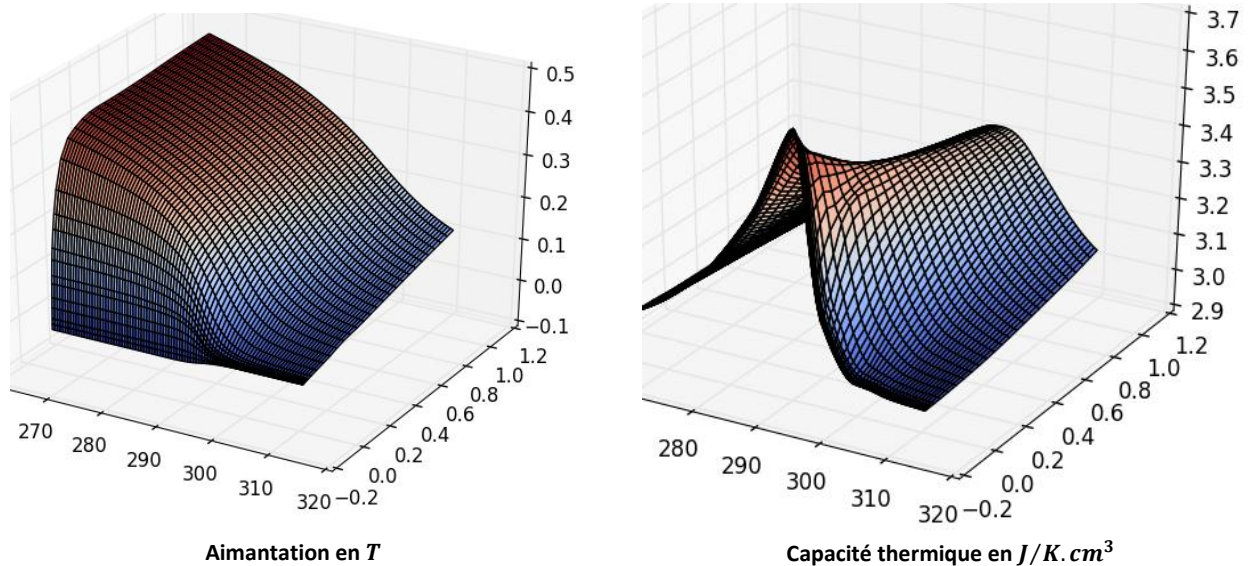


Figure II-38 Caractéristiques reconstruites fonction de la température et de $\mu_0 H$

A partir de ces données, le COP des cycles de Brayton sont calculés, la Figure II-39 montre des résultats plus cohérents mais pas encore équivalents. Aucun effet du solvateur n'est sensé intervenir car l'équation différentielle ordinaire (ODE) est résolue avec un pas de 1/1000 et plusieurs solveurs ont été testés.

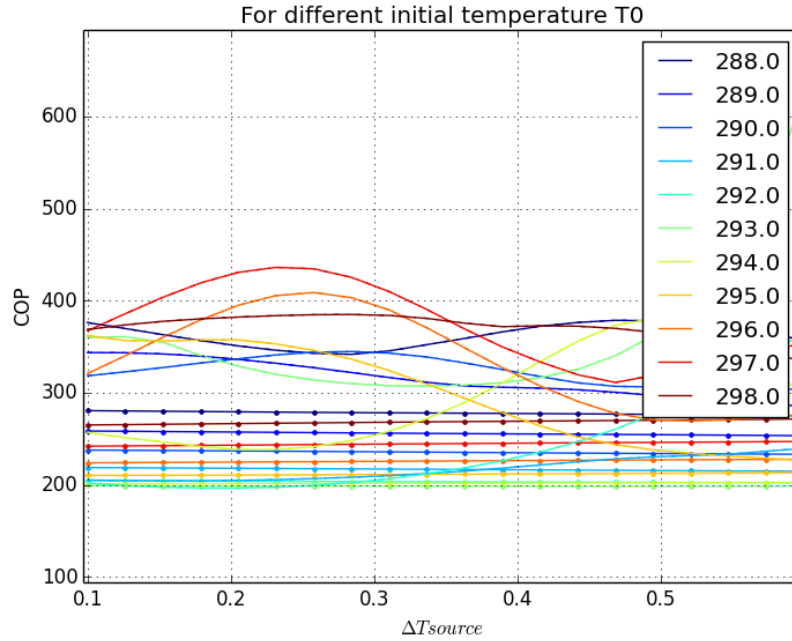


Figure II-39 COP du cycle de Brayton avec en point la méthode magnétique et en trait plein la méthode thermique

Nos données sont définies pour un pas de température de 1K, si nous réduisons ce pas à 0.2K, et nous constatons que les COP obtenus Figure II-39 oscillent avec une période liée au pas de définition de la température. Ces oscillations proviennent de l'interpolation par des méthodes B-Spline des données. Avec un pas de 0.1K, la Figure II-41 montre que les oscillations sont réduites.

L'allure du COP obtenue avec les deux méthodes est cohérente mais elles ne coïncident pas. Il y a de nombreuses hypothèses à prendre en compte : perte du matériau, biais de mesure sur la capacité thermique, mauvaise estimation du champ interne, erreur numérique de par le mauvais conditionnement numérique du COP... Il reste difficile d'identifier la source de ce décalage. La Figure II-40 révèle un manque de continuité dans la capacité thermique qui montre que des efforts restent à faire pour « lisser » les valeurs tout en conservant la cohérence thermodynamique.

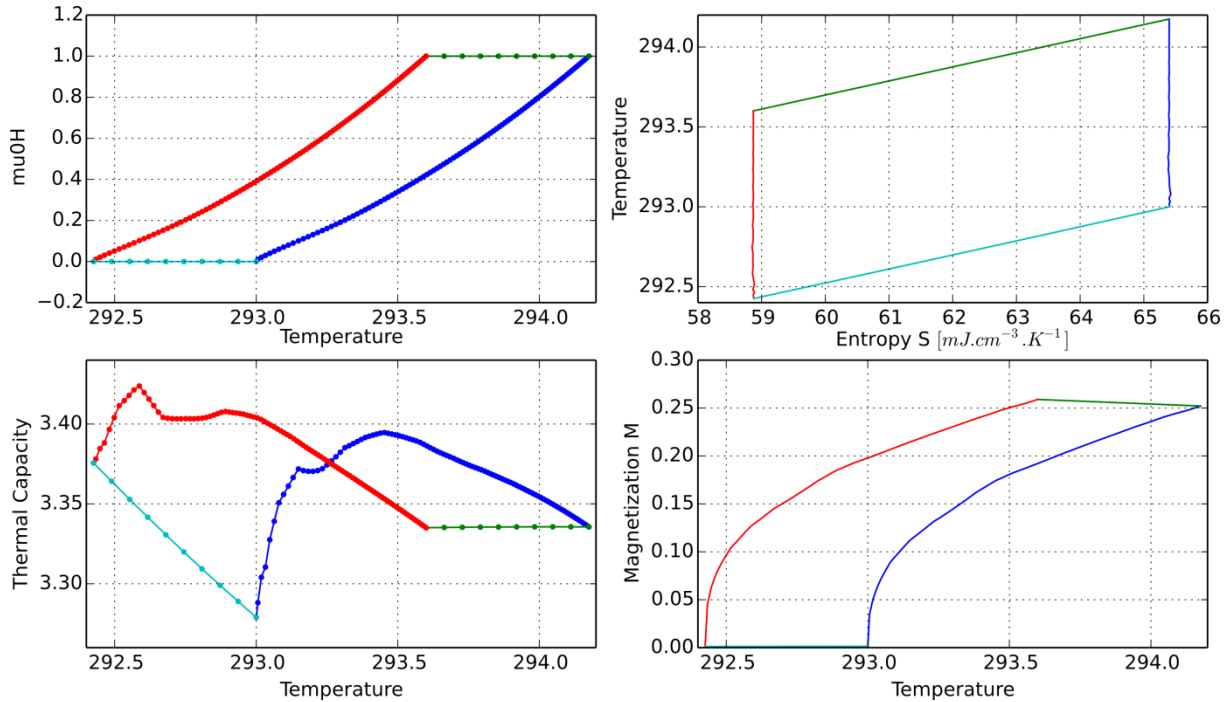


Figure II-40 Cycle de Brayton reporté sur les différentes caractéristiques

Même le plus faible des COP lié au cycle de Brayton est élevé, autour de 200 pour cette composition. Cette valeur doit être comparée à celle du cycle de Carnot, $COP_{Carnot} = T_{init}/\Delta T_{source}$, environ 600.

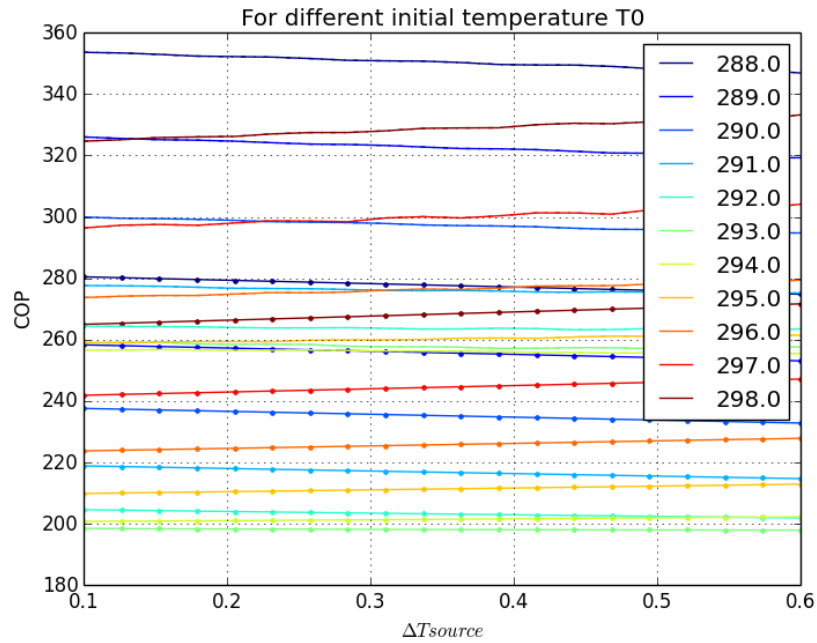


Figure II-41 COP sur un cycle de Brayton matériau défini avec un pas de 0.1K

2.5 Effet du solveur

La détermination de la température, basée sur la résolution d'une ODE, est réalisée avec plusieurs méthodes. Afin d'analyser ces méthodes un cycle d'aimantation / désaimantation est simulé et nous observons l'écart entre la température initiale et la température finale. La méthode explicite de Runge-Kutta 45 avec 100 points est consistante contrairement à la méthode explicite BDF (Backward Differentiation Formulas) et donne une erreur relative inférieure à 0.13%.

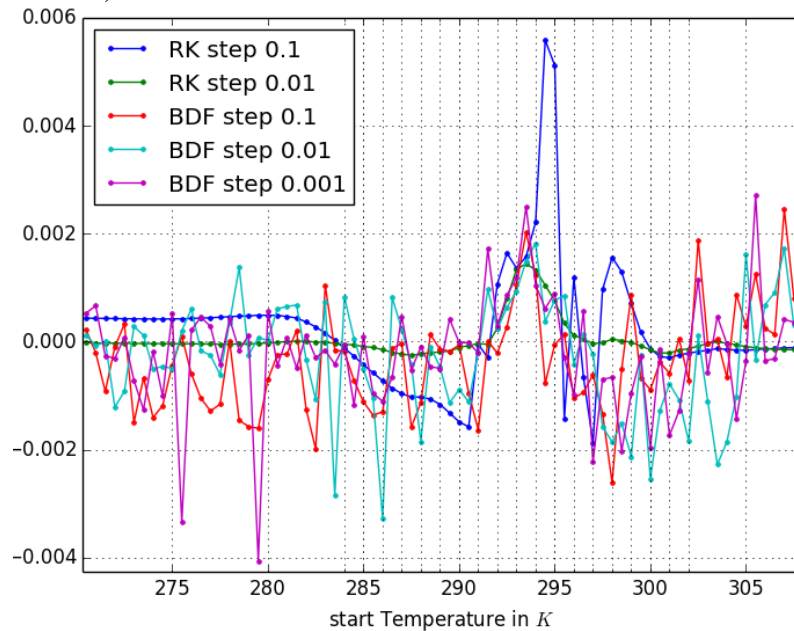


Figure II-42 Différence entre la température initiale et finale après une aimantation et une désaimantation en fonction du schéma numérique utilisé, RK pour Runge-Kutta (4)5 et BDF pour Euler arrière

2.6 Conclusion sur les modèles matériaux

Les modèles matériaux sont essentiels pour la modélisation, ils doivent décrire précisément leur comportement, être les plus continus possibles afin de faciliter la résolution des équations différentielles et être les plus simples possibles afin de faciliter son évaluation.

Différentes classes de modèle existent, basés soit sur une approche théorique comme le modèle de Weiss Debye Sommerfeld (WDS) (Tishin et Spichkin 2003), soit sur des modèles analytiques construits à partir de mesures (Siddikov, Wade, et Schultz 2005) ou à partir des mesures interpolées. Le modèle de WDS est une relation implicite qui reflète mal le comportement du matériau car l'aimantation est toujours à saturation. La construction d'un modèle analytique à partir de mesures est une démarche délicate et incertaine, qui ne présente pas d'intérêt par rapport à une interpolation directe des données. L'interpolation et l'ajustement des surfaces doivent permettre d'adoucir les données du modèle, lesquelles sont souvent bruitées de par les techniques de mesure. Les données doivent aussi être suffisantes pour que l'interpolation n'introduise pas d'erreurs importantes.

L'introduction de modèle simplifié avec une capacité thermique constante montre des résultats sur un cycle élémentaire cohérent si l'on évalue le COP via le travail magnétique. Les erreurs sont de l'ordre de ± 30 sur le COP et de $\pm 0.1 \text{ J.cm}^{-3}$ pour le froid produit Q_{cold} . L'évaluation du COP avec la méthode thermique n'est plus valable.

Une question importante est la construction de données, afin de permettre un maximum d'interopérabilité entre les modèles et de permettre une flexibilité dans le choix des points. On symétrise systématiquement les données par rapport au champ H pour faciliter leur interpolation à champ nul. Une représentation sous forme de liste est choisie avec dans les colonnes $T, H, \frac{\partial s}{\partial H}, \frac{\partial s}{\partial T}, \dots$

Notre approche se résume en plusieurs étapes :

- Interpolation 1D et l'ajustement sur les lignes de mesure et suppression de mauvais points de mesure ;
- Interpolation 2D et détermination des caractéristiques fonctions des variables thermodynamiques choisies ;
- Détermination de l'entropie pour une fusion des données via la méthode des moindres carrés pondérés ;
- Détermination des caractéristiques par dérivation de l'entropie ;
- Formatage des données sous forme de liste, pour ensuite les utiliser pour les simulations.

Notre approche permet de garder une meilleure cohérence thermodynamique des données même si des écarts persistent. Elle montre aussi qu'il est important d'avoir des données initiales suffisamment raffinées. Dans le cas des matériaux avec des transitions du premier ordre, le traitement des données est plus complexe de par la difficulté d'effectuer la mesure à l'équilibre thermodynamique dans un système où de nombreux états métastables sont possibles.

3 Caractérisation dynamique

La puissance de refroidissement est liée au nombre de cycles par unité de temps, par la relation $P = f \times Q_{cycle}$ avec P la puissance en *Watt*, f la fréquence et Q_{cycle} l'énergie d'un cycle thermodynamique. Les facteurs limitant l'augmentation de fréquence sont la dynamique de l'échange thermique et la dynamique de réponse de l'EMC. La dynamique de l'échange thermique est liée à la géométrie, la conductivité et la capacité thermique au travers de la diffusivité thermique, notée D . Pour les matériaux magnétocaloriques, elle est environ de $3 \text{ mm}^2/\text{s}$ donc pour des pièces de 1 mm la constante de temps est de 0.3 s alors que pour $100 \text{ }\mu\text{m}$ elle est de 3 ms . La géométrie peut être choisie telle que la dynamique des échanges thermiques ne soit pas le facteur limitant. La question ici posée est de savoir si la dynamique de réponse de l'EMC peut être aussi faible que souhaitée.

Bien que nous n'ayons pas trouvé d'article directement associé, cette question est souvent indirectement abordée au détour de discussions ou d'articles. A notre connaissance une équipe en Russie travaille sur ces aspects avec un système bobiné à faible champ et avec une thermistance à faible temps de réponse. Dans l'article (Yibole et al. 2014), les auteurs utilisent une thermistance Cernox de temps de réponse 0.14 s avec un mise sous champ mécanique qui donne une variation de 10 T.s^{-1} . Tout récemment, l'article (Atanabe et al. 2014) montre que la dynamique sur $\text{La}(\text{Fe}_{0.88}\text{Si}_{0.12})_{13}$ est de l'ordre de la milliseconde.

Pour répondre à cette question, une manipulation de caractérisation dynamique de la variation de température due à l'EMC a été mise en place. Cette expérience offre ainsi la possibilité de tester le matériau sur un grand nombre de cycles et de mesurer les irréversibilités du processus.

3.1 Méthode d'aimantation dynamique

La présence des courants de Foucault limite l'utilisation de circuit magnétique pour des fréquences supérieures aux kilohertz. L'utilisation de bobine refroidie par eau ne permet pas la production de champ supérieur à 0.1T. Les bobines de Bitter permettent d'obtenir des champs plus élevés mais elles font appel à des techniques complexes qui demandent un grand savoir-faire. La décharge rapide de capacité limite le maintien du champ de plus quelques dizaines de millisecondes.

Ces constatations nous orientent sur une variation du champ engendrée par une mobilité mécanique. Comme nous ne souhaitons pas déplacer l'échantillon pour faciliter l'instrumentation, nous devons nécessairement déplacer la source de champ. Au vu des vitesses mises en jeu, un mouvement de rotation est imposé et afin de réduire les masses de ce système, des aimants ont été choisis pour réaliser la source de champ.

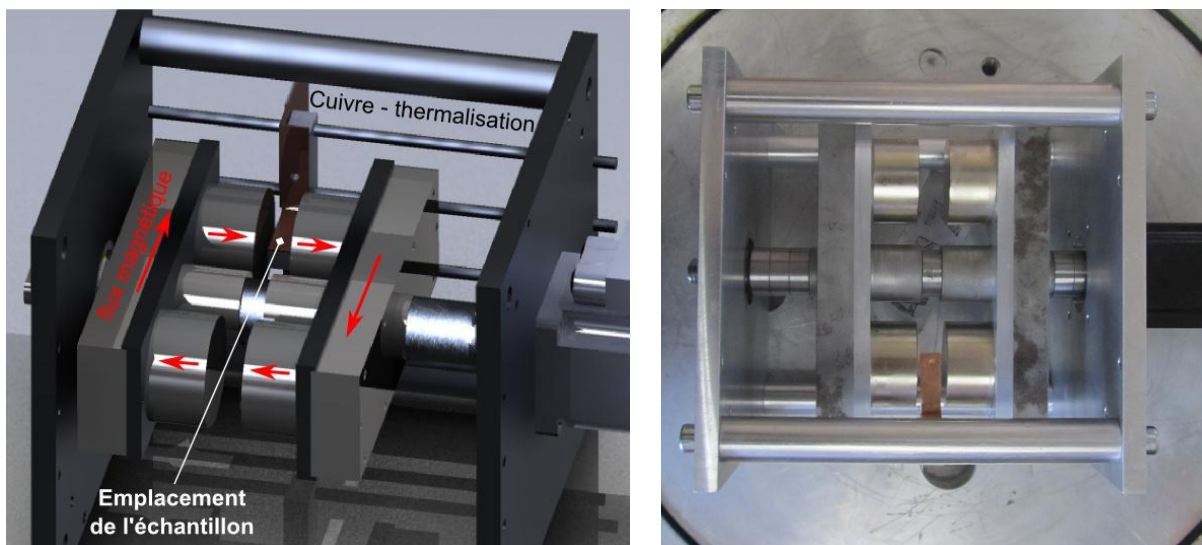


Figure II-43 CAO et photo du dispositif de caractérisation

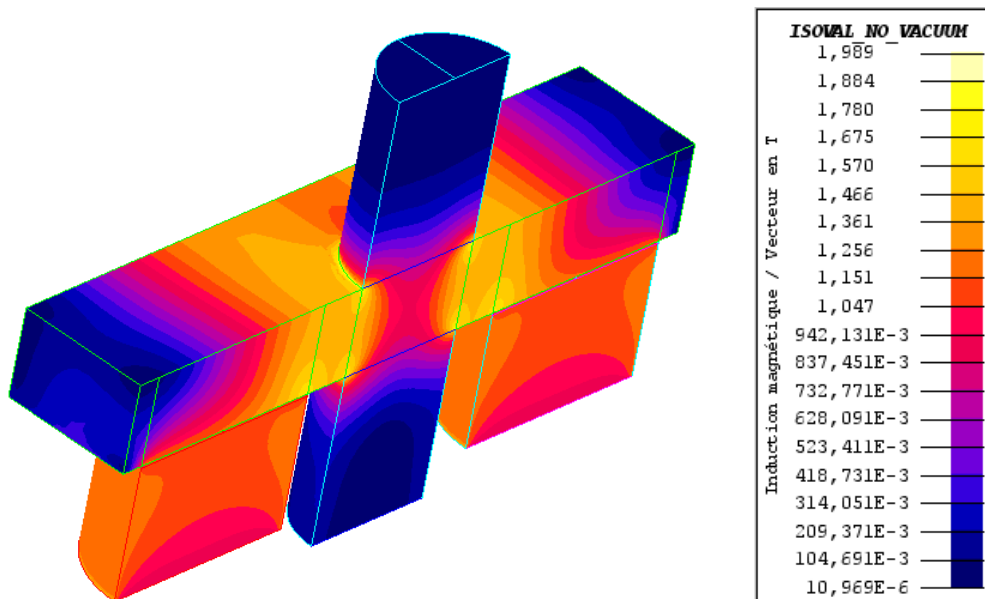


Figure II-44 Simulation sous flux

Nous ne détaillons pas les aspects techniques mais seulement les points les plus délicats sont cités :

- problème d'équilibrage : réduit grâce à une cotation géométrique qui nous permet de respecter au maximum les symétries ainsi qu'une structure utilisant le moins de matière possible et les matériaux les mieux appropriés ;
- bonne conception avec une bonne chaîne de cotes pour ne pas sur-contraindre le roulement ;
- problème lié aux forces centrifuges : évalué par des études de RDM ;
- problème d'accouplement : un accouplement direct par clavetage simplifie et rend plus robuste la conception ;
- un assemblage d'aimants avec des forces d'attraction qui peuvent atteindre 130 kg , l'ordre d'assemblage doit donc être scrupuleusement respecté ;
- aimants de grande série et de haute performance pour le prix et les délais d'approvisionnement ;
- simulation sous Flux pour étudier l'homogénéité, le dimensionnement du circuit magnétique, le profil de champ vu par l'échantillon et les forces magnétiques.

Les caractéristiques principales du système sont:

- un réglage de la valeur du champ en changeant les aimants ou la distance entre les aimants, comme illustré sur la Figure II-45 ;

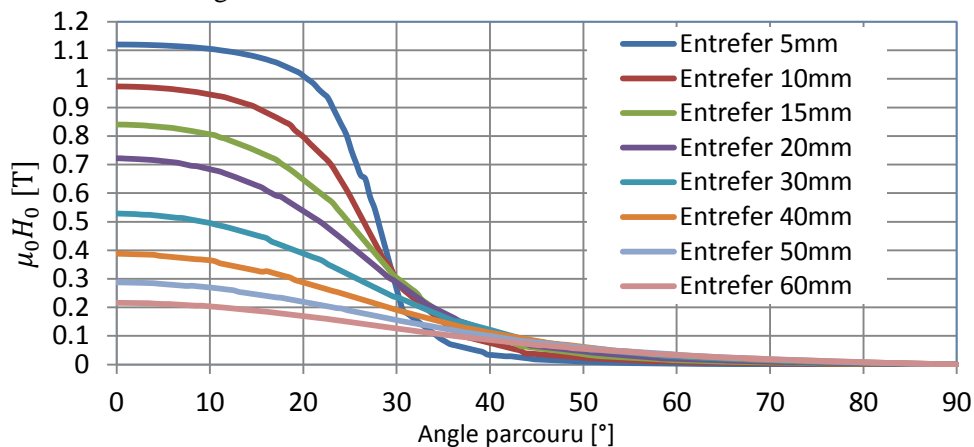


Figure II-45 Profil de champ en $\mu_0 H_0$ sur un chemin partant du centre des aimants pour différents entrefers

- changement du taux de montée du champ via le réglage de la vitesse de rotation. La valeur maximale de 1 T.ms^{-1} est atteinte pour 8000 tr.min^{-1} . Pour augmenter cette dynamique, l'orientation d'aimants sur un même côté de bras peuvent être alternée ou des pôles magnétiques peuvent être utilisés ;
- dans le pire des cas un entrefer de 60 mm d'entrefer, la variation du champ dans l'échantillon ($10 \times 1 \times 3\text{ mm}$) ne dépasse pas 5%.

3.2 Méthode de mesure thermique dynamique

Les techniques de mesures de température sont nombreuses et diversifiées. La documentation des fournisseurs dresse une bonne cartographie des solutions envisageables. Dans notre cas, la mesure doit avoir une sensibilité en bout de chaîne d'acquisition de l'ordre de 0.1 K sur une gamme allant de 260 K à 330 K et qui ne doit pas être affectée par le champ magnétique.

Compte tenu de notre dynamique de mesure les thermistances sont limitées puisque la meilleure dynamique est autour de 140 ms pour une « Cernox » mais cela dépend aussi du contact thermique. Les solutions thermographiques pour la résolution et la dynamique demandée sont extrêmement coûteuses. Nous avons alors opté pour une solution de thermocouple de type T ($46\text{ }\mu\text{V.K}^{-1}$) ouvert, c'est-à-dire que le circuit se ferme au travers du matériau. Les mesures ouvertes sont moins stables dans le temps de par un risque d'oxydation des métaux sur les zones des contacts. La tension aux bornes d'un thermocouple ouvert résulte de la tension Seebeck au niveau des deux jonctions, soit $S_{\frac{\text{Alliage1}}{\text{MMC}}}(T_{\text{jonction1}})$ et $S_{\frac{\text{MMC}}{\text{Alliage2}}}(T_{\text{jonction2}})$ avec S le coefficient Seebeck.

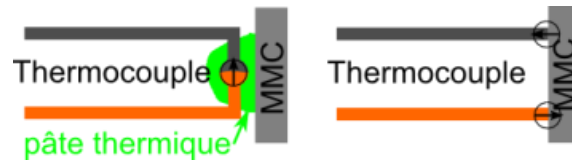
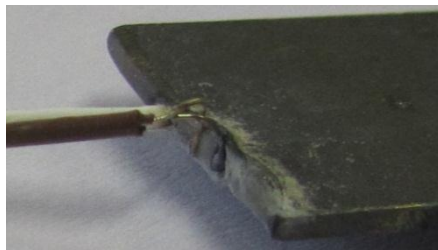


Figure II-46 Schéma d'un thermocouple fermé et d'un thermocouple ouvert

Plusieurs solutions ont été envisagées pour la connexion des thermocouples : soudage via un poste au TIG, soudage à l'arc électrique version maison. Le soudage au TIG altère l'échantillon car il est délicat de contrôler la puissance de l'arc avec les postes utilisés (Figure II-47.a). L'autre méthode utilise la décharge d'une capacité (Figure II-47.b). En raison des différences de capacité thermique entre le fil et la plaque, une électrode non fusible est ajoutée. La soudure obtenue est fragile. La solution du contact mécanique a été choisie car elle montre de bon résultat et elle est facile à mettre en place.



a) Effet du soudage TIG



b) Système de soudage à point

Figure II-47 Soudage du thermocouple

3.3 Méthode de caractérisation

Les différents éléments du dispositif sont représentés sur la Figure II-48. La circulation d'un fluide (eau ou éthylène glycol) évacue la chaleur produite par la cellule Peltier qui permet le refroidissement de l'échantillon à -40°C .

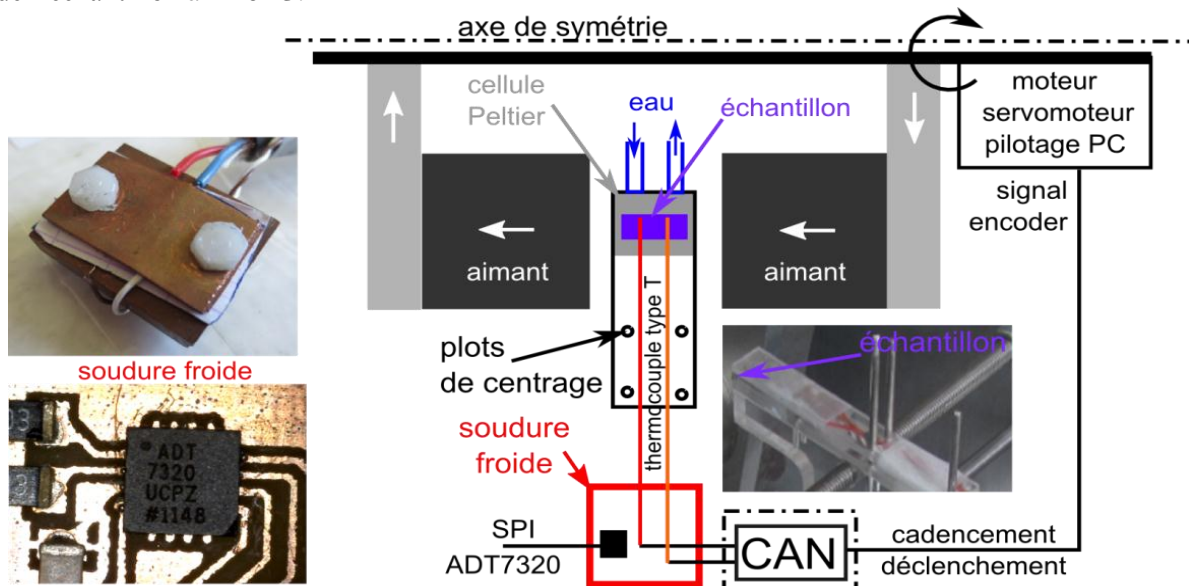


Figure II-48 Schéma de principe du prototype de caractérisation dynamique

Les caractéristiques de la chaîne de mesure de température données dans le Tableau 4 montrent que le rapport signal sur bruit est faible autour de 5. Pour s'affranchir de ce problème, des techniques de mesure synchrone sont utilisées. Ainsi, les mesures peuvent être cadencées par le signal du codeur de position lorsque l'utilisateur souhaite augmenter le rapport signal sur bruit. Le bruit étant supposé stationnaire et ergodique, la puissance du bruit est divisée par le nombre de tours sur lesquels la moyenne est effectuée. La robustesse de cette méthode repose sur la synchronisation des systèmes.

Dans notre cas, la technologie de capteur utilisé (Hyperface) présente un phénomène de gigue important (soit une fluctuation du signal de position du moteur). A 2000 et 50 tr. min^{-1} , la fluctuation est de respectivement 0.85 et 22 μs ce qui limite la diminution du bruit par un moyennage. Les temps entre les fronts ont été mesurés au moyen de compteurs sur une horloge à 80 MHz.

	Tension efficace de bruit/ Sensibilité	Précision absolue
Thermocouple type T ($46\mu\text{V}/^\circ\text{C}$)	X	$\pm 0.5^\circ\text{C}$
Soudure froide (ADT7320)	0.05 $^\circ\text{C}_{\text{rms}}$ (BP 4 Hz) 0.0078 $^\circ\text{C}$ (Sensibilité)	$\pm 0.1^\circ\text{C}$
Carte d'acquisition (NI 6289 USB)	10 μV_{rms} (BP de 750 kHz) 4 μV_{rms} (BP de 40 kHz) 0.8 μV (Sensibilité)	28 μV à (45°C)

Tableau 4 Caractéristique de la chaîne de mesure : mesurées pour la première colonne et issues des fiches constructeurs pour la seconde

La Figure II-49 montre le profil et l'amplitude de la tension obtenue, ici le sur-échantillonnage permet de filtrer le signal pour réduire le bruit (Figure II-49, courbe verte).

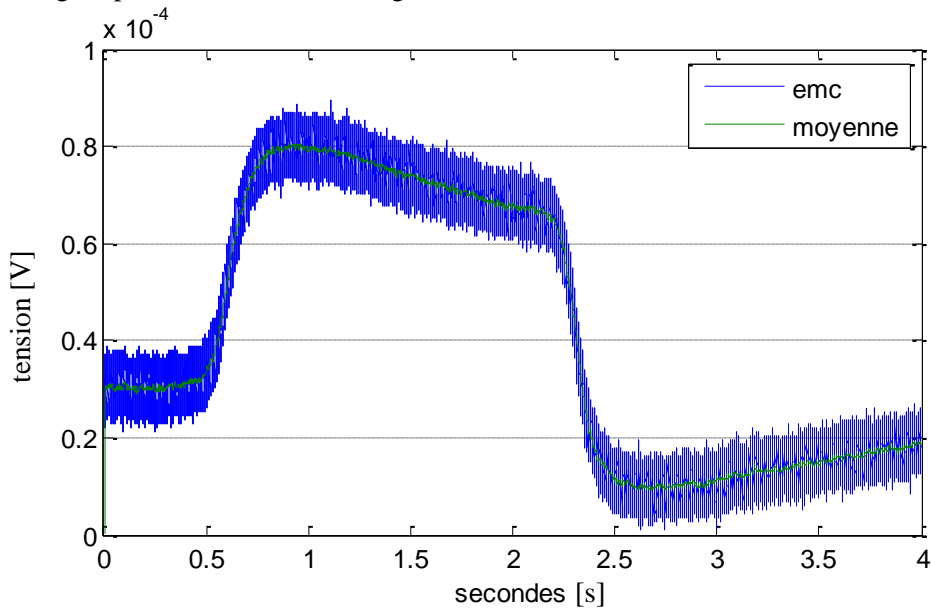


Figure II-49 Evolution de la tension aux bornes du thermocouple lors d'une rotation à la main des aimants

3.4 Difficulté liée à l'induction magnétique

Le problème majeur de ce dispositif est l'induction magnétique dans les fils de thermocouple, en particulier lorsque la fréquence de rotation est élevée. La tension du thermocouple est donnée par la relation (II-17) avec S la surface entre les fils de thermocouple d'environ 10^{-5} m^2 , $\frac{d\theta}{dt}$ la vitesse de rotation de l'ordre de 800 rd. s^{-1} (à $8000 \text{ tr. min}^{-1}$), $V(T_{\text{mat}}(s, \text{abs}(B)))$ fonction de la température du matériau, de l'entropie et de la valeur absolue du champ.

$$V = V(T_{\text{mat}}(s, \text{abs}(B))) - V(T_{\text{cold-junction}}) + \frac{d\theta}{dt} \int_s \frac{d\vec{B}}{d\theta} d\vec{S} \quad (\text{II-17})$$

Lors de nos premières mesures les pics de tension étaient de l'ordre de 2mV, comme illustré sur la Figure II-50.

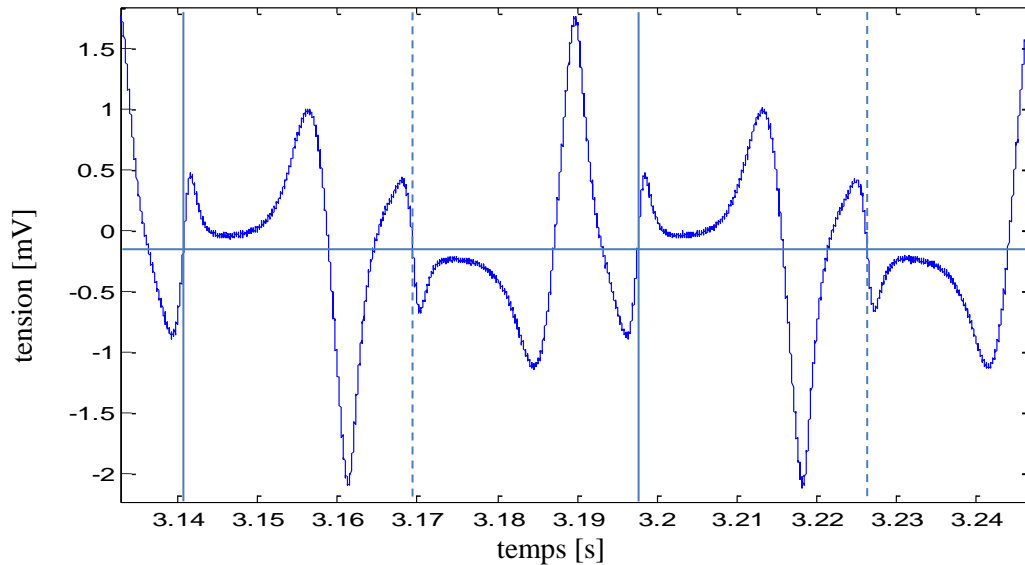
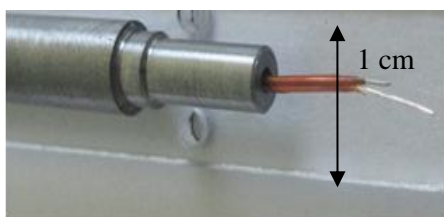


Figure II-50 Mesure d'un échantillon de Gd sans précaution à 1000 tr. min⁻¹

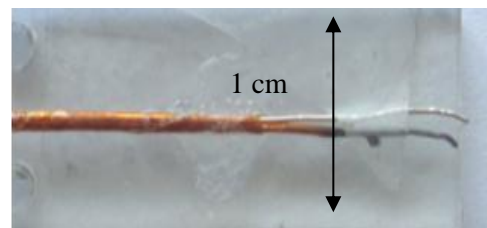
3.4.1 Diminution de l'induction par le positionnement des fils et des techniques de blindage

Dans un premier temps, différentes stratégies sont étudiées pour réduire l'induction magnétique dans les fils:

- le blindage avec des matériaux conducteurs non magnétiques (tresse en cuivre étamé, tuyaux en cuivre) sont inefficaces, les fréquences ne sont pas suffisamment élevées ;
- le blindage magnétique en utilisant un ruban de matériau très perméable (amorphe ou nanocristallin) ou un tube d'acier magnétique (Figure II-52.a) ne présente pas non plus d'amélioration nette. De plus, le ruban est difficile à enrouler tandis que le tube d'acier de taille « trop importante », de par les contraintes d'usinage, engendre des efforts importants sur le porte échantillon ce qui risque de le détériorer ;
- l'utilisation de fils de petite taille (diamètre 0.25 mm, réf. TC-B08) gainés ensemble ou des fils plus gros (diamètre 0.5 mm) avec des torsades très serrées permet de réduire l'amplitude de la tension induite autour de 200 μ V (à 2000 tr. min⁻¹) ;
- la Figure II-52.b montre que les fils de thermocouple doivent être dans le plan d'antisymétrie et former une surface telle que sa normale appartienne au plan d'antisymétrie. En effet le champ magnétique est perpendiculaire au plan d'antisymétrie ainsi si la surface formée par le fil est perpendiculaire, le flux dans le fil est nul. En pratique, tous les moyens disponibles pour respecter ce principe ont échoué.



a) Blindage avec un tube magnétique



b) Utilisation des fils de petites tailles

Figure II-51 Différentes configurations de fil de thermocouple

Pour assurer la reproductibilité de l'expérience et ainsi comparer des échantillons, les fils doivent avoir systématiquement la même position. Ils sont alors collés sur le porte-échantillon, lui-même maintenu en position via des plots de centrage comme illustré sur la Figure II-48. Ainsi, les phénomènes d'induction sont « globalement » similaires lorsque l'on change d'échantillon et peuvent être corrigés.

3.4.2 Utilisation des propriétés de symétrie géométrique

Dans un deuxième temps nous utilisons les propriétés de symétrie des signaux données par les symétries de la structure de champ, illustrées sur la Figure II-52. Ainsi le champ magnétique est paire en 0 et π et impaire en $\pi/2$ et $3\pi/2$. Comme l'EMC dépend de la valeur absolue du champ, le matériau doit se comporter de la même façon.

Dans la pratique, les propriétés de symétrie sont référencées par rapport à un angle arbitraire que nous déduisons à partir ces propriétés et d'une méthode de corrélation. Par exemple, la symétrie impaire $-V(-\theta + \varphi) = V(\theta + \varphi)$ (équivalent à $-V(\theta') = V(-\theta' + 2\varphi)$ avec $\theta = -\theta' + \varphi$) donne une corrélation de V avec $-V$ (Equation (II-18)) maximale lorsque $x = 2\varphi$.

$$(V * -V)(x) = \int_0^T V(x-t) * (-V(t))dt \quad (\text{II-18})$$

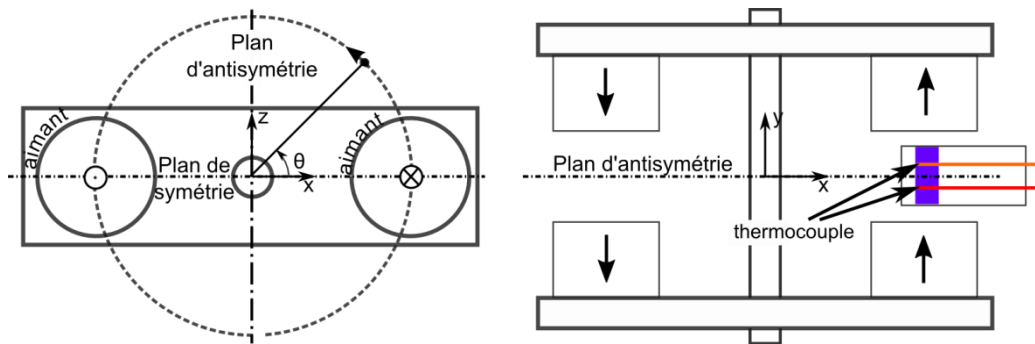


Figure II-52 Symétrie et antisymétrie du champ magnétique de la structure de champ

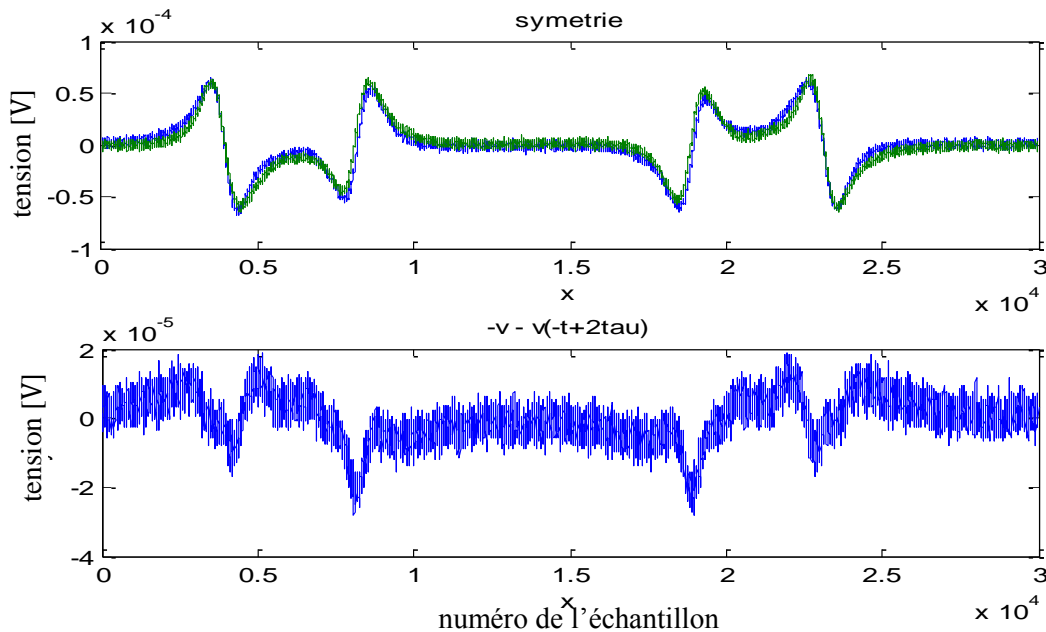


Figure II-53 Résultat de l'utilisation de la symétrie sur un échantillon non magnétocalorique, en ordonnée la tension du thermocouple en Volt, en abscisse le nombre d'échantillons lors de l'acquisition à 1000 tr. min⁻¹

La Figure II-53 devrait montrer un résultat nul mais les défauts de symétrie dus à des tolérances relâchées sur les aimants et d'autres tolérances mécaniques, nous éloignent d'une symétrie parfaite. Le

résultat obtenu est intéressant mais pas suffisant pour déterminer la dynamique du matériau car l'erreur représente 50 % de la tension due à la variation de température.

3.4.3 Symétrie temporelle – Inversion de l'axe des temps

La symétrie temporelle consiste à inverser l'axe des temps en posant $t' = -t$, ainsi les phénomènes d'induction sont de signes opposés. En ajoutant deux résultats d'essai pour des vitesses de rotation opposées où les phénomènes d'induction sont de signes opposés, l'effet des tensions induites est supprimé. Cette méthode a ses limites de par la capacité du système à imposer des vitesses de rotation opposées et de par la précision de la mesure de position.

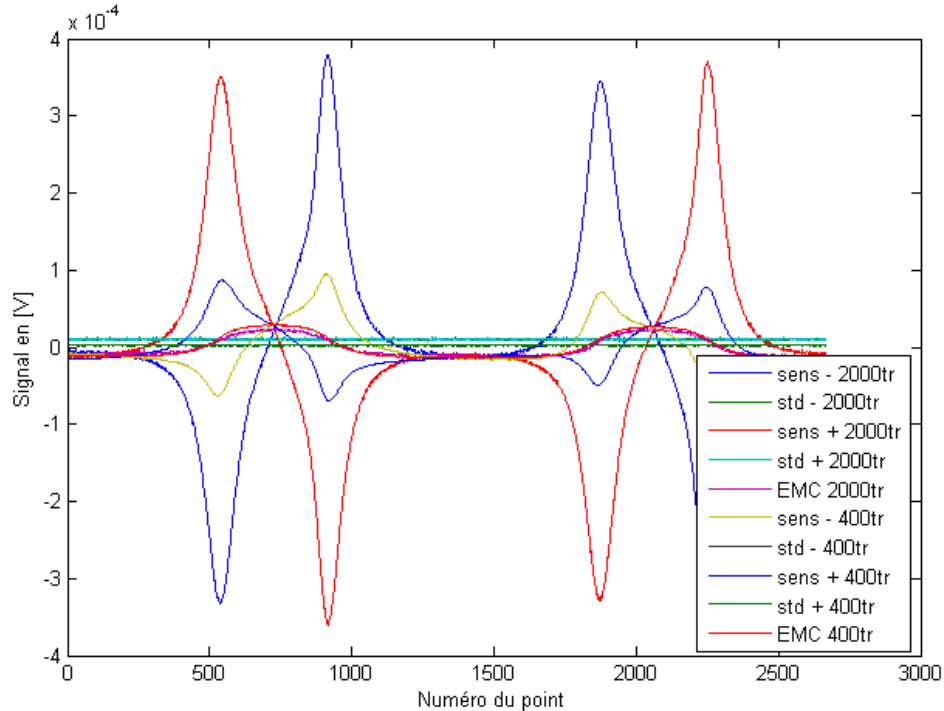


Figure II-54 Ecart obtenu en considérant des rotations en sens opposées pour 400 tr. min⁻¹, mesure à température ambiante avec un moyennage synchrone sur 10 périodes, std représente l'écart type entre ces mesures

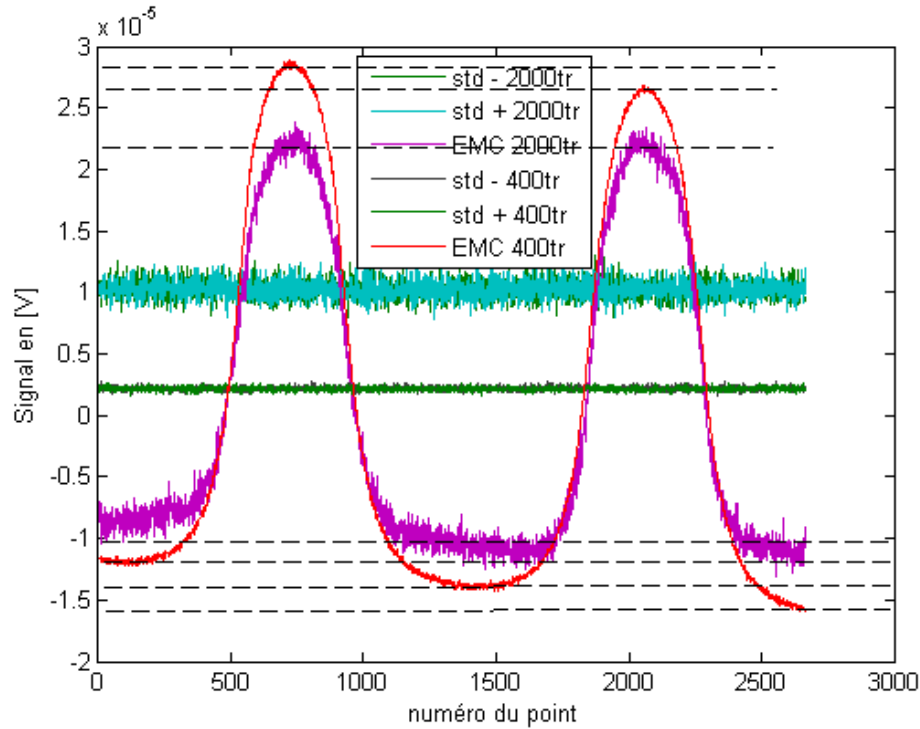
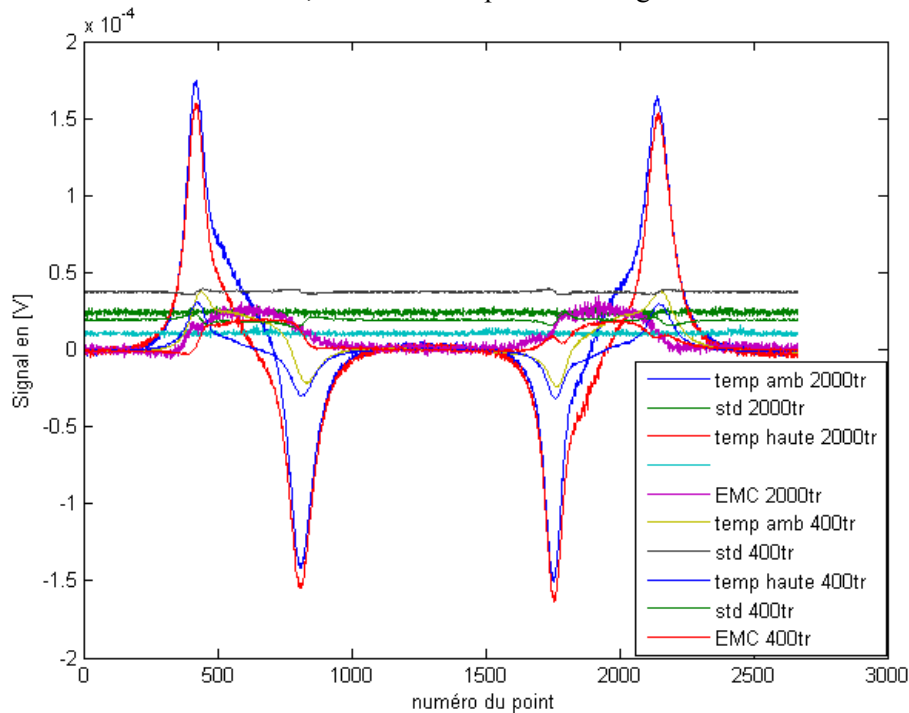


Figure II-55 Zoom de la Figure I-54

3.4.4 Mesure à deux températures de l'échantillon

Cette approche vise à considérer que le champ magnétique responsable du phénomène d'induction est indépendant de la température de l'échantillon. Ainsi, deux essais sont réalisés pour une température proche de la température de Curie et un autre bien plus élevée pour laquelle l'EMC est nul. La différence des deux signaux est observée afin d'avoir l'EMC. En pratique, cette méthode semble moins efficace que la méthode comparant deux sens de rotation. En effet le champ étant légèrement modifié par l'aimantation du matériau, l'induction dépend aussi légèrement de cette aimantation.


Figure II-56 Ecart obtenu en considérant deux températures pour 400, 1000, 2000 tr. min⁻¹, moyennage sur 10 périodes

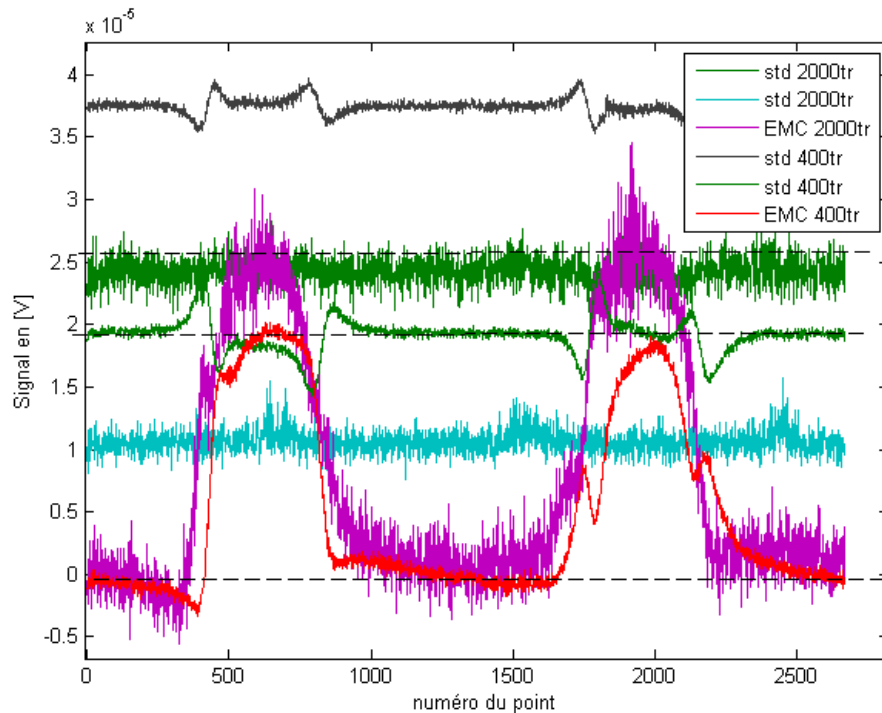


Figure II-57 Zoom de la Figure II-56

De nombreuses autres alternatives ont été analysées comme par exemple :

- utiliser la conservation du flux avec une mesure à trois ou quatre fils comme montré sur la Figure II-58 mais le montage ne permet pas d'annuler la tension induite ;
- amplifier le signal (Figure II-59) au plus près du système pour éviter l'induction ;
- fils de très petite taille dans un thermocouple chemisé (Figure II-60).

Les dernières solutions à exploiter, sont l'amélioration du blindage en utilisant des aiguilles, l'ajout de pôles sur les aimants ou encore, l'augmentation de la résolution du codeur de position pour mieux appliquer les stratégies précédentes.

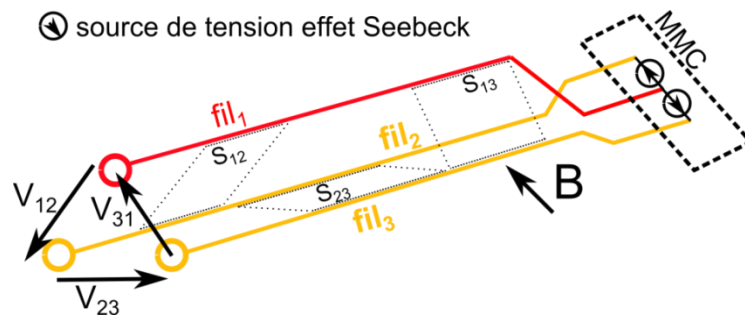


Figure II-58 Propriété de conservation du flux

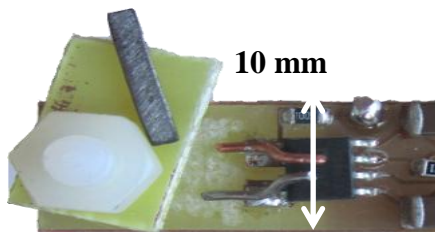


Figure II-59 Photos du dispositif avec amplificateur d'instrumentation au plus près



Figure II-60 Thermocouple chemisé de 450 μm avec la gaine INOX enlevée

3.5 Conclusion sur la caractérisation dynamique

Après différentes tentatives, la méthode de la symétrie temporelle a montré sa pertinence. Dans cette expérience, d'autres points sont à étudier comme l'effet de l'oxydation sur les thermocouples et surtout le comportement d'autres matériaux.

Dans le cas du gadolinium, la Figure II-55 donne les premiers résultats obtenus. Elle montre que l'effet reste présent pour des dynamiques d'aimantation d'environ 2 ms (essai à 2000 tr.min⁻¹). Cependant la valeur d'EMC est augmentée pour des dynamiques plus lentes d'environ 10 ms (essai à 400 tr/min). Dans ce dernier, la valeur de ΔT obtenue de 0.9 K est inférieure à celles relevées dans la littérature.

Le dispositif permettant la distribution d'un fluide dans le porte échantillon n'ayant pas été finalisé, les essais pour différentes températures sont à effectuer et feront l'objet des futurs travaux, tout comme des essais avec d'autres matériaux. D'autres points sont à améliorer comme l'ajout d'une autre technique de mesure de température en parallèle du thermocouple, une régulation en température.

III Cycles Thermodynamiques

Ce chapitre évalue les possibilités des systèmes de réfrigération magnétique et les compare aux systèmes conventionnels. Dans la première partie, les propriétés intrinsèques des fluides frigorigènes les plus utilisés, avec les MMC les plus prometteurs sont comparées. La principale limitation des MMC vient de leur faible variation de température de quelques degrés pour des champs facilement accessibles. Pour outre passer cette limitation et réaliser de la réfrigération magnétique, les cycles thermodynamiques sont cascades comme détaillé dans la deuxième partie. Les performances du système de réfrigération dépendent alors de la qualité des échanges thermiques entre les cycles thermodynamiques comme montré dans la partie 3. Un état de l'art des possibilités techniques du contrôle du flux thermique est aussi présenté avec une étude plus approfondie pour les solutions du contact mécanique et du thermosiphon. Ces études permettent surtout de montrer que des alternatives aux cycles AMR (cycle magnétique à régénération active) peuvent exister et qu'elles pourraient se montrer plus performantes et ainsi méritent que l'on s'y intéresse. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous nous intéressons aux sources de champ, à leurs limites théoriques et à leurs structures.

1	COMPARAISON DES SOLUTIONS DE REFRIGERATION	76
1.1	SYSTEME A COMPRESSION	76
1.2	EFFET MAGNETOCALORIQUE	78
1.3	EFFETS ELECTROCALORIQUES, BAROCALORIQUES ET ELASTOCALORIQUE	79
1.4	CONCLUSION DE LA COMPARAISON	79
2	VERS LA REFRIGERATION MAGNETIQUE	80
2.1	SYSTEME A ECHANGES DIRECTS.....	81
2.2	ECHANGE INDIRECT AVEC LES ETAGES DE PROXIMITE	84
2.3	ECHANGE INDIRECT AVEC DES ETAGES ELOIGNES ET MISE PLACE DE LA REGENERATION	85
2.4	SYSTEME A VAGUE DE CHALEUR	86
3	ECHANGES THERMIQUES.....	88
3.1	ANALYSE DU CYCLE THERMODYNAMIQUE	88
3.2	ETAT DE L'ART ET IDEES SUR LES INTERRUPTEURS THERMIQUES	91
3.3	APPROCHE THEORIQUE DE LA RESISTANCE DE CONTACT THERMIQUE	92
3.4	APPROCHE EXPERIMENTALE DE LA RESISTANCE DE CONTACT MECANIQUE.....	93
3.5	APPROCHE THEORIQUE DU THERMOSIPHON.....	96
3.6	APPROCHE EXPERIMENTALE DU THERMOSIPHON	98
3.7	CONVECTION FORCEE FLUIDE EN ECOULEMENT	99
4	SOURCE DE CHAMP	100
4.1	CONTEXTE.....	100
4.2	CONCENTRATION DU CHAMP DANS L'ELEMENT FERROMAGNETIQUE	104
5	CONCLUSION	107

1 Comparaison des solutions de réfrigération

Les techniques de réfrigération sont nombreuses : effet Peltier, thermoacoustique, absorption... Une comparaison de ces différentes technologies est complexe car elle nécessite la prise en compte de nombreux paramètres à la fois techniques, économiques, environnementaux et sociétaux... Ici nous nous attachons plutôt à comparer la réfrigération magnétique à la technologie dominante, celle des systèmes à compression de gaz réfrigérant. Nous regarderons aussi l'effet électrocalorique qui pourrait ouvrir de nouvelles perspectives.

Pour comparer ces différentes technologies, les critères suivants sont analysés :

- les variations d'entropie ΔS et de température dans des conditions adiabatiques ΔT_{adia} associées à la variation d'une variable d'état du système sur une plage réaliste sur le plan technologique ;
- l'efficacité du processus qui induit cette variation d'entropie ;
- la diversité des matériaux.

Nous nous plaçons dans un cadre que nous estimons cohérent sur le plan industriel, pour le choix du mode de fonctionnement (taux de compression autour de 5, champ magnétique autour du Tesla, tension autour de quelques kilovolts), le matériau utilisé... Dans cette partie on cherche à extraire des ordres de grandeur pour pouvoir comparer différentes technologies. Cette comparaison n'est pertinente que lorsque les points de fonctionnement sont identiques. Nous prendrons alors des précautions pour bien les présenter.

1.1 Système à compression

1.1.1 Variation d'entropie et de température

Le gaz HFC R134a, pris ici comme référence, est couramment utilisé dans les systèmes conventionnels avec un taux de compression autour de 5. En fonctionnement dans une installation de production de froid, le cycle thermodynamique produit est illustré sur la Figure III-1.

L'écart de température entre l'évaporateur et le condenseur, noté ΔT_{source} , est de l'ordre de 45°C avec une chaleur échangée côté évaporateur par cycle, notée ΔQ . Pour ce cycle thermodynamique la chaleur massique échangée ΔQ est égale à la variation d'enthalpie notée $\Delta H = 130 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Les ordres de grandeur de la densité volumique de puissance sont déterminés par une l'analyse simplifiée. La phase liquide a une masse volumique de $1200 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et la phase gazeuse a une masse volumique $15 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ à 3 bars et donc $45 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ à 10 bars (point de fonctionnement), en supposant le gaz parfait. En supposant avoir la même quantité massique de fluide dans l'évaporateur et le condenseur et la même quantité à l'état de gaz que de liquide, la masse volumique moyenne est de l'ordre de $45 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Alors la chaleur échangée par volume de fluide est de l'ordre de $6 \text{ MJ} \cdot \text{m}^{-3}$. De la même façon, la variation massique et volumique d'entropie est respectivement de $0.5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et de $20 \text{ kJ} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$ ($20 \text{ mJ} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$).

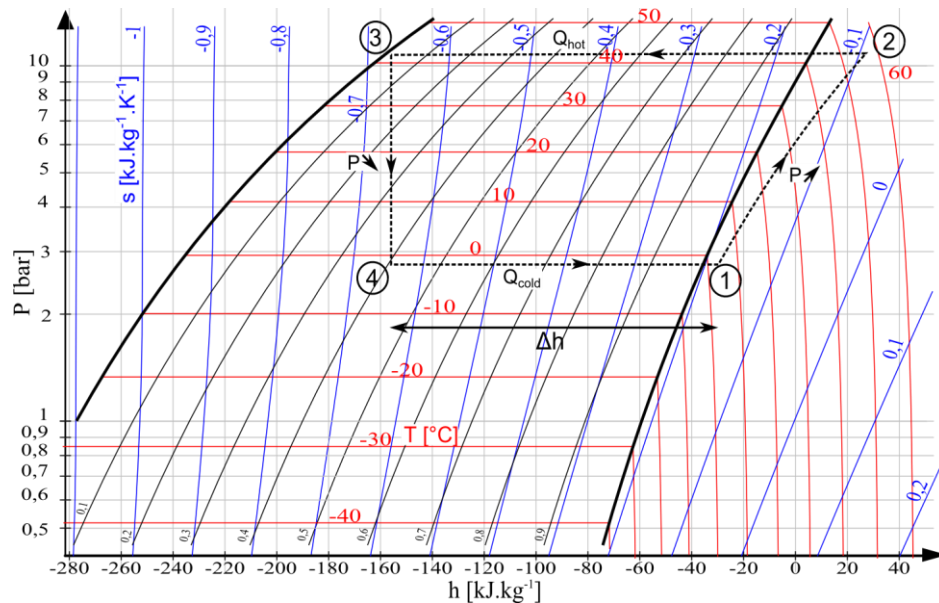


Figure III-1 Cycle de réfrigération conventionnel pour le gaz R134a avec P la pression, s l'entropie, h l'enthalpie et T la température, d'après [Propriété du fluide de P. Colonna, T.P. van der Stelt]

1.1.2 Efficacité du processus qui induit cette variation d'entropie

Le rendement effectif du processus de compression est de l'ordre de 60% (compresseur à piston), pour des taux de compression de 2 à 10 (Vrinat 2014). Par contre, le processus de détente induit aussi une perte d'énergie, qui n'est pas représentée sur la Figure III-1 et qui est difficile à quantifier, l'article (A. Lallemant 2014) donne des détails sur les aspects théoriques.

La Figure III-2 donne les COP des dispositifs de réfrigération à gaz. Les caractéristiques de fonctionnement des différents modèles fournies par des constructeurs sont présentées ici à titre indicatif afin d'avoir des ordres de grandeur. Les valeurs exactes dépendent de la taille des machines et de l'origine du constructeur. La température de condensation est de 40°C, des détails sur les conditions de fonctionnement sont précisés dans l'article (Vrinat 2014), comme la surchauffe à l'aspiration, la vitesse de rotation du compresseur...

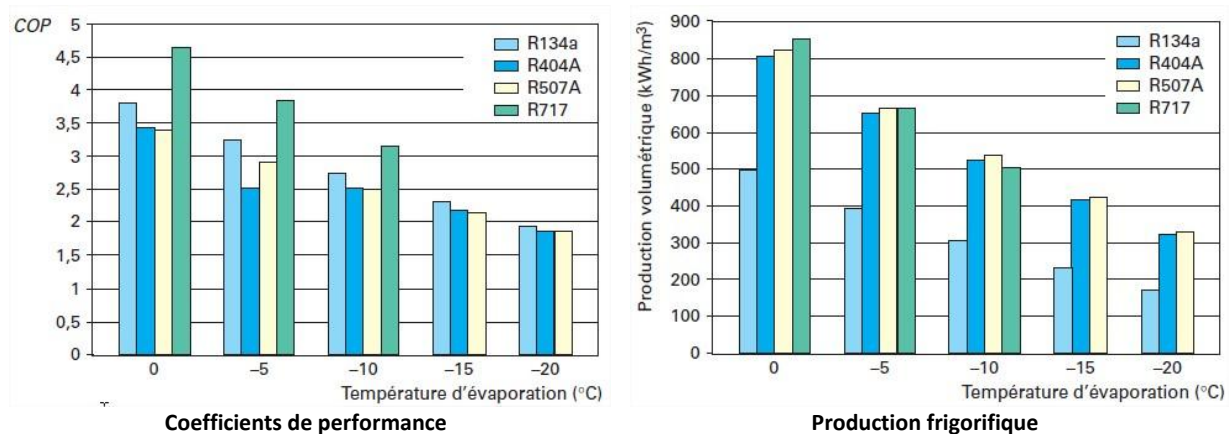


Figure III-2 Coefficients de performance des systèmes à compression de gaz, extrait de (VRINAT 2009)

L'échange de chaleur sous forme de gaz ou de liquide est nettement moins performant que dans un solide mais ces états de la matière ont l'avantage de pouvoir se déplacer et ainsi d'échanger avec différents éléments.

1.1.3 Alternative des gaz réfrigérants

Dans la littérature, il y a de nombreuses alternatives dans le domaine des gaz réfrigérants pour remplacer les gaz CFC et HCFC et diminuer l'utilisation des HFC. Les instances européennes ont

publié une étude complète sur les alternatives à ces gaz dans les applications de réfrigération et de climatisation (AFCE 2013). Ce rapport montre que tous les types de fluides frigorigènes, synthétiques (HFC, HFO, HC) et naturels (ammoniac, CO₂) sont nécessaires pour répondre à l'ensemble des applications variées du froid. Il est important de noter que beaucoup de solutions mettent en jeu des fluides plus ou moins inflammables dont la mise en œuvre requerra des questionnements en matière de sécurité, comme par exemple avec le R1234yf utilisé par l'industrie automobile.

L'article (Mani et Selladurai 2008) démontre l'intérêt des mélanges de gaz HC du type R290/R600a qui permettent des capacités de réfrigération supérieures de 20 et 50% au CFC R12 (Fréon) et donc des capacités de réfrigération nettement supérieures au HFC R134a.

1.2 Effet magnétocalorique

Dans la réfrigération magnétique, on impose en général un champ magnétique autour du Tesla ce qui reste un compromis pour limiter la masse d'aimant. Par exemple, dans le cas du prototype étudié au laboratoire, avec un champ de 0.8T la **masse d'aimant est six fois plus grande que le volume aimanté**.

L'article (Gschneidner Jr, Pecharsky, et Tsokol 2005) recense près de 200 matériaux. Nous présentons ici les matériaux que l'on estime les plus prometteurs pour des applications à température ambiante. Les recherches sur les matériaux, via les compositions, les stœchiométries et les substitutions, restent très actives pour l'amélioration des performances, la diminution des prix et la transposition de la production à l'échelle industrielle. Les articles (Gschneidner Jr, Pecharsky, et Tsokol 2005)(Sandeman 2012)(Gschneidner Jr. et Pecharsky 2008) et les thèses (Casanova i Fernández 2004; Guillou 2011; Rosca 2010) font une synthèse des matériaux intéressants pour la réfrigération magnétique.

Les composés *LaFeCoSi* (transition du 1^{er} ordre ou 2^{ème} ordre) peuvent être considérés comme les plus prometteurs pour la réfrigération magnétique en termes de production à l'échelle industrielle, d'effet magnétocalorique, de coût et de stabilité. De plus, des substitutions ou l'hydruration permettent de régler la température de Curie, T_c .

Les composés *MnFePSi* (transition du 1^{er} ordre ou 2^{ème} ordre) présentent aussi des performances intéressantes mais leur synthèse semble plus délicate de par la présence du phosphore.

Les oxydes (transition du 2^{ème} ordre) de type manganites, étudiés dans le chapitre précédent, sont intéressants mais les performances de ces matériaux restent au mieux similaires à celles du Gd.

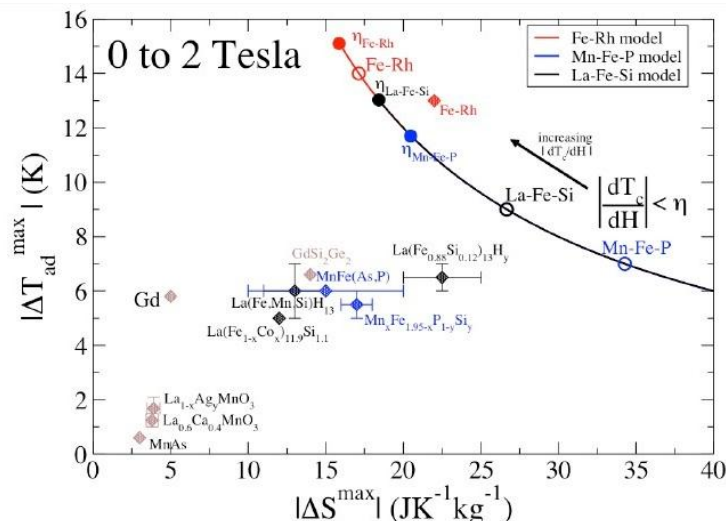


Figure III-3 Performances des matériaux magnétocaloriques autour de la température ambiante pour un champ appliqué de 2 T. Les losanges sont des données expérimentales avec des barres d'erreurs pour montrer l'effet des compositions. Les cercles sont les maxima théoriques (Sandeman 2012)

Le processus d'aimantation et de désaimantation est un processus efficace car il est basé sur le déplacement d'un aimant. Par contre, dans les matériaux avec une transition du premier ordre, il peut y avoir des pertes importantes dues à la transition de phase structurale.

1.3 Effets électrocaloriques, barocaloriques et élastocalorique

En électrocalorie, le champ interne noté E est imposé de façon à éviter le claquage du matériau. La géométrie du dispositif, distance entre les électrodes, impose alors la tension. Dans le cas où le matériau possède une électrode déposée, il n'y a pas de champ démagnétisant.

L'article (Ožbolt et al. 2014) compare directement des systèmes de réfrigération magnétique et électrique, mais les stratégies de réfrigération mises en place dans un domaine ne correspondent pas forcément à l'autre. Alors nous préférons comparer les propriétés intrinsèques des matériaux. L'article (Valant 2012) présente un état de l'art de l'électrocalorie, comme en magnétocalorie, que de nombreux matériaux sont envisageables. Suite à des collaborations avec le Laboratoire d'Ingénierie des Matériaux Polymères de Lyon, nous nous intéressons plus spécifiquement au poly-vinylidène fluorure-trifluoroéthylène chlorotrifluoroéthylène (P(VDF-TrFE-CTFE)) qui a été caractérisé via des mesures de flux thermique (Basso et al. 2013). On s'assure ainsi qu'il n'y a pas d'artefact théorique qui pourrait nous conduire à des valeurs erronées.

Conductivité [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]	Capacité thermique [J.K ⁻¹ .cm ⁻³]	ΔT_{adia} [K]	ΔS [mJ.K ⁻¹ .cm ⁻³]	Densité de courant [A.m ⁻²]	Tension [kV] ; Champ [kV.mm ⁻¹]
0.15	2.16	1	6	0.1 <i>max</i> , 0.005 <i>mean</i>	1; 50

Tableau 5 Ordre de grandeur pour le P(VDF-TrFE-CTFE), extrait de (Basso et al. 2013)

Le maintien de la polarisation implique un courant de fuite de 5 mA.m⁻². Ainsi, il est intéressant de définir un temps critique à partir duquel l'effet électrocalorique est compensé par l'effet Joule, soit $T \Delta S = j V T_{critique} / e$. Avec une épaisseur de $e = 20 \mu\text{m}$, une tension $V = 1 \text{ kV}$, notée V , et une densité volumique de courant de fuite de $j = 5 \text{ mA.m}^{-2}$, le **temps critique** est de $T_{critique} = 70 \text{ s}$. Afin de limiter les pertes par effet Joule, il faut impérativement travailler avec des périodes bien inférieures (50x, 100x) au temps critique alors que la conductivité thermique est entre 10 et 100 fois plus faible que les matériaux magnétiques. D'autres électrocaloriques, les céramiques PMN-PT (Shaobo et Yanqiu 2004) restent plutôt des mauvais conducteurs thermiques mais ont l'avantage d'être d'excellents isolants.

La conductivité thermique est construite comme la mise en série de lame d'air et de polymère avec $1 \mu\text{m}$ d'air et $20 \mu\text{m}$ de polymère. la valeur du Tableau 5 est ainsi obtenue. La faible conductivité thermique est contraignante pour la réfrigération mais des alternatives existent dans le milieu des polymères pour l'augmenter comme le montre l'article (Zhou, Zuo, et Ren 2012).

La variation des charges sur les électrodes pourrait être a priori un processus efficace avec, par exemple, l'utilisation de circuit résonant pour les amener et les récupérer. Les dispositifs magnétiques et électriques souffrent de différentes pertes d'énergie (actionneurs, conversion haute tension, courant de fuite, récupération de charge...). Actuellement il est difficile de comparer leurs performances. Par contre, le générateur haute tension ne nécessite aucun matériau critique sur le plan économique contrairement à la magnétocalorie qui nécessite des aimants.

Les effets barocalorique et élastocalorique sont moins étudiés et leurs applications encore moins. L'article (Lluís Mañosa) étudie l'effet barocalorique sur le NiMnIn et relève une variation d'entropie de $24 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ sous une pression de 2.6 kbar et autour de la température ambiante. Cette valeur est 20 fois plus grande que la valeur résultant du chauffage élastique. Les articles (Castillo-Villa et al. 2013; Lisenkov et Ponomareva 2012) étudient l'effet élastocalorique avec des ΔT_{adia} de 8°C pour une pression de 1 GPa.

1.4 Conclusion de la comparaison

Dans le tableau suivant, nous comparons une solution à gaz réfrigérant fréquemment utilisée au matériau magnétocalorique, aujourd'hui le plus réaliste sur le plan industriel et à un matériau électrocalorique qui a été caractérisé via des mesures directes de variation d'entropie.

	Gaz Réfrigérant	Magnetocalorie	Electrocalorie
Matériau	R134a	LaFeSiH	P(VDF-TrFE-CTFE)
$-\Delta S$ [J. K ⁻¹ . kg ⁻¹]	500	10	8.4
c_X [J. K ⁻¹ . kg ⁻¹]	Liq 1400, Vap. (1bar) 1000	700	1200
ΔT [K]	45	3.5	2.2
Variable contrôle X	3 - 10 bar	0 - 1 T	0 - 100 MV. m ⁻¹
ρ [kg. m ⁻³]	Choix 600 Liq. 1200, Vap _{1Bar} 34	7100	1800
ΔS [m]. K ⁻¹ . cm ⁻³]	240	71	15
c_X [J. K ⁻¹ . cm ⁻³]	Choix 0.8 Liq. 1.6, Vap _{1bar} 0.03	5	2.2
Conductivité thermique [W. m ⁻¹ . K ⁻¹]	Liq. 0.08, Vap _{1bar} 0.013	6 - 9	0.15
1/Diffusivité [s. mm ⁻²]	0.3 à 1 bar	0.24	14.3

Tableau 6 Ordre de grandeur pour les trois effets, les valeurs sont prises de (Bejan et Kraus 2003) pour le gaz , (Ulrich Legait et al. 2014) pour le MMC,et (Basso et al. 2013) pour le MEC

Le ratio va de 3 et 30 respectivement sur ΔS et ΔT en défaveur de l'effet magnétocalorique et encore plus pour l'électrocalorie. Même si les performances en terme de production de ΔT et d'échange de chaleur ΔQ sont importantes et en défaveur de la magnétocalorie, d'autres aspects sont à considérer :

- Nombre de cycles effectués par seconde : car il est possible d'aimanter et de désaimanter le matériau magnétique très rapidement afin d'augmenter la puissance ;
- Qualité des échanges thermiques : les matériaux solides ont une conductivité importante en général 100 fois plus grande ;
- L'augmentation du COP grâce à des processus d'aimantation/désaimantation plus efficaces énergétiquement ;
- Encore de nombreuses voies de recherche sur les matériaux à explorer.

La plupart des arguments cités ci-dessus sont aussi valables pour l'électrocalorie, seule la faible conductivité des polymères est une différence importante. Mais, l'utilisation de film de faible épaisseur autour du μm diminue cette contrainte.

Pour la magnétocalorie, l'élaboration à l'échelle industrielle passe aujourd'hui par des procédés de refroidissement rapide (atomisation, hypertrempe) qui conduisent à la formation de poudres et permettent des traitements thermiques moins longs que sur les composés massifs. La compaction de poudres peut conduire à de mauvaises propriétés mécaniques à cause du manque de cohésion du matériau. L'utilisation de poudre liée avec un polymère y remédie mais alors l'EMC diminue. Cette diminution est quantifiable par une homogénéisation du mélange. Par exemple si le polymère est chargé à 50% en volume, l'effet magnétocalorique est divisé par 2 car les capacités thermiques volumiques du MMC et du polymère sont similaires.

2 Vers la réfrigération magnétique

Cette partie présente les concepts mis en place pour surmonter les difficultés liées à la réfrigération magnétique ou électrique. Bien que nous parlions maintenant seulement de réfrigération magnétique beaucoup de ces concepts sont transposables à la réfrigération électrique.

Le premier axe à développer est de tirer profit de la dynamique de l'effet magnétocalorique, associé à la possibilité d'aimanter et de désaimanter rapidement. La diffusivité des matériaux magnétocaloriques est élevée, ce qui donne un temps d'échange caractéristique de 0.25 s sur une épaisseur de 1 mm. Un cycle thermodynamique étant composé de deux phases d'échange qui dure environ 3 fois le temps caractéristique, la fréquence de fonctionnement du cycle thermodynamique est autour de 0.5 Hz. Avec des plaques de 100 μm , la fréquence de fonctionnement est de 50 Hz. Ce raisonnement sous-entend que le MMC échange avec un matériau dont la dynamique est équivalente ou plus rapide. La limite de l'augmentation de la fréquence, en dehors de l'aspect technique, est la dynamique propre de l'effet magnétocalorique. Elle est explorée dans le dispositif de caractérisation que nous avons conçu. Le deuxième axe détaillé ici, est la mise en cascade (ou multiétage) de cycles thermodynamiques pour augmenter l'écart de température, noté ΔT et ainsi prétendre à la réfrigération magnétique. Les cycles thermodynamiques échangent entre eux par différents moyens, soit :

- le matériau échange directement avec un étage de température plus élevée et un étage de température plus basse que la température moyenne du matériau. Ces étages sont appelés étages de proximité ;
- le matériau échange indirectement avec ses étages de proximité ;
- le matériau échange indirectement avec ses étages de proximité et ceux éloignés pour accentuer la régénération.

Dans la suite, l'influence des échanges sur les caractéristiques des cycles thermodynamiques est analysé en terme de ΔT et de COP. Les cycles élémentaires utilisés sont des cycles de Brayton car ils requièrent des transformations iso-champ qui sont techniquement faciles à mettre en œuvre. Bien qu'il soit scientifiquement plus rigoureux de travailler sur le diagramme TS muni des courbes iso-champ et iso-énergie interne liées au matériau, notre raisonnement s'appuie sur des diagrammes TS schématiques afin de gagner en clarté. Par simplification, la température de Curie T_c est toujours adaptée au point de fonctionnement et les irréversibilités intrinsèques au matériau, phénomène d'hystérésis par exemple, ne sont pas prises en compte.

2.1 Système à échanges directs

2.1.1 Principe

Le diagramme thermodynamique TS, Figure III-4, représente un exemple de cascade de cycles thermodynamiques de Brayton. Les flèches en pointillées représentent le flux de chaleur.

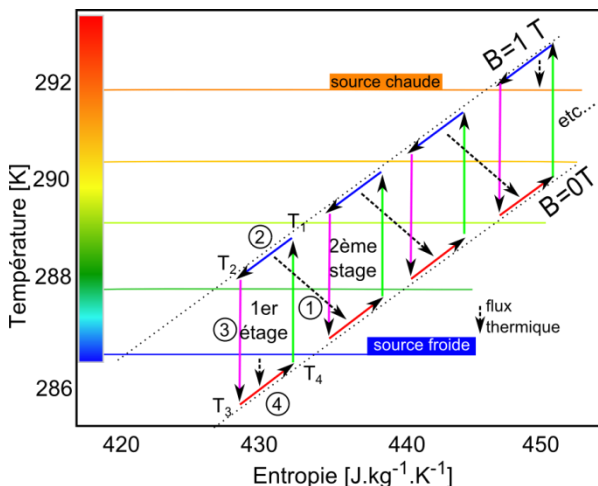


Figure III-4 Système multiétage à échange direct

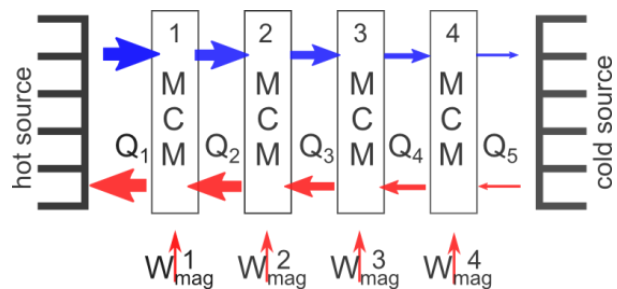


Figure III-5 Analyse des systèmes multiétages

Le système de la Figure III-6 est un exemple de système donnant le diagramme thermodynamique de la Figure III-4. Dans cette représentation, nous introduisons la notion de diode thermique, si la température est positive alors il y a un flux thermique, alors que si la température est négative le flux thermique est faible ou nul. Ceci n'est pas contraire au second principe de la thermodynamique puisque le flux thermique s'écoule toujours de la source chaude vers la source froide. Dans la Figure

III-6.a), la position verticale représente la température moyenne de l'étage et les doubles flèches représentent la plage de température de l'étage avec les couleurs associées. La Figure III-6.b) représente la phase où les étages pairs sont aimantés. Le flux de chaleur s'écoule alors de chacun de ces étages vers l'étage impair supérieur. De manière analogue, quand les étages impairs sont aimantés (La Figure III-6.c) le flux de chaleur s'écoule de ces étages vers les étages supérieurs associés.

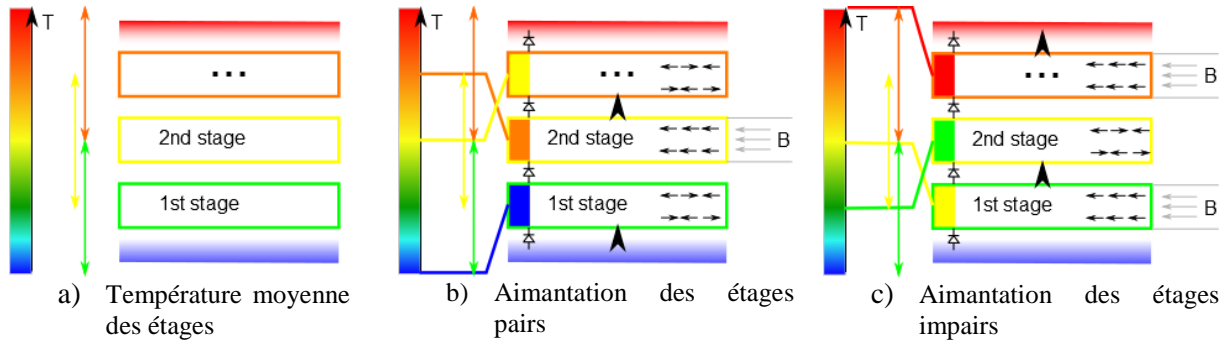


Figure III-6 Exemple de système multiétage à échange direct

2.1.2 Etude d'une cascade de cycles de Brayton

Tout d'abord il est important de remarquer que sur un cycle élémentaire de réfrigération $|Q_{hot}| > |Q_{cold}|$. Ce qui se traduit par un flux Q_{cold} croissant lorsque nous nous déplaçons de la source froide vers la source chaude (Figure III-5). Cette croissance est imposée par le COP de chaque cycle élémentaire. Si Q_{cold} est constant, cela revient à imposer un COP infini ou très grand. Cette analyse est formalisée dans l'équation (III-1) où N correspond au nombre d'étages. Dans l'exemple donné dans la Figure III-5 et la Figure III-7, nous avons $N = 4$.

$$\text{COP}_{\text{global}} = \frac{Q_{N+1}}{\sum_n W_{\text{mag}}^n} = \text{COP}_{\text{élé}} \frac{Q_{N+1}}{\sum_{n=2}^{N+1} Q_n} \quad (\text{III-1})$$

$$Q_n = Q_N + \sum_{i=n}^{N-1} W_{\text{mag}}^i$$

Dans le cas de l'oxyde $\text{Pr}_{0.65}\text{Sr}_{0.35}\text{MnO}_3$ caractérisé et modélisé au Chapitre 2, le $\text{COP}_{\text{élé}}$ vaut 200, pour N bien inférieur à 200, on a $Q_n = Q_N$ alors le $\text{COP}_{\text{global}}$ est égal au $\text{COP}_{\text{élé}}/N$.

A partir de l'analyse du chapitre 2, un modèle simple de matériau, indépendant du point de fonctionnement et avec un $\text{COP}_{\text{élé}}$ constant autour de 200, est défini pour analyser cette structure. Ainsi, la densité d'énergie froide produite sur un cycle s'écrit sous la forme de l'équation (III-2) avec Δs la variation d'entropie et c la capacité thermique du matériau.

$$Q_{\text{cold}}(\Delta T_{\text{élé}}) = T\Delta s - c\Delta T_{\text{élé}} \quad (\text{III-2})$$

Le ΔT_{global} représente l'écart de chaleur entre la source froide et la source chaude de tout le système. Il résulte du mode d'échange de chaleur entre les cycles. En se plaçant dans le cadre du cycle de Brayton représenté sur la Figure III-4, nous en déduisons que $\Delta T_{\text{global}} = N\Delta T_{\text{élé}}$. **Les cycles de Brayton mis en cascade donnent les résultats de l'équation (III-3) si N est bien inférieur à 200.**

$$\begin{aligned} \text{COP}_{\text{global}} &= \text{COP}_{\text{elem}}/N \\ \Delta T_{\text{global}} &= N\Delta T_{\text{élé}}(Q_{\text{cold}}) \end{aligned} \quad (\text{III-3})$$

2.1.3 Choix du point de fonctionnement sur le cycle élémentaire

Pour le système de réfrigération, plusieurs points de fonctionnement des cycles sont envisageables :

- soit un faible nombre d'étages donc un $\Delta T_{\text{élé}}$ important ce qui implique un Q_{cold} faible et donc un ajout de volume de matériau magnéto-calorique pour obtenir la puissance nécessaire ;

- Soit Q_{cold} important ce qui implique un $\Delta T_{\acute{e}l\acute{e}m}$ faible et donc aussi un ajout de volume de matériau magnétocalorique pour obtenir le ΔT nécessaire.

A partir du jeu d'équations (III-2) et (III-3) et ΔT_{global} constant, on maximise l'expression (III-4) afin d'avoir la densité volumique d'énergie froide produite par cycle maximale, ou dit autrement d'avoir le volume minimum de matériau magnétocalorique et d'aimant pour une puissance froide et un ΔT_{global} donnés.

$$\max_N \frac{Q_{cold}(\Delta T_{loc-source}) \cdot Volume_{\acute{e}tage}}{N \cdot Volume_{\acute{e}tage}} = \max_N T\Delta s/N - c\Delta T_{global}/N^2 \quad (III-4)$$

La densité de puissance maximale est obtenue pour le point de fonctionnement donné à l'équation (III-5). Ce résultat reste vrai quel que soit le champ appliqué.

$$\Delta T_{\acute{e}l\acute{e}m} = \frac{T\Delta s}{2c} = \frac{\Delta T_{adia}}{2} \quad (III-5)$$

2.1.4 Choix de la valeur du champ magnétique

Sur un cycle élémentaire à un champ et une température initiale donnés, l'optimum en termes de densité de puissance est atteint pour $\Delta T_{source} = \Delta T_{adia}/2$. A ce point de fonctionnement, les courbes bleues de la Figure III-7 illustrent l'évolution du COP et du ΔT_{adia} sur un cycle élémentaire de Brayton en fonction du champ magnétique dans le matériau. La courbe verte illustre le COP obtenu avec un système multistages avec un champ fixé à un 1 T, cette structure multistage produit donc le même $\Delta T_{global} = \Delta T_{adia}(1T)/2$ qu'une structure à champ variable. **Le ratio COP/COP_{Carnot} , appelé exergie, augmente lorsque le nombre d'étage diminue et donc que le champ appliqué augmente.** De plus l'ajout d'étage nécessite un volume de matériau magnétocalorique plus important. Ainsi, le champ magnétique appliqué joue un rôle capital en termes de volume de matériau et d'exergie. Grossièrement, un champ deux fois plus élevé permet d'augmenter l'exergie par 2 et de réduire la quantité de matériau par 4 (x2 pour le multistage et x2 pour avoir la même puissance froide).

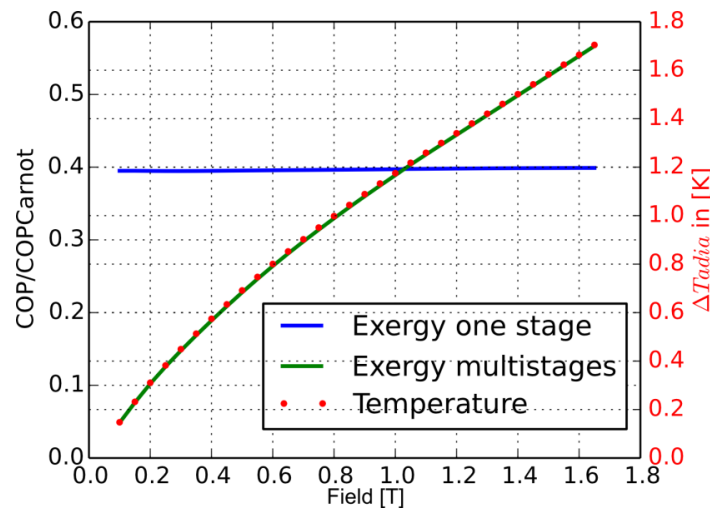


Figure III-7 Exergie et ΔT_{adia} fonctions du champ pour $\Delta T_{source} = \Delta T_{adia}/2$, la température initiale du cycle est de 293 K (matériau oxyde)

L'utilisation d'un autre matériau plus performant ou d'un autre cycle thermodynamique par exemple, modifieraient les résultats. Cette étude doit nous inciter à poursuivre des caractérisations « complètes » et raffinées des matériaux pour déterminer leur COP.

2.1.5 Comparaison des systèmes de compression à gaz avec l'oxyde magnétocalorique

Le Tableau 7 applique les relations précédentes dans le cas de l'oxyde pour différentes configurations : Q_{cold} faible en comparaison de $T\Delta s$ avec $\Delta T_{\acute{e}l\acute{e}m} \sim \Delta T_{adia}$, $Q_{cold} = T\Delta s/2$ avec $\Delta T_{\acute{e}l\acute{e}m} = \Delta T_{adia}$ et

différent ΔT_{global} . Ces résultats sont obtenus pour l'oxyde qui a des performances inférieures aux matériaux magnétocaloriques couramment utilisés.

Dans le prototype visé, pour une unité de volume de matériau magnétocalorique, il y a 30 fois plus d'unité de volume d'aimant, de matériau ferromagnétique et de matériau d'assemblage, les échangeurs et la pompe n'étant pas comptabilisés. Alors, la densité de puissance froide du dispositif de réfrigération magnétique est similaire aux systèmes conventionnels. Une augmentation en fréquence ou la réduction de la source de champ permettraient à la réfrigération magnétique de se distinguer de la technologie à compression de gaz. Cette analyse nous montre que les résultats obtenus, quelle que soit la technologie, sont similaires et qu'une étude raffinée pour chaque matériau, point de fonctionnement et système de réfrigération est nécessaire afin de pouvoir conclure.

ΔT_{global} [K]	40 = 313 – 273		60 = 313 – 253	
Q_{cold}	$\ll T\Delta s$	$\sim T\Delta s/2$	$\ll T\Delta s$	$\sim T\Delta s/2$
Q_{cold} [mJ.cm ⁻³]	~ 0	13	~ 0	8
ΔT_{elem} [K]	$\sim \Delta T_{adia}$ = 1.2	$\sim \Delta T_{adia}/2$ = 0.6	$\sim \Delta T_{adia}$ = 1.2	$\sim \Delta T_{adia}/2$ = 0.6
COP, matériau	6	3	4	2
P_{cold} à 1 cycle/s, [mW.cm ⁻³], matériau		13		8
COP-Gaz, système entier		3.5		2
P_{cold} -Gaz, système entier [mW.cm ⁻³]		0.2		0.07
COP-Carnot	6.8		4.2	

Tableau 7 Comparaison de système multiétage avec les systèmes de compression de gaz, $T_{hot} = 313K$ et $T_{cold} = 273$ ou 253

2.2 Echange indirect avec les étages de proximité

Comme illustré sur la Figure III-8, l'utilisation d'éléments de stockage entre les étages évite un échange direct entre les matériaux magnétocaloriques des différents étages, ce qui est technologiquement plus simple. Par contre, l'ajout d'un élément intermédiaire de faible conductivité thermique détériore les échanges thermiques et donc les performances du système.

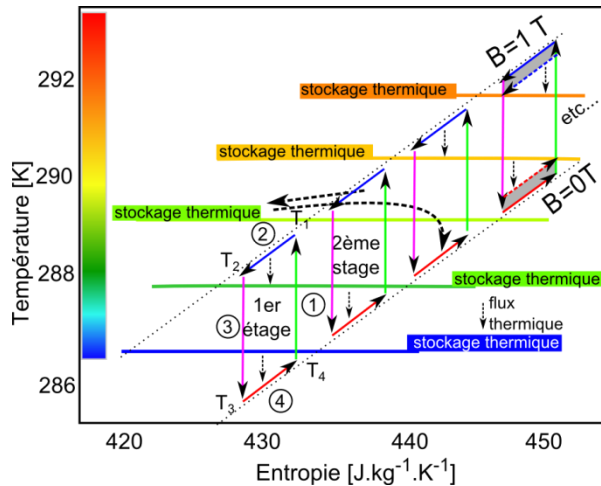


Figure III-8 Système multiétages avec un échange au travers d'un élément de stockage thermique

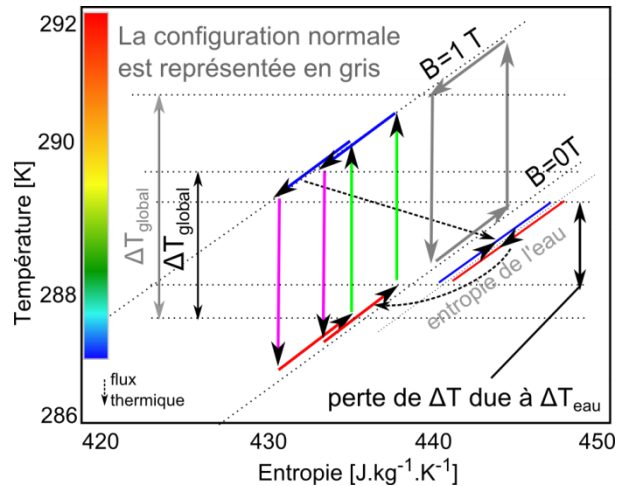


Figure III-9 Echange indirect via un élément de capacité thermique trop faible

Le système est stable, car lorsque l'énergie froide produite sur un cycle n'est plus assez grande, le ΔT_{source} diminue et ainsi l'énergie froide produite sur un cycle augmente et réciproquement. Nous cherchons à avoir un stockage avec une grande capacité thermique. En pratique elle peut ne pas être suffisante, La Figure III-9 illustre une diminution du ΔT_{global} . La relation (III-3) sur la température n'est donc plus valable, nous obtenons alors graphiquement la relation (III-6). Le nombre d'étage doit alors augmenter ce qui produit une diminution du COP.

$$\Delta T_{global} = N(\Delta T_{\text{élém}}(Q_{cold}) - \Delta T_{eau}) \quad (\text{III-6})$$

Le système donné à la Figure III-10 est un exemple de système réalisant le diagramme thermodynamique de la Figure III-9. Lors de la phase 1, les éléments magnétocaloriques aimantés donnent de la chaleur aux éléments de stockage, ici les carrés bleus. Dans la phase 3, les éléments magnétocaloriques reçoivent de la chaleur des éléments de stockage. Lors des phases 4 et 2, les éléments sont aimantés et respectivement désaimantés.



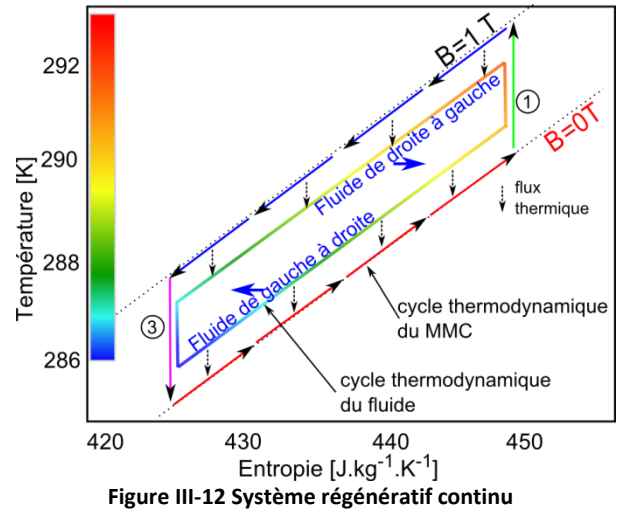
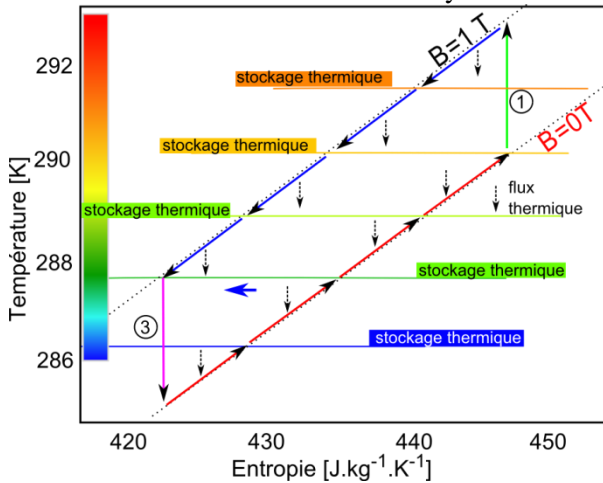
Figure III-10 Exemple de structure avec des échanges indirects

Au vu de ces différentes stratégies, la question est de savoir s'il faut laisser le même bloc échanger avant et après aimantation. Le flux thermique doit circuler de la source froide vers la source chaude car tout flux inverse nuit aux performances du système. Donc, l'arrivée d'un nouveau bloc doit se faire lors du changement de l'état d'aimantation.

2.3 Echange indirect avec des étages éloignés et mise place de la régénération

Si les blocs de stockage thermique échangent avec au moins trois étages, nous mettons en place un système régénératif. Pour bien comprendre cette notion, nous utilisons des systèmes multiétages avec un élément de stockage comme représenté sur la Figure III-8. Puis, dans le cas où c'est le même matériau qui effectue tous les cycles, il échange alors, avec les différents éléments de stockage.

Maintenant au lieu d'échanger avec des éléments de stockage à des températures discrètes, ils ont une répartition de température continue comme représentée par les lignes multicolores sur la Figure III-12. C'est la base du fonctionnement du cycle AMR.



En comparaison des solutions précédentes, le même matériau est ici sollicité sur une large plage de température. Même si le cycle échange plus de chaleur, seule une partie de cette chaleur est échangée avec les sources finales T_{hot} et T_{cold} , soit $Q_{\text{échangée}}/N$ par analogie avec les systèmes multiétages. Le COP peut être légèrement supérieur ou identique aux systèmes multiétages car l'échange peut se faire à gradient thermique imposé et donc minimiser l'entropie créée pour un échange donné. En fait les échanges ne se font plus avec une source à température constante.

Cette configuration nécessite plus de temps pour l'échange (N fois plus d'échange que dans le cas discret), en effet il est N fois plus long mais il nécessite N fois moins de matériau, la densité de puissance reste donc similaire à un système multiétage.

Des agencements de cycles thermodynamiques de Brayton qui augmentent le ΔT ont été présentés et une analyse qualitative de leurs COP et de leurs densités de puissance a été faite. Nous verrons dans la partie 3 que ces structures sont reprises par le concept d'interrupteur thermique.

2.4 Système à vague de chaleur

Le matériau magnétocalorique comporte des non-linéarités alors nous nous demandons si couplé à un profil de champ particulier, il pourrait générer un effet de réfrigération. Ainsi l'objectif est de déterminer si l'application d'un champ magnétique se comportant comme une onde progressive, se déplaçant dans un élément magnétocalorique, peut induire un effet de réfrigération. Le champ H s'écrit alors sous la forme d'une onde progressive $H(x - vt)$ avec v la vitesse de propagation du champ comme illustré sur la Figure III-13. Une variante est l'intercalation de matériaux avec des propriétés différentes.

Les interrupteurs thermiques (contrôle des flux thermiques) rentrent dans cette classe de systèmes avec dans ce cas la conductivité thermique dépendante du temps $\lambda(x, t)$. Cette approche est une généralisation des approches précédentes, le cycle AMR contrôle le flux convectif, les interrupteurs contrôle le flux conductif en fonction du temps. En pratique il pourrait y avoir d'autres degrés de liberté tels que la géométrie et les mécanismes de changements de phase structuraux, mais nous nous plaçons dans un cas 1D avec des matériaux du second ordre avec c la capacité thermique, λ la conductivité thermique, γ le coefficient lié à l'EMC et Ω représente le domaine d'intégration de $[0, L]$.

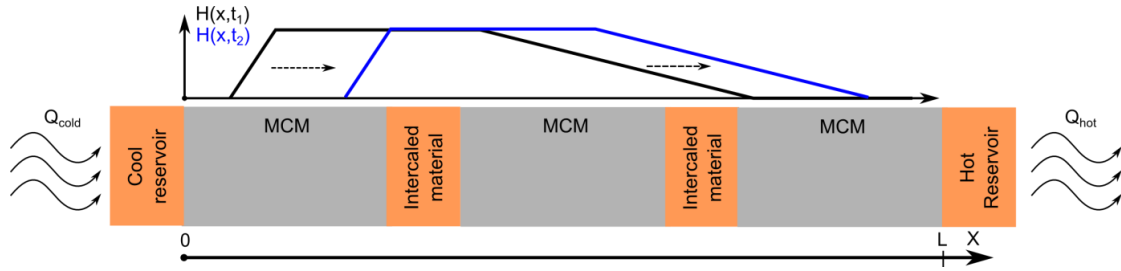


Figure III-13 Synoptique de l'idée de la vague de chaleur

$$\gamma \frac{dH}{dt} + c \frac{dT}{dt} = T \frac{ds}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (\text{III-7})$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad \text{et} \quad T(L) = T_{hot}$$

L'intégration successive de l'équation (III-7) deux fois en espace et une fois en temps donne l'équation (III-8). Nous cherchons à montrer que l'expression est supérieure à zéro afin que la température en $x = 0$ soit inférieure à la température en $x = L$. Le système est périodique de période T_p .

$$\int_{T_p} \int_{\Omega} \frac{1}{\lambda} \int_0^{x'} T \frac{ds}{dt} (x', t) dx' dx dt = \int_{T_p} T(L) - T(0) dt = T_{hot} - \langle T(0) \rangle_{T_p} \quad (\text{III-8})$$

Avec λ, c et γ constants et en permutant les intégrales, l'expression de l'équation (III-9) est nulle puis que le système est périodique. Thermodynamiquement, il est incorrect d'imposer c et γ constants. Ainsi pour avoir un gradient thermique, au moins un des coefficients doit être non constant.

$$\frac{c}{\lambda} \int_{\Omega} \int_0^{x'} \int_{T_p} \frac{dT}{dt} dt dx' dx + \frac{\gamma}{\lambda} \int_{\Omega} \int_0^{x'} \int_{T_p} \frac{dH}{dt} dt dx' dx = 0 \quad (\text{III-9})$$

Une approche similaire à celle utilisée pour obtenir l'équation (III-8) conduit à l'équation (III-10). Pour la réfrigération, le travail magnétique local est positif ou nul, ce qui implique que sur un cycle

Tds est soit positif, soit nul, nous en déduisons l'inéquation (III-10). Ainsi, le flux thermique moyenné sur une période, noté $\langle Q(x) \rangle$, est croissant et positif. Ce résultat peut se généraliser à d'autres conditions aux limites.

$$\langle Q(x) \rangle = - \int_T \lambda \frac{\partial T}{\partial x} dt = - \int_0^x \int_T T ds dx \geq 0 \quad (\text{III-10})$$

En considérant λ indépendant du temps et comme λ est positif, l'équation (III-11) s'obtient à partir de l'équation (III-10). Alors moyennée sur une période, la température est décroissante. **Si λ est indépendant du temps alors nécessairement en moyennant sur une période, nous montrons qu'un flux de chaleur positif implique un gradient de température négatif. Réciproquement un effet de réfrigération peut être présent uniquement si la conductivité thermique est une fonction du temps, soit directement, soit indirectement via la température.**

$$\int_T \frac{\partial T}{\partial x} \leq 0 \quad (\text{III-11})$$

Pourtant, l'article de (Karmanenko et al. 2007) présente des résultats de simulation sur un système électrocalorique, avec un fonctionnement identique à la structure proposée. Dans leur cas λ et c varient spatialement et γ est fonction de la température et ils obtiennent une diminution de température. Ce résultat est donc contraire à la conclusion obtenue. Par contre, l'article (Peyrard 2006) montre que l'effet de diode thermique nécessite que la conductivité thermique soit fonction de l'espace et de la température, soit $\lambda(x, T)$, ce qui est en accord avec le résultat obtenu.

Afin d'approfondir cette approche deux démarches sont envisageables :

- La première utilise des modèles analytiques simples des paramètres λ , c et γ donnant lieu à un couplage avec le champ et la température, puis met en place des outils de l'analyse fonctionnelle ou des solutions approchées. Cette démarche est élégante mais nécessite une bonne habilité mathématique ;
- La seconde met en place un modèle numérique 1D et réalise différents cas pour voir si l'effet souhaité peut être obtenu. Cette démarche est incertaine mais plus simple à mettre en œuvre. C'est l'approche que nous avons choisie. Bien que supposée, il est délicat de connaître la convergence d'un schéma numérique par volumes finis avec une approximation du gradient au premier ordre, sur des cas non linéaires. Les points de simulation choisis sont autour des ordres de grandeur du système.

L'équation (III-7) considérant un modèle d'aimantation d'onde progressive, avec $H(x, t) = f(x - v \cdot t)$, (Eq. (III-12).

$$\begin{aligned} \frac{dH}{dt} &= -v \left. \frac{df(y)}{dy} \right|_{(x-v \cdot t)} \\ T \frac{\partial s}{\partial T} \frac{dT}{dt} &= \text{div}(\lambda \text{grad} T) - T \frac{\partial s}{\partial H} \frac{dH}{dt} \end{aligned} \quad (\text{III-12})$$

Le matériau magnéto-calorique est modélisé à partir du modèle de Weiss-Debye-Sommerfield. Les conditions aux limites sont des conditions de Newman homogènes sur un bord et de Dirichlet sur l'autre. La résolution temporelle posant des difficultés, un solveur pour les problèmes « stiff » (solver 15s de Matlab) a été utilisé. Avec différents profils de champ et vitesses, l'écart de température reste faible, autour de 0.01 K comme l'illustre la Figure III-14.

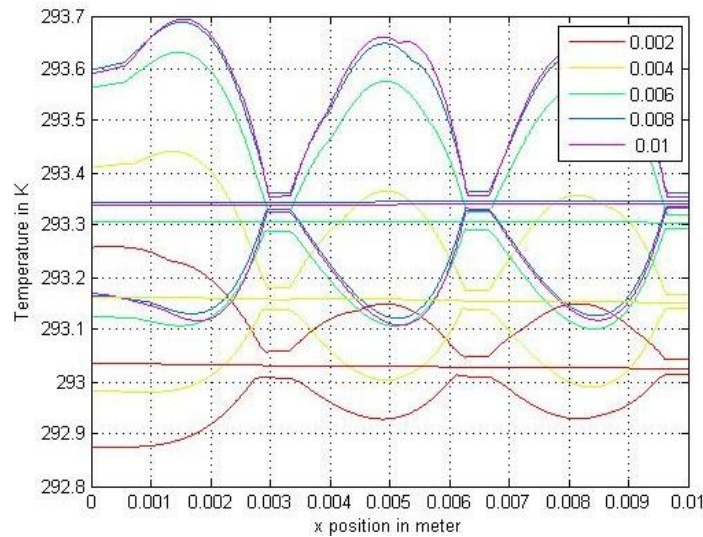


Figure III-14 Température minimum, maximum et moyenne sur une période en régime périodique pour différentes vitesses en $[m.s^{-1}]$

3 Echanges thermiques

Cette cascade de cycles thermodynamiques nécessite un échange de chaleur entre les différents cycles. **Un échange thermique contrôlé, peu énergivore et efficace constitue un véritable verrou technologique pour l'augmentation de la puissance et du COP.**



Figure III-15 Contrôle du flux de chaleur avec une diode thermique ou un interrupteur thermique

Il y a deux classes d'échanges thermiques, ceux qui sont commandés via une grandeur physique, par exemple le champ électrique, appelé interrupteur thermique et ceux non commandés, naturels, appelé diode thermique. Nous recherchons un élément dont la résistance thermique est faible à l'état passant et forte à l'état bloqué. De plus cet élément doit avoir une faible capacité thermique, une faible énergie de commutation et de maintien, et des fréquences de fonctionnement de quelques Hertz à quelques dizaines de Hertz.

Dans la suite un état de l'art des interrupteurs thermiques est mené pour étudier leur efficacité sur les cycles thermodynamiques. Puis deux solutions expérimentées sont présentées. La première consiste à faire échanger le MMC par un contact direct avec deux matériaux jouant le rôle des réservoirs froid et chaud. Ce contact est assuré via un déplacement mécanique du MMC sous l'action d'un gradient de champ magnétique. Dans la seconde, nous avons cherché à déterminer si la variation de température de l'EMC est suffisante pour permettre l'évaporation de l'éther diéthylique.

3.1 Analyse du cycle thermodynamique

Au travers du concept d'interrupteur thermique et de ses performances, nous étudions son effet sur les performances du cycle de Brayton tel que représenté sur la Figure III-8. A partir du second principe de la thermodynamique et en supposant le matériau intrinsèquement réversible, la relation (III-14) est obtenue. Ensuite, les coefficients d'échange thermique sont définis $k_{on} [W.m^{-2}]$ avec l'élément souhaité et $k_{off} [W.m^{-2}]$ avec l'élément non souhaité, soit respectivement à l'état passant ou à l'état bloqué. De plus le coefficient K est introduit comme le rapport k_{on}/k_{off} . L'entropie étant une fonction d'état, sa variation sur un cycle thermodynamique est alors nulle. Le second principe établi pour le matériau et les sources donne l'équation (III-13).

$$0 = \frac{Q_{cold}}{T_{cold}} + \frac{Q_h}{T_h} + S_{créé} \quad (III-13)$$

L'exergie permettant de s'affranchir de l'effet lié à la température des sources froides et chaudes est donnée à l'équation (III-14).

$$\frac{COP}{COP_{carnot}} = \frac{1}{1 + \frac{T_{hot} S_{créé} COP_{carnot}}{Q_{cold}}} \quad S_{créé} = \int \delta Q \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{source}} \right) \quad (III-14)$$

La détermination de l'entropie créé suppose qu'il n'y a pas de réversibilité propre au matériau ou d'énergie liée au pilotage des interrupteurs... Autrement dit la production d'entropie est engendrée uniquement par les échanges de chaleur. Un système multiétage induit N fois plus d'échange, donc pour la même masse de matériau, l'entropie créé $S_{créé}$ est N fois plus important. Nous avons déjà montré sur la Figure III-7, que l'exergie augmente lorsque le nombre d'étage diminue.

3.1.1 Effet des performances des interrupteurs sur le COP et la densité de puissance

En supposant des temps de maintien à l'état passant et à l'état bloqué identiques, une capacité thermique constante, les figures suivantes sont obtenues. La Figure III-16 représente l'exergie en fonction de la période du cycle et du choix des valeurs de k_{on} et k_{off} . Afin de ne pas détériorer la puissance et le COP, il faut minimiser les fuites thermiques. De ce fait, il existe un temps maximum à ne pas dépasser. Ce temps est fonction de l'échange thermique de l'interrupteur à l'état passant k_{on} et de la capacité thermique.

L'exergie est grande comme le montre la Figure III-16 et Figure III-17 lorsque :

- le ratio k_h/k_l , noté K est grand. On doit alors avoir une « vraie » notion d'interrupteur pour atteindre de grand COP.
- le ΔT_{source} est proche du ΔT_{adia} . En effet dans ce cas l'entropie créé est plus faible mais la puissance diminue. Ainsi pour augmenter l'exergie il faut augmenter ΔT_{source} ce qui engendre une diminution de la densité de puissance diminue. Pour compenser cet effet le volume de matériau augmente. Indirectement augmenter la fréquence permet d'augmenter la densité de puissance donc l'exergie du système.

L'exergie diminue si la période est trop longue, car dans ce cas le flux thermique inverse devient prédominant sur le flux thermique principal allant de la source froide à la source chaude. Sur la Figure III-16, le COP diminue si la période du cycle $T_{periode}$ augmente.

La densité de puissance est grande comme le montre la Figure III-16 et Figure III-17 lorsque :

- l'interrupteur thermique k_{on} a de bonnes performances ;
- la période de fonctionnement du système est suffisamment faible pour éviter des flux de retour. De plus, les choix de la période et de k_{on} sont liés : plus k_{on} augmente plus la période diminue ;
- le ΔT_{source} est faible. Dans ce cas, l'exergie diminue. L'utilisation optimale, en termes de densité de puissance froide, correspond à $\Delta T_{adia}/2$.

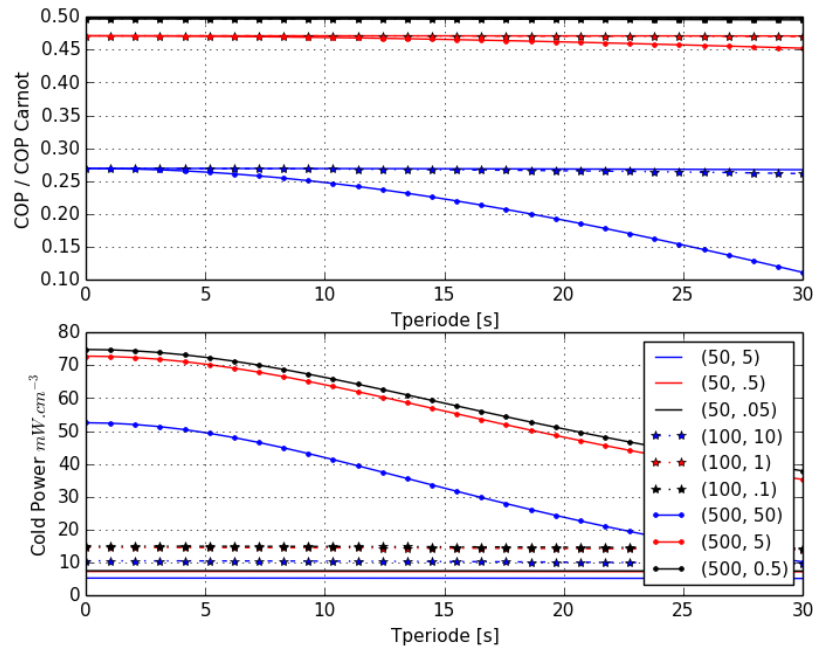
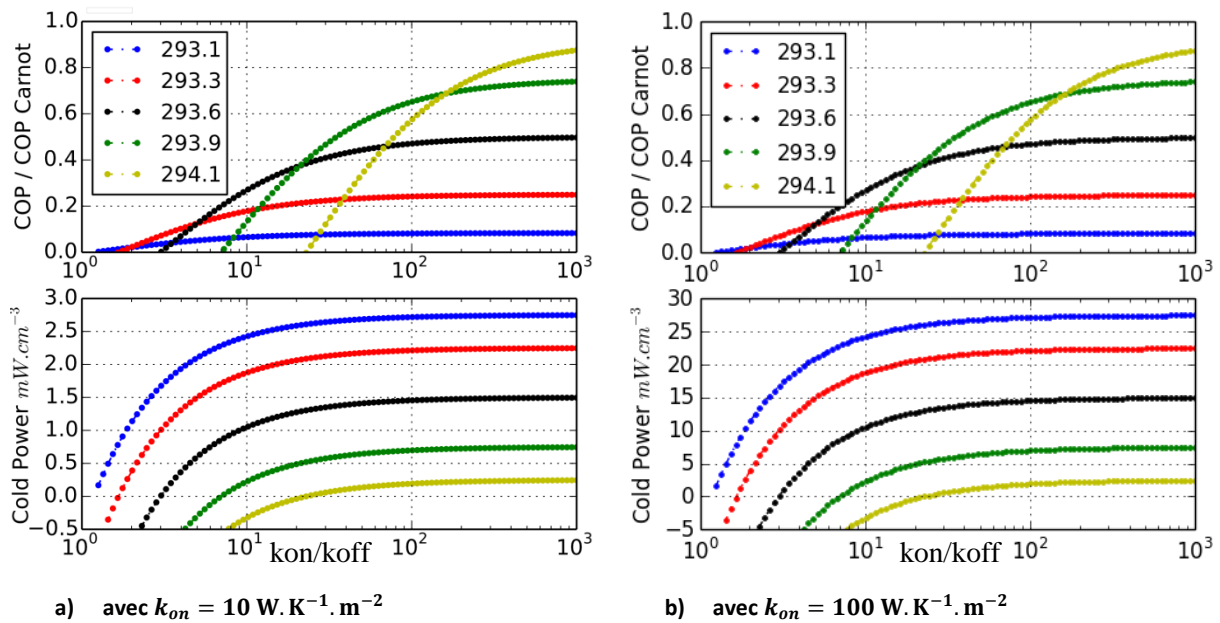


Figure III-16 Exergie et densité de puissance pour $\Delta T_{source} = 0.6 \text{ K}$ et $\Delta T_{adia} = 1.2 \text{ K}$ et la légende correspond à $(k_{on}, k_{off}) [W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}]$



a) avec $k_{on} = 10 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

b) avec $k_{on} = 100 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

Figure III-17 Exergie et densité de puissance pour $T_{cold} = 293$, $\Delta T_{adia} = 1.2 \text{ K}$ et la légende correspond aux températures de la source chaude

L'article (Epstein et Malloy 2009) mène une analyse similaire sur un cycle de Carnot dans le cas de l'électrocalorie. L'utilisation d'autres cycles que celui de Brayton, où le champ est mieux contrôlé mieux, permet d'augmenter l'exergie. Cette étude nous oriente vers l'amélioration des échanges thermiques. Ainsi nous avons mené un état de l'art pour connaître les différentes solutions technologiques pour déterminer les interrupteurs thermiques les plus performants et dégager de nouvelles perspectives. Dans tous les cas la géométrie du matériau doit être suffisamment fine afin d'utiliser pleinement les capacités d'échanges de l'interrupteur.

3.1.2 Effet d'une transition de phase

On s'intéresse à la comparaison d'un cycle de Brayton avec un matériau à capacité thermique constante et un autre avec une transformation de phase. La comparaison est qualitative car les modèles

de matériau sont très simplifiés. Les deux cycles sont tels que le temps d'échange $T_{échange}$ et la puissance froide sont identiques.

Pour comparer les deux cycles, on compare le ratio de l'entropie créée liée $S_{crée B}/S_{crée A}$ aux échanges thermiques. Le résultat dépend de deux paramètres : $\frac{Q_{cold}}{k_{on} T_{échange}}$, $\frac{T_{échange} k_{on}}{C}$ et T_{cold} .

La Figure III-19 montre qu'un matériau à changement de phase permettrait de réduire l'entropie créée d'un facteur 4 à 5. En appliquant ce même ratio dans la relation (III-14) et en reprenant les résultats de la Figure III-7, **l'exergie augmenterait de 0.4 à 0.7**. Ces résultats qualitatifs nécessitent d'être affinés à partir des caractéristiques réelles du MMC en introduisant si nécessaire ses pertes intrinsèques.

La Figure III-19 montre qu'il y a un temps d'échange optimal qui dépend de Q_{cold} , C , k_h . Cet optimum génère toujours la même entropie créée en comparaison du cycle B, le plus optimal.

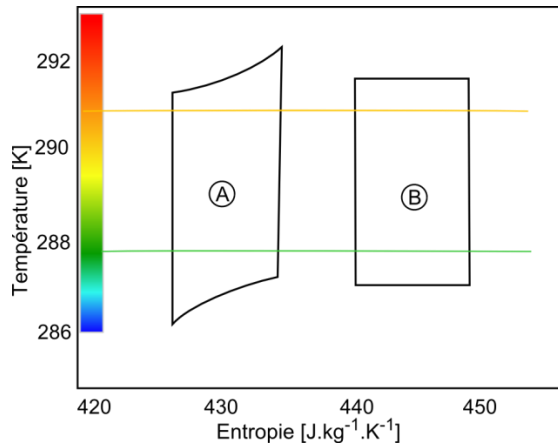


Figure III-18 Comparaison cycle thermodynamique de Brayton sans (A) ou avec (B) changement de phase

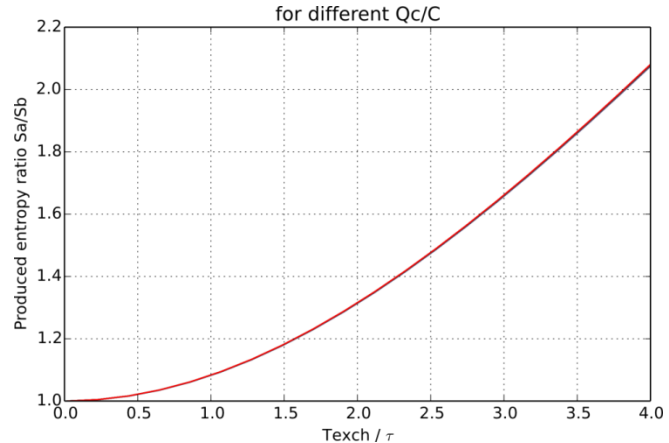


Figure III-19 Ratio des entropies créées pour les deux cycles B/A, avec τ le temps caractéristique d'échange. Courbes pour différents Q_{cold}/C avec C la capacité thermique

3.2 Etat de l'art et idées sur les interrupteurs thermiques

Cette partie présente toutes les approches qui ont été envisagées. Celles détaillées par la suite sont :

- le contact mécanique qui est la solution la plus intuitive. Les ordres de grandeur du coefficient d'échange sont : $k_{on} \sim 500 \text{ kW.K}^{-1}.\text{m}^2$ pour un contact avec de la graisse thermique et $k_{off} \sim 200 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^2$ pour une couche d'air de 100 μm . Cependant, la graisse thermique est non uniforme après plusieurs mouvements et elle sèche dans le temps, il est alors difficile de l'utiliser pour des applications dynamiques. Dans (Cho et al. 2008), les auteurs mènent une étude sur la mise en contact de substrat en nanotubes de carbone (NTC) avec du silicium. Ils obtiennent grâce à des microgouttes de mercure un ratio $K = k_h/k_l = 224$ en appliquant une pression de 1 bar et en considérant une distance de 100 μm lorsque l'interrupteur est ouvert. A une échelle micrométrique, l'article (Keum et al. 2012) présente un système de membrane déplacée par des forces électrostatiques. Bien que le système ait été réalisé, les performances thermiques de la structure reposent sur des calculs théoriques, basés sur l'article de (Kogut et Etsion 2004). Le rapport obtenu vaut $K = 10^6$ avec des conductivités thermiques de 30 $\text{GW.m}^2.\text{K}^{-1}$ pour des tensions appliquées de 10 V. Une autre technique consiste à contrôler les forces de tension superficielle via une tension électrique pour modifier des interfaces (McLanahan, Richards, et Richards 2011; Gong et al. 2008; Baird et Mohseni 2008), le K est autour de 15 sur 100 μm et des périodes de commutation de l'ordre de la seconde ;
- les thermosiphons. Ce sont des systèmes qui mettent à profit une asymétrie de pression pour générer un effet de diode thermique. Les articles (J. B. Boreyko, Zhao, et Chen 2011; J. Boreyko et Chen 2009) présentent un mécanisme où l'énergie due à la coalescence de deux gouttelettes au condenseur génère un saut vers l'évaporateur. Les résultats sont très intéressants : ils obtiennent un effet diode de $K = 100$, avec une dynamique autour de 100 ms

et $k_{on} = 2.6 \text{ kW.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$. Mais cette technologie demande une maîtrise des états de surface que nous n'avons pas ;

- la convection forcée qui permet de contrôler l'échange thermique au travers de la vitesse du fluide. C'est la base des échanges dans le cycle AMR, qui est la solution actuellement la plus utilisée.

Les autres approches possibles sont :

- la modification de l'orientation des cristaux liquides fortement anisotropes via le champ électrique. Dans l'article (Kato et al. 2005), les auteurs obtiennent $K = 3.5$ avec une conductivité thermique maximale de $0.7 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$. Sur le même principe avec des NTC les articles (Dierking, Scalia, et Morales 2005)(X. Liu et al. 2004) montrent que le rapport des conductivités électriques est de 800 et qu'il peut être contrôlée par le champ électrique. Des effets similaires sur la conductivité thermique pourraient se produire. L'article (Strauss et Pober 2006) s'intéresse à la conductivité thermique dans une solution de nanotube et propose de modéliser la conduction thermique dans la solution. Ce modèle associé aux caractéristiques des fluides disponibles chez la société Nanolab, soit un ratio volumique au maximum de 0.1%, montre que le ratio des conductivités thermiques est faible autour de 2 ;
- l'insertion d'éléments par voie électrochimique dans un milieu à haute conductivité thermique. C'est le cas par exemple du graphite obtenu par voie pyrolytique avec $\lambda = 700 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ et $c = 0.85 \text{ J.K}^{-1}.\text{cm}^{-3}$ (« Pyrolytic Graphite Sheet (PGS) Heat Spreading Material - Panasonic » 2014). Nous cherchons un phénomène similaire à l'électrochrome pour la conductivité thermique. Les articles (Dresselhaus et Dresselhaus 1981; Noel et Santhanam 1998) analysent l'intercalation de composés dans le graphite. C'est le cas aussi dans (Kading 2007) pour des applications sur des actionneurs électromécaniques. Les auteurs observent une variabilité de la résistivité électrique d'un facteur 10 en fonction du niveau d'intercalation dans une solution de H_2SO_4 . Le manque de données sur la cyclabilité qui risque d'être critique et le manque d'information sur des mesures de paramètre thermique, nous conduisent à ne pas considérer cette solution ;
- l'utilisation de matériaux dont la conductivité thermique dépend de la température, car ils permettent de créer des diodes thermiques comme montré dans (Li et al. 2012; Terraneo, Peyrard, et Casati 2002; Dames 2009; Peyrard 2006). Mais les effets sont limités autour de $K = 3$;
- l'utilisation de cellules Peltier placées en circuit ouvert ou fermé. Cette possibilité a été analysée via un modèle volumes finis. Les résultats montrent que la conductivité thermique de la cellule inhibe l'effet d'interrupteur. De plus, les cellules Peltier, utilisées comme système de refroidissement, n'ont pas de difficulté à générer un écart de température mais plutôt à limiter la conduction thermique, entre les sources.

3.3 Approche théorique de la résistance de contact thermique

L'utilisation de forces de pression, électrostatique ou mécanique permet de modifier la pression entre deux éléments et ainsi la nature du contact gaz/solide. Il est alors important de modéliser la résistance de contact thermique.

La conductivité d'interface peut être décomposée en trois termes (Bejan et Kraus 2003) : un terme de conductivité dû au point de contact h_c , un terme de conductivité dû au fluide entre les deux solides h_g et un terme dû au transfert radiatif. Nos températures de fonctionnement étant faibles, ce dernier est négligé. La résistance thermique équivalente dépend de nombreux paramètres. Le modèle simplifié présenté est basé en partie sur les références (Greenwood et Williamson 1966)(Cooper, Mikic, et Yovanovich 1969)(Bahrami, Yovanovich, et Culham 2005). La documentation Comsol du module « Heat transfer » fait une courte synthèse des modèles tandis que le livre de (Madhusudana 2013) mène une étude plus approfondie : effet des revêtements, des dépôts, des graisses... Il signale aussi que dans certains cas il peut y avoir un effet de diode thermique, dû à des dilatations thermiques.

Mikic correlation est un modèle de conductivité thermique du point de contact, dans le cas de surface dure où l'on a des déformations plastiques. La conductivité thermique est notée k , la rugosité Ra , indicée *up* pour la surface haute et *down* pour la surface basse. Une opération de fraisage permet d'assurer des valeurs autour de $Ra = 1$ à $0.2 \mu\text{m}$ en fonction des paramètres d'usinage alors qu'avec un rodage on peut atteindre $Ra = 0.05 \mu\text{m}$. Le module de Young considéré est celui de l'aluminium $E = 69 \text{ GPa}$.

$$h_c = 1.54 k_{\text{contact}} \frac{1}{Ra_{\text{contact}}} \left(\frac{\sqrt{2} p}{E_{\text{contact}}} \right)^{0.94} \quad (\text{III-15})$$

avec $k_{\text{contact}} = \frac{2k_{\text{up}}k_{\text{down}}}{k_{\text{up}}+k_{\text{down}}}$, $Ra_{\text{contact}} = \sqrt{Ra_{\text{up}}^2 + Ra_{\text{down}}^2}$ et $\frac{1}{E_{\text{contact}}} = \frac{1}{E_{\text{up}}} + \frac{1}{E_{\text{down}}}$

La conductivité thermique du fluide entre deux solides est représentée par le modèle de l'équation (III-16). Ces équations sont simplifiées pour les adapter facilement à notre cas. HB désigne la dureté Brinell qui vaut environ 15 N.m^{-2} pour l'aluminium.

$$h_g = \frac{k_g}{Y + 0.1 \mu\text{m} \frac{10^5}{p_{\text{fluid}} [\text{Pa}]}} \quad \text{avec} \quad Y = -1.185 Ra_{\text{contact}} \ln \left(3.132 \frac{P_{\text{contact}}}{HB} \right)^{0.547} \quad (\text{III-16})$$

A partir des modèles décrits, on obtient dans les cas choisis les courbes Figure III-20.

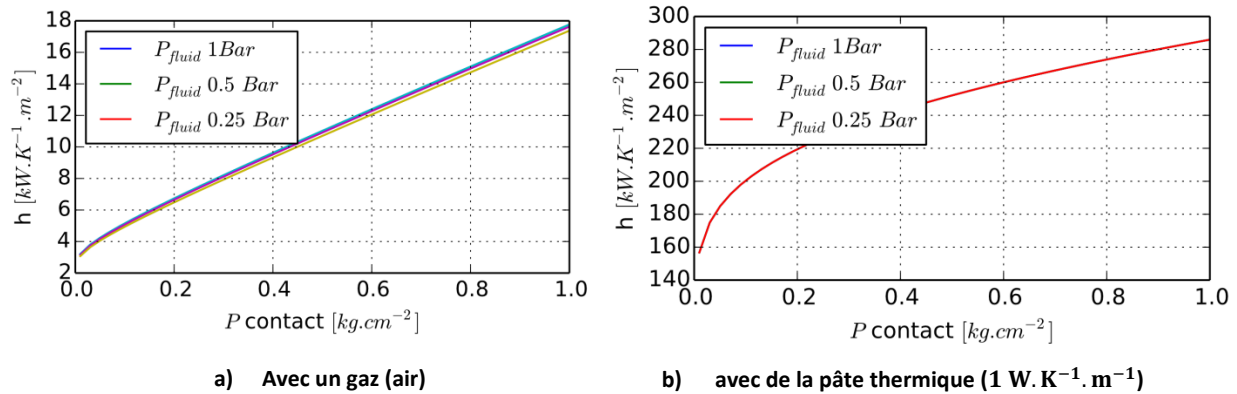


Figure III-20 Coefficient d'échange lié au contact entre un élément de Gd et une plaque d'aluminium d'après les modèles présentés avec ou sans pâte thermique

De nombreuses techniques existent afin d'améliorer la conductivité thermique des interfaces : fluide thermique, pâte thermique et matériau thermique résilient comme le montrent les livres (Madhusudana 2013) et (Chung 2010).

Les ordres de grandeur des forces de différentes origines sont estimés. Une pression de 1 bar est équivalente à une force de 1 kg.cm^{-2} . Alors que les forces électrostatiques (vernies avec une rigidité électrique de 100 kV.mm^{-1} , $\epsilon_r = 4$ et un champ disruptif de 2 kV.mm^{-1} pour de l'air) sont de la forme $\epsilon_r U^2 e^{-2} 5.10^{-6}$, e étant exprimé en μm et la force en kg.cm^2 . Une pression de 1 bar est équivalente à une tension de 1 kV sur $1 \mu\text{m}$. Les articles (Gu, Craven, et al. 2013; Gu, Qian, et al. 2013) montrent un exemple de système électrocalorique réalisé à base d'interrupteur mécanique.

3.4 Approche expérimentale de la résistance de contact mécanique

Dans le dispositif présenté Figure III-21 un matériau magnéto-calorique (MMC), ici du Gadolinium en plaque ou en poudre, est successivement mis en contact avec deux éléments avec lesquels il échange.

Le cycle de Brayton peut ainsi être réalisé

- lors de la phase d'aimantation adiabatique, le MMC est mis en contact, grâce à un gradient de champ magnétique, avec la plaque supérieure de capacité thermique considérée infinie ;

- lors de cette phase le MMC aimanté reste en contact avec la plaque supérieure et échange de la chaleur, c'est l'échange thermique qui nous intéresse et que nous allons quantifier ;
- lors de la phase de désaimantation, le MMC est mis en contact, sous l'effet de la pesanteur, avec la plaque inférieure Figure III-21, de capacité thermique similaire au MMC ;
- lors de cette phase de champ nul, le MMC échange avec la plaque inférieure.

3.4.1 Description du système

Pour la conception de ce dispositif, des matériaux non magnétiques tels que l'aluminium ou des polymères (Plexiglas) ont été utilisés. Le réservoir (4) a un diamètre intérieur et extérieur de 30 et 36 mm respectivement et une hauteur de 20 mm.

Afin de mesurer correctement la température des surfaces externes (1) et (4) (voir Figure III-21), de la pâte thermique et un isolant thermique sont utilisés. Des thermocouples sont placés sur les surfaces internes au réservoir (2) et (3) (voir Figure III-21), de ce fait ils mesurent aussi la température de l'air.

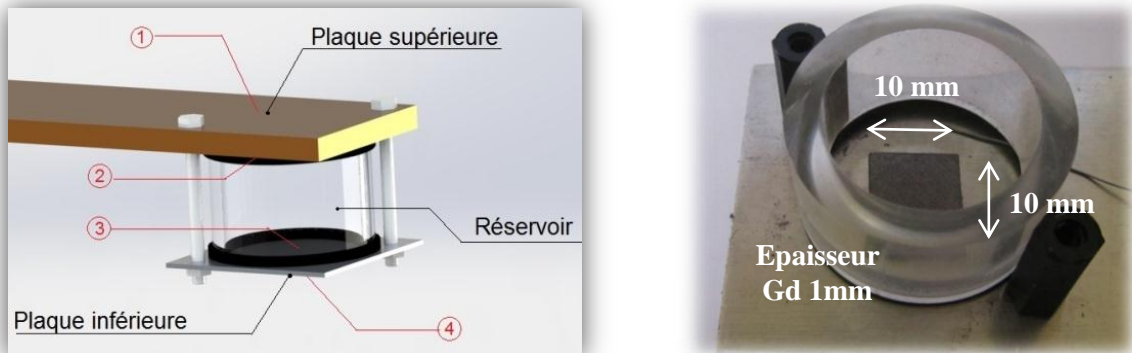


Figure III-21 Photo du dispositif et positionnement des capteurs de température

Pour assurer l'aimantation du MMC, une source de champ a été utilisée Figure III-22 (Cherief 2014). Des simulations sous le logiciel Flux ont été réalisées pour déterminer le champ interne, son hétérogénéité (Figure III-23) et la force magnétique subie par l'échantillon (Figure III-24).

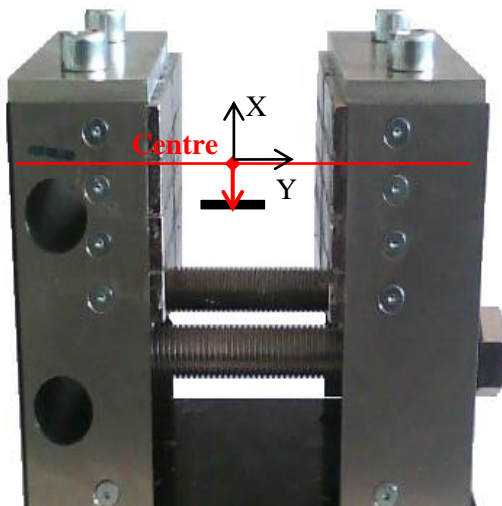


Figure III-22 Photo de la structure d'aimantation

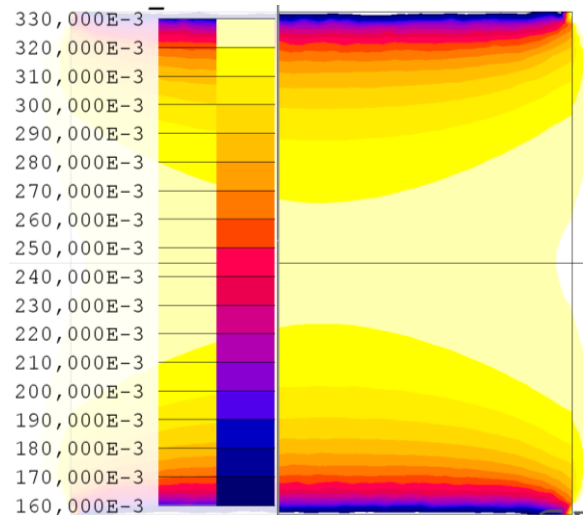


Figure III-23 Champ $\mu_0 H$ à l'intérieur de l'échantillon (modèle matériau en « arctg » $J_s = 1.2$ et $\mu_r = 4$)

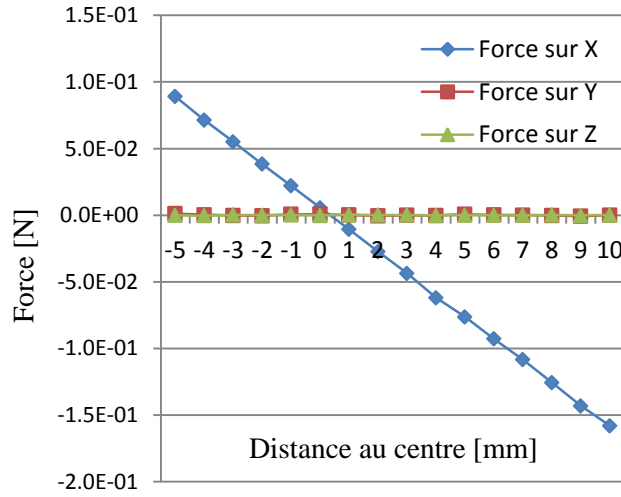


Figure III-24 Forces sur les trois axes en fonction de la distance au centre en [mm] (flèche rouge Figure III-22)

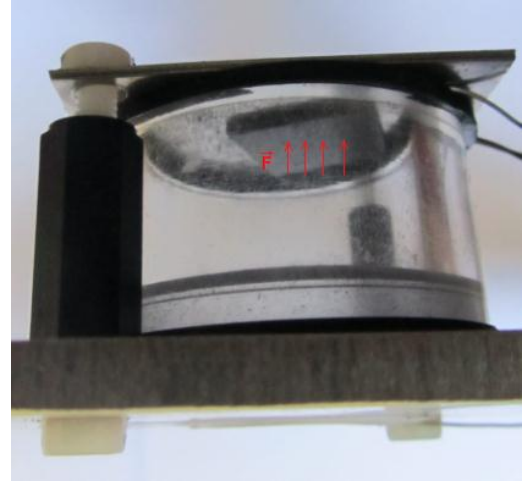


Figure III-25 Dispositif retourné pour estimer l'échange du contact induit par la force magnétique sur la plaque inférieure

3.4.2 Modélisation simplifiée

Un modèle discret s'identifie aisément grâce aux résultats. Un synoptique du modèle proposé est donné à la Figure III-26. Ce modèle varie en fonction de la configuration du MMC. Lorsque le matériau est en haut c'est-à-dire sous champ magnétique, le modèle est représenté par la résistance rouge qui représente l'échange thermique dû au contact. Alors que lorsque le MMC est en bas, c'est-à-dire sous champ nul, le modèle est représenté par la résistance bleue. La résistance thermique est notée R en $[K \cdot W^{-1}]$, la conductance thermique est notée G en $[W \cdot K^{-1}]$, le coefficient d'échange est noté h en $[W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}]$ et S correspond à la surface d'échange en $[m^2]$. $GdEnHaut$ est l'équivalent d'un signal logique, qui vaut 1 lorsque la plaque de Gd est en haut et 0 lorsqu'elle est en bas. Cette notation permet de condenser l'écriture des équations pour les deux configurations. A partir d'une conservation des flux thermiques, les équations (III-17) sont obtenues.

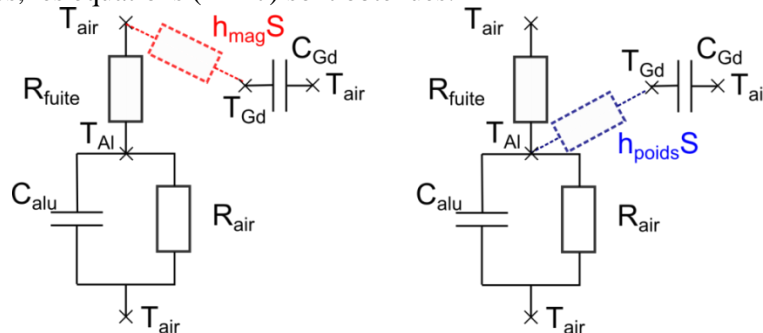


Figure III-26 Modèle thermique équivalent

$$\begin{aligned} C_{Gd} \frac{dT_{Gd}}{dt} &= -h_{mag}S(T_{Gd} - T_{Al})GdEnHaut - h_{poids}S(T_{Gd} - T_{Al})\overline{GdEnHaut} \\ C_{Al} \frac{dT_{Al}}{dt} &= G_{fuite}(T_{Al} - T_{air}) + G_{air}(T_{Al} - T_{air}) + h_{poids}S(T_{Gd} - T_{Al})\overline{GdEnHaut} \end{aligned} \quad (III-17)$$

Les conductivités et les capacités thermiques sont déterminées à partir des données de la littérature. Les différentes expressions sont sans ambiguïté sauf les échanges convectifs où nous utilisons la relation approximative $h_{conv} = 0.66 \left(\frac{\Delta T}{L}\right)^{0.25}$ avec L la largeur de la plaque (Bejan et Kraus 2003). Dans le cas de cette équation couplée, il est pertinent d'introduire le terme $\Delta T = T_{Gd} - T_{Al}$ pour la résolution. Dans la suite, nous nous placerons dans différentes configurations afin d'isoler plus aisément les termes à identifier dans l'équation.

3.4.3 Estimation des paramètres et mesures

Nous présentons uniquement les résultats sur la plaque de Gd qui étaient les plus concluants (Figure III-27). Un écart de température de $0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$ apparaît après quelques cycles. Les pics de tension résultent de la tension induite par la variation de l'aimantation. Les simulations montrent que le champ $\mu_0 H$ est autour de 0.32 T , soit pour le *Gd* une variation de température autour de $0.7\text{ }^{\circ}\text{C}$ (Roudaut 2011).

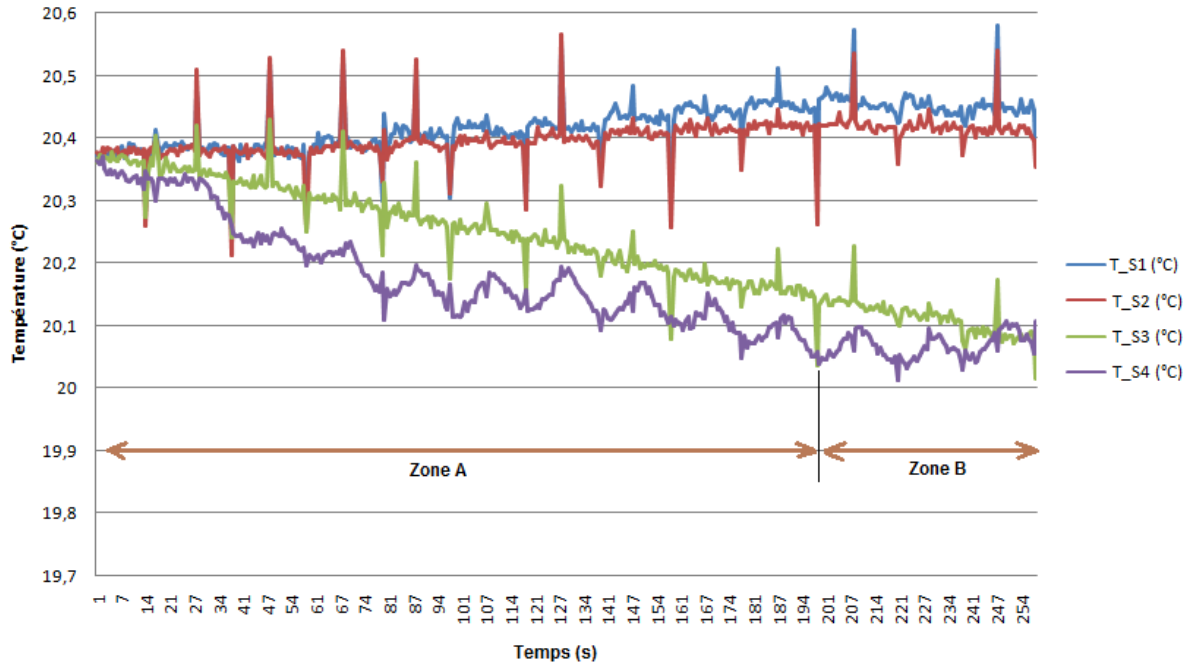


Figure III-27 Température en fonction du temps pour une succession de cycles magnétiques, l'indexation des courbes correspond à l'indexation des capteurs de température Figure III-21 (plaque aluminium 12.9 g et Gd 1.79 g)

Pour estimer les coefficients d'échange h , différentes configurations sont étudiées :

- La configuration 1, où la plaque de Gd est en contact avec la plaque inférieure permet d'identifier le $h_{poids} = 850\text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$. Cette identification à partir de la constante de temps du système demande la résolution analytique de l'équation différentielle linéaire du premier ordre (III-17) ;
- La configuration 2, où le dispositif est retourné (Figure III-25) c'est-à-dire que lorsque l'on aimante le Gd se plaque sur la plaque en aluminium ayant une faible capacité thermique. Dans cette configuration, le coefficient $h_{mag} = 1360\text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$ est estimé.

Lorsque la plaque de Gd est plaquée via des forces magnétiques ou gravitationnelles, les forces de pression sont différentes puisque le poids produit une force de 17 mN , tandis que la force magnétique produit une force plus importante comme le montre la Figure III-24, dans notre cas 80 mN environ.

Pour la réfrigération magnétique, les coefficients d'échange h_{poids} et h_{mag} prennent tout leur sens en comparaison des fuites du système. Des modèles simples (de convection et de conduction) donnent une valeur autour de $G_{fuite} = 0.008\text{ W.K}^{-1}$. Expérimentalement, $G_{fuite} = 0.03\text{ W.K}^{-1}$ est obtenu en identifiant la pente initiale qui est associée à un développement limité au premier ordre de l'équation (III-17). Dans ce dispositif le ratio des conductances, lorsque la conduction est désirée ou non, est de 300 ce qui montre que cette solution pourrait être viable en termes de performance.

3.5 Approche théorique du thermosiphon

Dans les thermosiphons, un fluide est placé dans un volume rigide et hermétique. La pression est ensuite imposée afin que le fluide soit dans un état diphasique à la température de fonctionnement. Par gravité, la phase liquide descend et c'est aussi dans la partie basse, que se situe l'évaporateur. Ainsi la chaleur de l'évaporateur vaporise le fluide, ce qui produit une très légère augmentation de température

et de pression et induit une condensation du gaz sur les parois froides, soit le condenseur situé dans la partie haute du système. Le liquide condensé retombe sur l'évaporateur par gravité. Comme la chaleur latente associée à la transition de phase liquide-gaz est très importante, on peut obtenir des énergies transportées importantes. Inversement, si le condenseur est chauffé nous allons transporter la chaleur via la conduction qui est relativement faible dans un gaz. Il est courant que le thermosiphon ait un K de 100, mais dans une configuration planaire elle est souvent réduite à 10, voir pour plus de détails les références (Panday 2006; M. Lallemand 2005; Bertin et al. 2010).

Dans l'exemple précédent, l'asymétrie introduite par la gravité engendre un transport thermique asymétrique. D'autres asymétries peuvent être introduites : force de capillarité, centrifuge, électroosmotique, magnétique (magnétohydrodynamique), tension de force superficielle mais la mise à profit de la gravité reste la plus simple à mettre en œuvre.

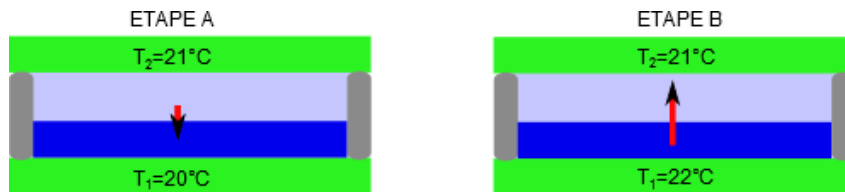


Figure III-28 Schéma de principe du thermosiphon dans deux configurations : ETAPE A aimantation de la plaque haute et ETAPE B aimantation de la plaque basse, en vert le matériau magnétocalorique, en bleu foncé la phase liquide, en bleu clair le fluide en phase gazeuse, en rouge les flèches qui indiquent le sens et l'intensité du flux thermique

3.5.1 Analyse qualitative

Le fluide est dans un état diphasique liquide-gaz. En présence d'un champ gravitationnel, la pression la plus élevée se trouve dans la partie basse ce qui induit la présence du liquide, dans la partie haute on a la phase gazeuse. On représente l'état thermodynamique du fluide par le trait noir vertical sur le diagramme pression-température de la Figure III-29.

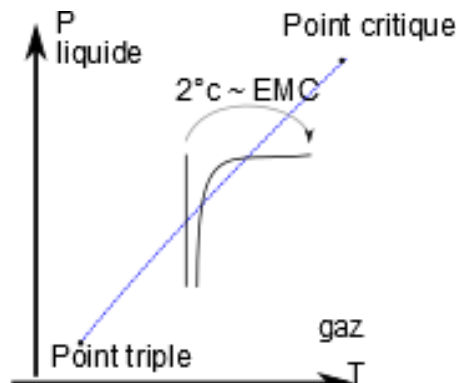


Figure III-29 Schéma pour la réflexion des paramètres pertinents

Le matériau à EMC doit transmettre suffisamment de chaleur à la première couche de fluide afin de transférer l'énergie nécessaire au changement de phase, comme illustré sur la Figure III-29. Par exemple, l'eau a une enthalpie de changement de phase $\Delta H_{eau-gaz}(1 \text{ Bar}, 100^\circ\text{C}) = 2260 \text{ J.cm}^{-3}$ (elle augmente, lorsque la pression diminue). De par l'écart de diffusivité thermique, l'échange doit se faire entre une épaisseur de fluide et 12 épaisseurs de Gadolinium. Par unité de surface si la convection est négligée, le matériau produit 240 J.cm^{-2} alors que le changement de phase liquide-gaz demande 2200 J.cm^{-2} avec de l'eau, 600 J/cm^2 avec de l'éthanol ($T_{\text{ébullition}} = 76^\circ\text{C}$) et 240 J.cm^{-2} avec de l'éther ($T_{\text{ébullition}} = 35^\circ\text{C}$).

3.5.2 Analyse du mécanisme d'ébullition

L'ébullition liée à la nucléation est complexe. Les métastabilités introduisent des surchauffes, c'est-à-dire qu'il est nécessaire de dépasser la température d'ébullition pour amorcer le processus (Léal 2012; M. Lallemand 2005). De façon très synthétique, deux types de nucléation sont distingués :

- la nucléation homogène sans présence de paroi, qui demande une surchauffe plus importante liée à la courbe spinodale, et qui est décrite par le modèle de Van Der Waals ;

- la nucléation en présence de parois, dite hétérogène. Dans ce cas, un embryon de vapeur préexiste à l'intérieur des imperfections de la surface. Il s'agit donc de déstabiliser un noyau existant par exemple une bulle capturée dans une rugosité. Dans ce cas, la température de surchauffe est relativement faible.

La dynamique de chauffe influence le type de nucléation. Nous sommes plutôt dans le cas de la nucléation hétérogène. Dans ce cas la température de surchauffe de déclenchement de la nucléation est autour de 0.1 K. Ce résultat est obtenu avec la relation (III-18) avec comme paramètres :

- r_e le rayon de courbure d'équilibre de l'interface liquide/vapeur en ($r_e = 0.5 \mu\text{m}$ dans notre cas);
- σ la tension de surface, dans le cas de l'éthanol ou de l'éther $\sigma = 20 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$;
- $h_{liq-vap}$ la chaleur latente de vaporisation autour de $300 \text{ MJ} \cdot \text{m}^{-3}$.

$$\Delta T_{surchauffe} = \frac{2\sigma T}{h_{liq-vap} \rho_v r_e} \quad (\text{III-18})$$

De nombreux paramètres : mouillabilité, rugosité, présence de gaz incondensable, influencent le processus de nucléation. Ceci montre la complexité de prédire la température de surchauffe nécessaire à la nucléation. L'utilisation de surface "rugueuse" et non mouillante dans un système à basse pression, dans lequel le taux de gaz incondensable est significatif permet de réduire la température de déclenchement de l'ébullition.

Les phénomènes de condensation sont aussi à prendre en compte, l'article (Panday 2006) donne un aperçu des différents paramètres. Les prédictions du coefficient d'échange à partir des corrélations ne sont pas très précises et ne sont applicables que sur le domaine de validité pour lequel elles ont été établies (nature du fluide, matériau, angle de contact, rugosité...). Cela reste un mode de transfert efficace qui semble applicable dans notre cas. De plus, de nombreux fluides sont possibles dans différentes familles : alcanes, alcools, ester.

3.6 Approche expérimentale du thermosiphon

Nous avons montré que Gd sous un champ supérieur au Telsa pourrait produire un changement de phase en utilisant une pompe manuelle (aucun risque d'explosion). La dépression ou le niveau de vide accessible est limité au minimum à 200 mbar, or à 20 °C la pression de vapeur saturante est de 23, 58 et 560 mbar pour respectivement l'eau, l'éthanol et l'éther diéthylique. Des copeaux ou une plaque de Gd sont placés dans un tube à essai avec de l'éther diéthylique sous une pression de 600-700 mbar dans l'entrefer d'un électroaimant avec une induction de 1.2 T. La séquence d'aimantation / désaimantation est filmée afin d'observer le fonctionnement du système. Les trois premières photos Figure III-30 montrent l'évaporation tandis que la dernière montre la condensation.

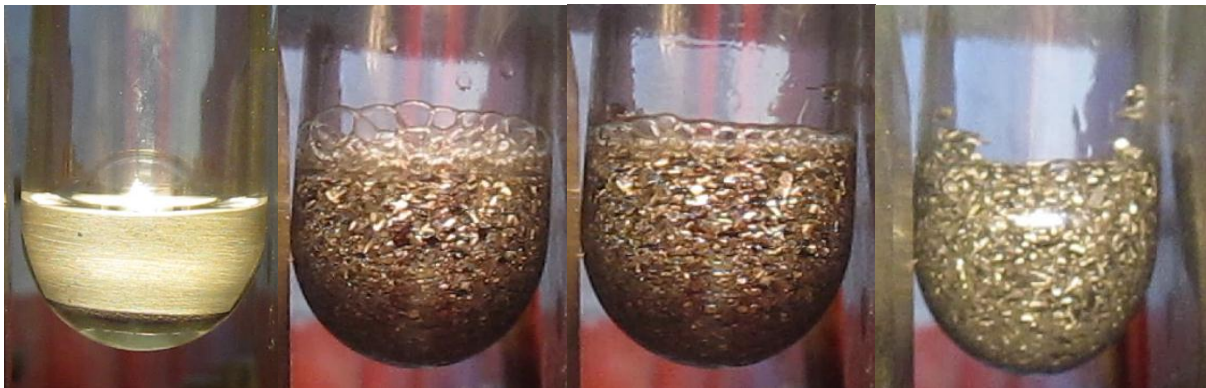


Figure III-30 Extrait de la vidéo prise lors des phases aimantation / désaimantation d'un mélange Gd et éther diéthylique à une pression d'environ 700 mbar

Cette expérience montre seulement la capacité de changement de phase grâce à la variation de température du MMC. Cette étude reste à approfondir pour déterminer sa faisabilité et ses performances pour son utilisation en tant que diode thermique.

3.7 Convection forcée Fluide en écoulement

La convection forcée est décrite par un coefficient d'échange h entre le fluide et le matériau magnétocalorique h est estimé via des relations semi-empiriques utilisant le nombre de Nusselt, lui-même défini dans des tables de corrélation (Ramesh K. Shah et Sekulic 2003; Bejan et Kraus 2003 p407-411; R. K. Shah et London 1978), en général $Nu = 8$. La relation utilisée est donnée à l'équation (III-19) avec λ_{fluide} la conductivité thermique du fluide et D_h l'épaisseur du canal. Il est important de remarquer que ces corrélations sont déterminées pour des fréquences autour de 1 Hz. Cette relation est valable dans la zone où l'écoulement est établi thermiquement et hydrauliquement. Le rapport de ces deux longueurs d'établissement est défini par le Nombre de Prandtl, noté Pr , qui vaut 7 pour de l'eau ; ce qui signifie que la zone d'établissement thermique est 7 fois plus grande que la zone d'établissement hydraulique. Alors, en régime permanent la longueur d'établissement thermique est de l'ordre de plusieurs millimètres, l'estimation étant basée sur l'expression empirique suivante $10^{-2} Pr D_h Re_{Dh}$.

$$h = \frac{Nu \lambda_{fluide}}{D_h} \quad (III-19)$$

Le coefficient d'échange h augmente en $1/D_h$ comme les pertes de charge. Ces dernières correspondent à l'énergie nécessaire à la commutation de l'interrupteur. Pour une épaisseur de 1, 0.5, 0.25 mm h vaut respectivement 5000, 10000, 20000 W.m⁻². Dans le chapitre 4, une analyse numérique du cycle AMR utilisant ce type d'échange est menée.

Le fluide caloporteur utilisé est souvent de l'eau. Le Tableau 8 compare rapidement ses propriétés avec celles des MMC déjà données.

Matériau	Gd	LaFeCoSi	Eau	Huile Silicone
$-\Delta S [J.K^{-1}.kg^{-1}]$	2.5	10	-	-
$c_X [J.K^{-1}.kg^{-1}]$	250 (Tishin et Spichkin 2003)	700 (U. Legait et al. 2014)	4185	2360
$\Delta T [K]$	2.5	3.5	-	-
Variable de contrôle X	1 T	1 T	-	-
$\rho [kg.m^{-3}]$	7900	7100	1000	890
$\Delta S [m.cm^{-3}]$	240	71	-	
$c_X [J.K^{-1}.cm^{-3}]$	1.98	2.13	4.18	2.1
Conductivité thermique [W.m ⁻¹ .K ⁻¹]	10.6	9	0.6	0.11
1/Diffusivité [s.mm ⁻²]	0.18	0.24	7	21
Viscosité dynamique [mPa.s]			0.5, 1, 1.7 à 0, 20 et 50°C	3 à 20°C

Tableau 8 Propriétés des magnétocaloriques en comparaison de fluide caloporteur

Dans cette sous partie, on a présenté l'intérêt d'avoir des interrupteurs thermiques performants et quantifié différentes solutions technologiques. La caractérisation des échanges thermiques entre les différents étages nous donne la méthode pour comparer des systèmes avec des architectures différentes.

4 Source de champ

L'aimantation d'un bloc réfrigérant, appelé régénérateur dans le cycle AMR, provoque **l'aimantation d'un volume qui ne nécessite pas de l'être, en particulier le volume du fluide**. Cela représente une **perte** d'énergie importante induisant une augmentation de la masse d'aimant. On cherche donc les différentes possibilités pour aimanter seulement le matériau magnétocalorique.

L'augmentation des échanges thermiques nécessite l'utilisation de matériau de faible épaisseur **dans le sens des échanges thermiques**. C'est le cas des régénérateurs à plaques. De plus, **les interactions thermiques doivent être limitées aux éléments qui assurent le transfert thermique** entre les différents étages. Afin de limiter les pertes, la diffusivité thermique des éléments magnétiques doit être faible, comparée à la diffusivité thermique de l'élément qui transfère le flux de chaleur.

Si le régénérateur est aimanté directement avec un aimant ou au travers d'un circuit magnétique, il ne se comporte pas de la même manière, un aimant impose H_a tandis qu'un circuit magnétique s'il ne fuit pas « trop », impose le flux. En effet lorsque le régénérateur est aimanté via un circuit magnétique, il a tendance à renforcer le champ, H_a augmente, dans les zones où le matériau a une forte aimantation, mais une aimantation importante engendre un champ démagnétisant H_d plus grand. Ces deux effets ont tendance à se compenser pour maintenir H « plus » homogène. Dans le cas chapitre 4 des résultats de simulations sont montrés.

4.1 Contexte

Actuellement un aimant *NdFeB* de série standard coûte environ 90 €/kg ou 750 k€/m³ (« supermagnete » 2014). En général un dispositif de réfrigération magnétique nécessite un volume d'aimant six fois supérieurs au volume aimanté. Dans ce contexte, il est essentiel que **l'étape de désaimantation provoque l'aimantation d'une autre partie de MMC**, gain d'un facteur 2. Dans notre dispositif (Ulrich Legait 2011), il y a environ quatre fois plus d'aimant que de MMC. Alors le prix des aimants et du MMC sont du même ordre de grandeur. Dans le futur, l'utilisation des nouveaux matériaux magnétocaloriques réduira leurs coûts et conduira à un prix d'aimant prépondérant dans le système.

Dans le cas d'une situation parfaite, tout le flux magnétique créé par les aimants se retrouve entièrement dans le volume aimanté. Alors, **le point de fonctionnement optimal est donné pour des aimants à moitié chargés**. L'énergie disponible dans l'aimant, lorsqu'il est à moitié chargé $B = B_{\text{rémanent}}/2$ est de l'ordre de 450 kJ.m⁻³ pour des FeNdB ($B_r=1.3$, $H_c=1400$ kA/m) et de 45 kJ.m⁻³ pour des *AlNiCo*. L'énergie nécessaire à l'aimantation du MMC est donnée sur la Figure III-31 pour Gd et l'oxyde caractérisé. Elle vaut 400 kJ.m⁻³ dans le cas du vide sous 1 T.

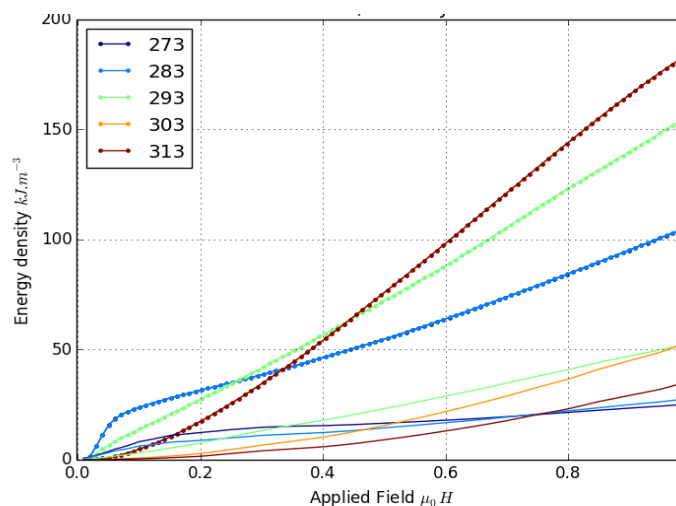


Figure III-31 Energie pour l'aimantation du matériau magnétocalorique : en point pour le Gd et en trait pour l'oxyde

4.1.1 Cas d'une structure idéale sans fuites

Il s'agit de la situation parfaite où tout le flux magnétique créé par les aimants se retrouve entièrement dans le volume aimanté. Le volume aimanté est d'épaisseur l_m et de section S_m , et le volume d'aimant

est d'épaisseur l_a et de section S_a . En se basant sur la méthode de réluctance équivalente, nous pouvons écrire la relation (III-20) qui donne l'induction magnétique dans le volume d'air à aimanté.

$$B_e = \frac{J_a}{\frac{S_m}{S_a} + \frac{l_m}{\mu_r l_a}} \quad (\text{III-20})$$

Pour que les aimants soient à leur utilisation optimale en termes de volume nécessaire, nous montrons que le système doit être au point de fonctionnement donné par la relation $\mu_r S_m/S_a = l_m/l_a$. En reprenant l'expression de l'induction magnétique dans le volume d'air à aimanter, nous obtenons $\mu_0 H_m = J_a l_a / 2 l_m$.

Cette expression intermédiaire sert à déterminer le rapport v entre le volume d'aimants et le volume à aimanter pour atteindre un certain rapport entre l'induction B_e et l'induction rémanente J_a des aimants. Dans le cas d'une structure idéale et avec une utilisation optimale des aimants, nous avons l'expression suivante :

$$v = \frac{V_a}{V_m} = 4\mu_r \left(\frac{\mu_0 H_m}{J_a} \right)^2 \quad (\text{III-21})$$

Du point de vue énergétique, nous avons l'expression :

$$\varepsilon_{aimant} = V_a \frac{J_a^2}{8\mu_0} = V_e \frac{B_m H_m}{2} = \varepsilon_{mcm} \quad (\text{III-22})$$

La relation (III-21) est très instructive, par exemple il faut 4 fois plus d'aimants que de volume aimanté pour atteindre l'induction rémanente des aimants, tout en ayant une utilisation optimale de ces derniers. Dans le meilleur des cas une augmentation de 10% du champ entraîne une augmentation du volume d'aimant de 20%.

La thèse (Cugat 1999) étudie différentes sources de champ intense de type cylindre et sphère d'Halbach. Tandis que la thèse de (Roudaut 2011) analyse les sources de champ spécifiquement liées à la réfrigération magnétique, en comparant le prix, la masse, la puissance des différentes structures. Il est difficile de comparer les différentes structures selon le critère de la relation (III-21) par manque de données sur les géométries, nous nous sommes contenté de placer la structure de Bjørk (Bjørk et al. 2008) et le cylindre d'Halbach utilisé au laboratoire.

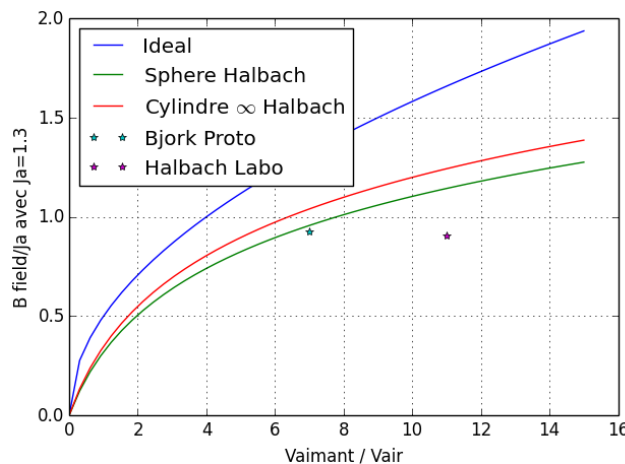


Figure III-32 Comparaison des structures de champ pour des aimants NdFeB avec un champ rémanent de 1.3T

Pour l'augmentation du champ nous pouvons placer des pièces homopolaires afin de réaliser de la concentration de flux (Roudaut 2011) et pour limiter les fuites nous en disposons plusieurs sur un cercle de façon alternative, à la façon des pôles d'une machine électrique.

4.1.2 Effet du champ démagnétisant et du champ de fuite

Dans le cas d'objets magnétiques placés dans un champ fixe, l'aimantation de l'objet induit un champ magnétique qui diminue le champ à l'intérieur de l'échantillon. Ce champ, appelé champ démagnétisant, dépend de la forme de l'échantillon et il est déterminé via le coefficient de champ démagnétisant illustré sur la Figure III-33. La thèse de (Roudaut 2011) donne plus de détail sur les relations utilisées pour déterminer le coefficient de champ démagnétisant.

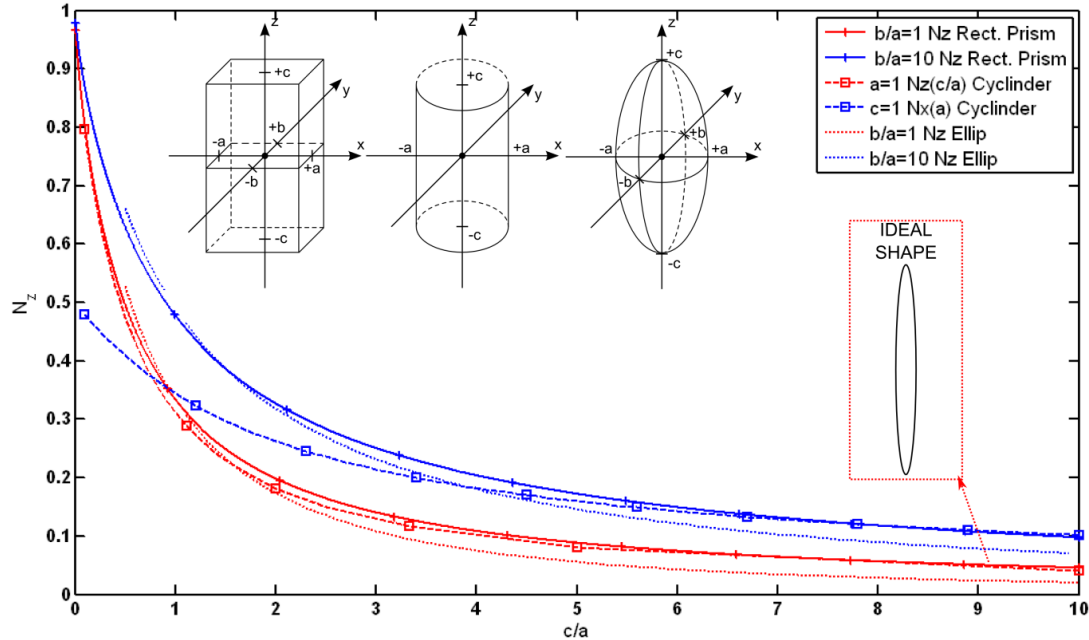


Figure III-33 Champ démagnétisant

De la même façon l'aimantation d'objets voisins modifie le champ magnétique. Si ces objets voisins sont suffisamment éloignés, environ 2 fois la dimension caractéristique de l'objet, leurs interactions peuvent être négligées. La Figure III-34 illustre ces effets dans le cas d'un régénérateur constitué d'un assemblage de cylindre ou de plaques ; Le coefficient du champ démagnétisant est tracé en fonction de la porosité et comparé à ceux déterminés analytiquement dans les deux cas extrêmes : un bloc massif (modèle de Aharoni pour un prisme) et un élément unique (modèle de Aharoni pour une plaque et modèle de Chen pour un cylindre).

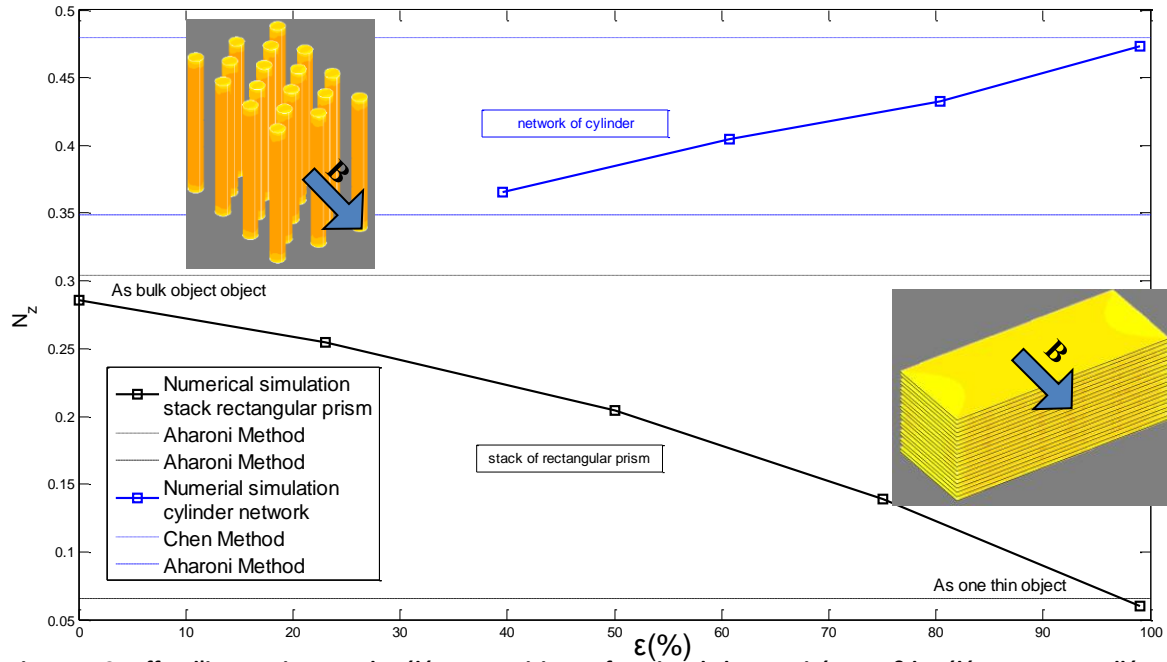


Figure III-34 Effet d'interaction avec les éléments voisins en fonction de la porosité : $\epsilon = 0$ les éléments sont collés et $\epsilon = 1$ l'élément est seul, les autres sont à l'infini (Roudaut 2011)

L'augmentation de la largeur du régénérateur diminue l'effet du champ démagnétisant mais augmente les fuites. Les simulations réalisées dans la thèse (Roudaut 2011) conduisent à la Figure III-35 sur laquelle nous traçons un réseau de courbes basé sur la relation (I-63) fonction de y_0 et correspondant à des structures optimales. L'utilisation de ce réseau de courbes, de forme proportionnelle à $1/\sqrt{y_0}$, montre que la structure se rapproche de l'optimale lorsque l'entrefer augmente et donc que le champ $\mu_0 H$ diminue.

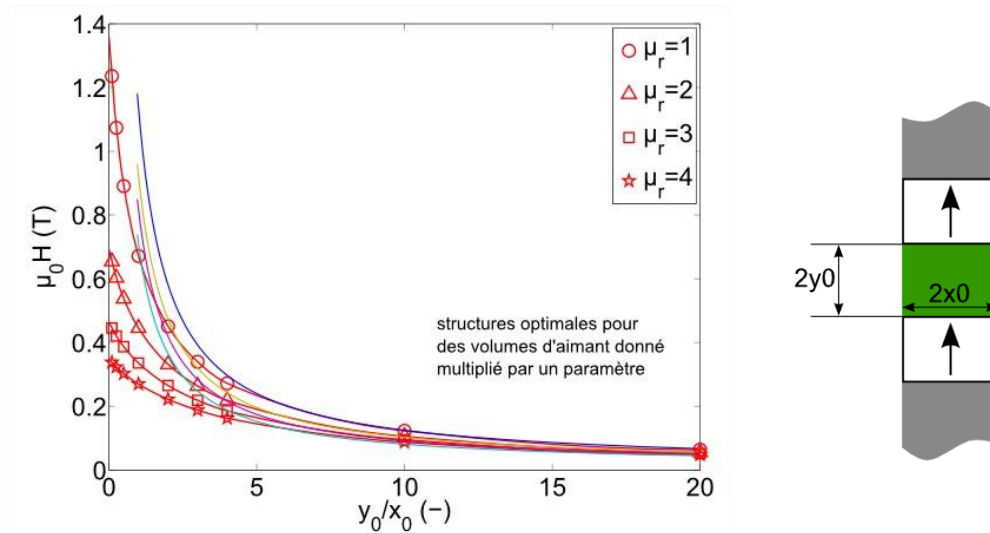


Figure III-35 Effet du champ de fuite et du champ démagnétisant

4.1.3 Contrôle du champ

La réfrigération magnétique nécessite une variation du champ, généralement obtenu par un déplacement de la source de champ par rapport à l'élément magnétocalorique. En général, l'énergie nécessaire à l'aimantation du MMC est environ 5 fois supérieure à l'énergie échangée. Pour éviter ces transferts d'énergie importants et ainsi des actionneurs puissants et volumineux, l'usage est de mettre en place une invariance magnétique. D'autres solutions utilisent des systèmes magnétiques ou mécaniques pour compenser cette variation d'énergie (Allab 2008) et ainsi réduire les forces mais ces solutions augmentent l'encombrement.

4.2 Concentration du champ dans l'élément ferromagnétique

L'aimantation du volume lié au fluide nécessite une énergie magnétique non utilisée. Sous un champ $\mu_0 H$ de 1T et une porosité de 25%, soit 3 fois plus de MMC que d'eau. Dans le cas de l'oxyde l'énergie effective nécessaire à aimanter le matériau représente 30% de l'énergie totale le reste est perdu et aimante le fluide. Pour Gd, nous avons 50% et 50%. Les simulations sur du Gd en potentiel scalaire réduit, avec des conditions de symétrie sur la ligne haute et basse, montrent que le champ est $\mu_0 H$ est homogène. Cette configuration est étudiée plus en détail au Chapitre 4.

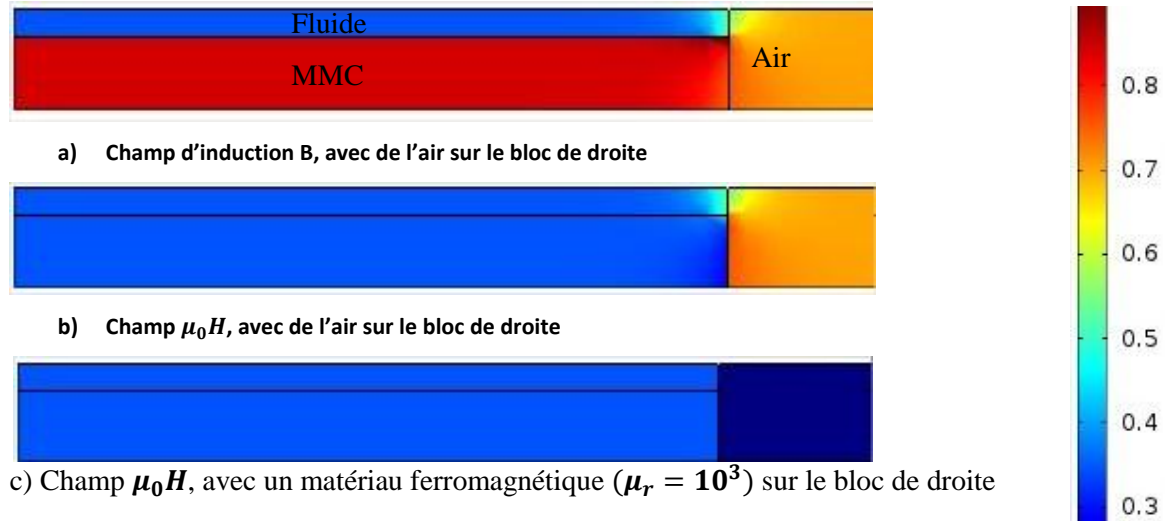


Figure III-36 $\mu_0 H_0$ imposé à 0.7T avec la courbe d'aimantation du Gd mesurée à 293K

La Figure III-37 présente une solution permettant grâce à une **meilleure répartition des charges magnétiques** d'assurer la présence du champ uniquement dans le MCM. Un modèle avec sphères est réalisé pour analyser la pertinence de cette proposition.



Figure III-37 Concentration du champ dans le matériau magnétocalorique

4.2.1 Chaîne de sphères

Dans ce modèle une chaîne infinie de sphère est plongé dans un champ extérieur $\mu_0 H_{\text{applied}} = 0.5 \text{ T}$. Les sphères ont un comportement magnétique linéaire, donné par une perméabilité relative de 10 000. Le champ appliqué sur la sphère est supposé homogène égal au champ à son centre, ainsi l'aimantation de la sphère est homogène. On a un système avec de multiple interaction que l'on résout sous forme matriciel. Les hypothèses utilisées sont discutables lorsque les sphères sont très proches.

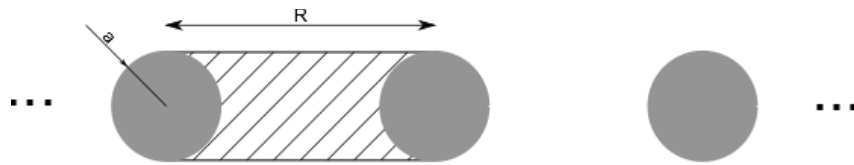


Figure III-38 Configuration du système

Comme le montre la Figure III-39, le champ moyen dans la zone hachurée sur la Figure III-38 est augmenté. Le ratio volume aimanté sur le volume ferromagnétique est de la forme $\frac{3R}{4a} - 1$. L'augmentation du champ permet une augmentation du ΔS mais l'addition d'élément ferromagnétique augmente la capacité thermique et donc diminue le ΔS global du matériau. En considérant que la capacité thermique du matériau ferromagnétique et magnétocalorique soit identique et que ΔT_{adia} est proportionnel au champ, l'optimum est pour un ratio R/a autour de 4 avec 10% de gain. Avec ΔT_{adia} lié au champ par une puissance 2/3, il y a une perte de 40%.

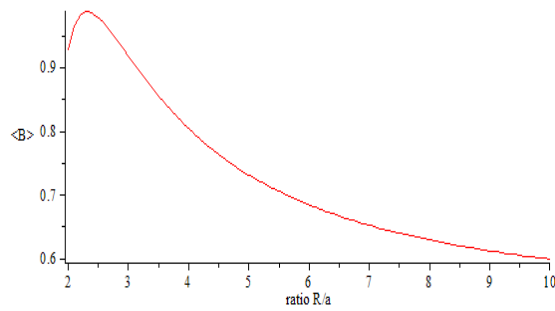


Figure III-39 Champ moyen sur l'aire hachurée, fonction de la distance entre les sphères pour un champ appliqué de 0.5T

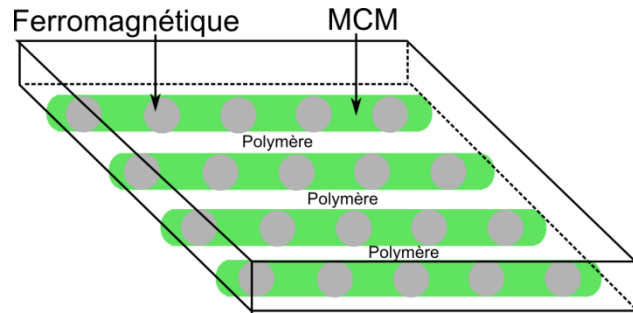


Figure III-40 Illustration de l'utilisation de sphère ferromagnétique pour augmenter le champ

Cette configuration permet de faire de la concentration du flux, en diminuant le champ en dehors de la sphère sur l'axe vertical et en l'augmentant sur l'axe horizontal. Des plaques constituées de plusieurs lignes de sphère avec du polymère intercalé entre les lignes pour l'isolation thermique pourraient s'avérer intéressantes.

4.2.2 Cas pratique

L'intérêt d'intercaler des éléments ferromagnétiques de forme prismatique est étudié par simulation éléments finis avec le logiciel Flux. Pour cela, un code python génère des géométries qui conservent le même volume d'éléments ferromagnétiques, aimant et magnétocalorique en changeant le nombre de couche, comme le montre la Figure III-41. Le volume de matériau ferromagnétique est constant, fixé par $Lf \cdot n$ avec Lf la longueur de l'élément ferromagnétique et n le nombre de couches. Quand n augmente Lf diminue. La distance, à partir de laquelle les charges magnétiques sont considérées confondues, diminue. Ce raisonnement montre que le champ doit rester de plus en plus confiné dans le MCM.

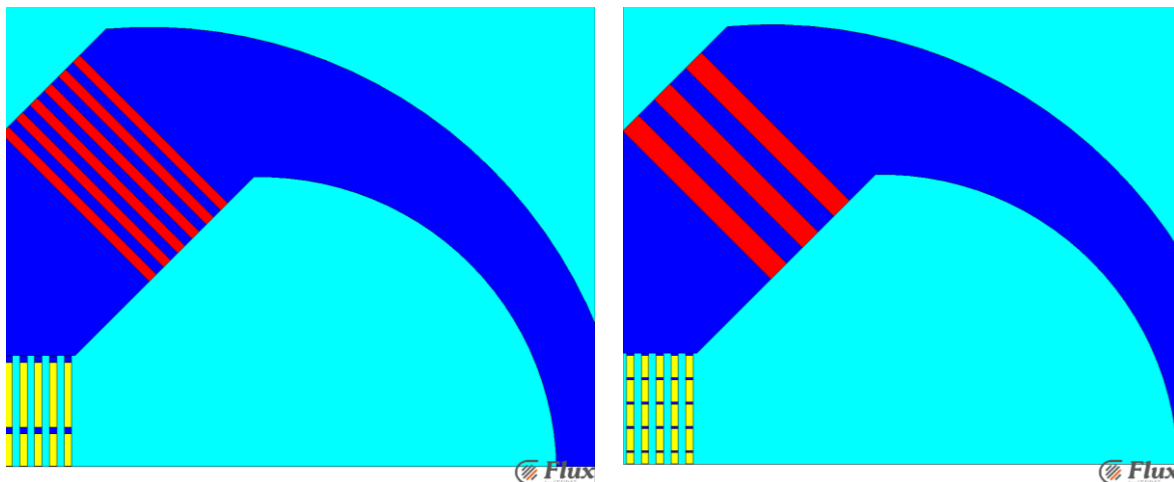


Figure III-41 Exemple de deux configurations

La Figure III-42 illustre quelques exemples de résultats en présentant la répartition de l'induction dans le réseau en fonction de taux d'insertion d'éléments ferromagnétiques ou du nombre de couche.

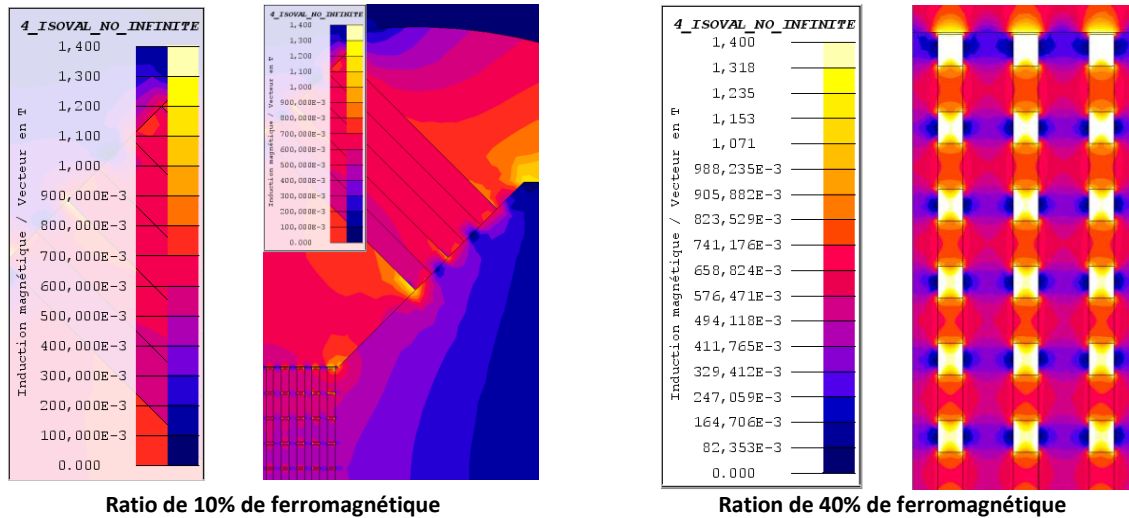


Figure III-42 Illustration de résultats de simulation Flux

Les résultats sont synthétisés dans la Figure III-43. Contrairement aux résultats attendus le champ diminue lorsque le nombre de couches intercalées augmente. Le système étant infini suivant une dimension de par la simulation 2D, le champ démagnétisant sur les éléments ferromagnétiques devient important et induit une désaimantation des couches intercalées. Il en résulte une perte de la concentration des lignes de champ dans le matériau magnétocalorique.

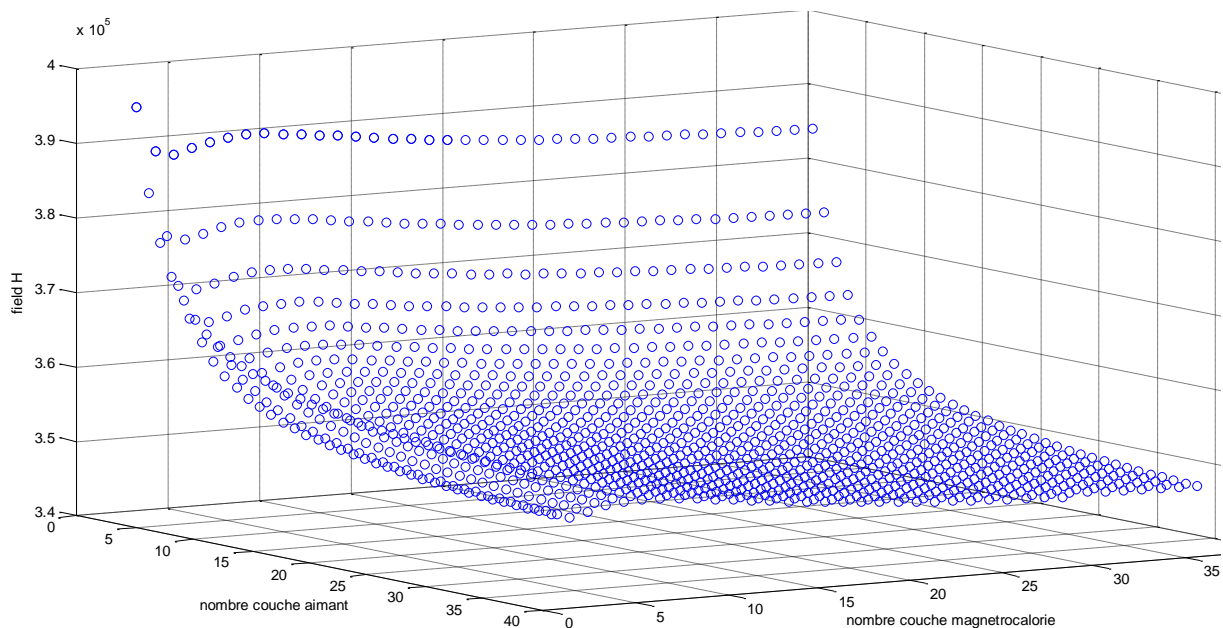


Figure III-43 Synthèse des résultats

La diminution des dimensions du prisme doit être suivant les trois axes, l'objectif étant d'avoir un coefficient de champ démagnétisant faible sur les éléments ferromagnétiques intercalés. La conclusion est que les objets intercalés doivent être proches d'une forme cubique ou sphérique.

En conclusion, la structuration du matériau magnétocalorique avec des éléments ferromagnétiques pourrait permettre d'augmenter le champ mais cette solution est complexe à réaliser. D'autres réflexions ont été menées sur l'utilisation de matériaux à faible champ coercitif de type *AlNiCo* afin de maintenir le champ, le champ initial étant amené au travers d'un autre dispositif bobine ou d'aimants *NdFeB*. Ce concept est limité par l'énergie nécessaire à l'aimantation de l'eau et par les fuites.

Nous orientons alors nos futurs raisonnements vers l'aimantation d'une feuille de matériau. Dans cette configuration pour limiter les fuites et canaliser au mieux le champ nous nous intéressons à

l'utilisation de dipôle de faible taille (Hilton et McMurry 2012; Mallinson 1973) avec des fermetures localisés du champ. Nous avons mené une réflexion sur le contrôle d'un « écran » magnétique. Mais elle n'est actuellement pas pertinente car les transitions magnétiques des permalloys sous la contrainte ne sont pas suffisamment abruptes.

Dans cette partie nous montrons qu'il est important de canaliser au mieux l'énergie magnétique dans le MMC afin de réduire la masse d'aimant. Nous devons alors limiter les fuites et l'effet du champ démagnétisant. Nous proposons d'intercaler des éléments ferromagnétiques mais ceux-ci peuvent dégrader le comportement thermique, il y a donc des compromis entre amélioration du comportement magnétique et dégradation du comportement thermique.

5 Conclusion

Ce chapitre aborde les socles de la réfrigération magnétique : le matériau, les cycles thermodynamiques, les échanges et les sources de champ :

- Les MCM, pour un champ de 1 T, sont respectivement de 3 à 30 fois moins performant sur ΔS et ΔT que les gaz. Mais ils sont moins nocifs pour l'environnement et ont une conductivité thermique 100 fois supérieure à celle des gaz, ce qui peut permettre de réaliser des cycles thermodynamiques plus performants ;
- Le cycle de Brayton, pratique à réaliser techniquement, n'est pas le plus performant. En effet les courbes de COP, horizontales, s'éloignent des courbes du cycle de Carnot pour des puissances importantes ;
- La réalisation de cycles thermiques multiétages permet de produire le ΔT souhaité. Cependant l'ajout d'étages engendre une diminution du COP et de la densité de puissance. Alors le ΔT_{adia} ou indirectement le champ sont des paramètres capitaux pour les performances des systèmes.
- La capacité à contrôler les échanges de flux, pour un faible coût énergétique avec des échanges performants, affecte le produit COP puissance. Ce levier important est sans limite théorique mais difficile techniquement ;
- L'augmentation du champ a un impact important sur la masse d'aimant du système. De plus, plus le champ augmente moins les structures étudiées sont optimales.

IV Simulations Numériques

La réfrigération magnétique, basée sur le cycle de régénération active, nécessite l'utilisation de modèles numériques pour optimiser la structure afin qu'elle devienne un candidat sérieux en réfrigération. Le problème est complexe car il fait intervenir trois domaines de la physique : le magnétisme, la thermique et la fluidique en 3D avec une résolution en régime périodique. De plus, les caractéristiques des matériaux sont non linéaires.

Dans la première partie, les différentes physiques, leurs couplages et leurs symétries sont présentés. Le problème thermique est ainsi simplifié à un système 2D constitué d'une demi-plaque et d'un demi-canal. Les grandeurs caractéristiques du problème sont définies et une analyse qualitative est menée.

Dans cette modélisation, les hypothèses sont délicates à justifier rigoureusement. L'expérience ou la littérature permettent néanmoins de négliger certains aspects plutôt que d'autres. Ainsi, dans la seconde partie, les différents niveaux de couplage sont étudiés en simulant les physiques de façon découplées. Grâce à cette étude, les différents niveaux de modélisation et de couplage sont définis.

Pour répondre aux objectifs d'une optimisation dans un temps raisonnable, un modèle 1D transverse est développé. Ce modèle de pré-dimensionnement, introduit dans la troisième partie, se focalise sur la modélisation des échanges entre le fluide et le matériau. Dans les quatrième et cinquième parties, des niveaux de modélisation plus avancés sont présentés pour valider les points de fonctionnement obtenus avec le modèle 1D.

1	DESCRIPTION DU PROBLEME	110
1.1	ASPECT FLUIDE	110
1.2	ASPECT THERMIQUE	111
1.3	ASPECT MAGNETIQUE	113
1.4	EFFICACITE ENERGETIQUE	114
1.5	INVARIANCE, NOMBRES ADIMENSIONNELS	115
2	MODELES ET NIVEAUX DE MODELISATION	117
2.1	RESOLUTION DE L'ECOULEMENT	118
2.2	HOMOGENEITE DU CHAMP MAGNETIQUE	120
2.3	MODELE 2x1D SUIVANT L'AXE LONGITUDINAL (MODELE 1D LONGITUDINAL)	123
2.4	COUPLAGE	125
3	MODELE 1D TRANSVERSE	127
3.1	FORMULATION DU PROBLEME	127
3.2	RESOLUTION SPATIALE	128
3.3	VALIDATION DU MODELE	128
3.4	ANALYSE DU CAS TEST POUR DEUX EPAISSEURS D'OXYDE DE 1 MM ET 0.5 MM	129
3.5	OPTIMISATION.....	131
4	MODELE 2D MAGNETIQUEMENT DECOUPLE	132
4.1	FORMULATION, DISCRETISATION SPATIALE	132
4.2	DISCRETISATION TEMPORELLE ET SOLVEUR	135
4.3	EXEMPLE DE RESULTATS	136
5	CONCLUSION	137

1 Description du problème

Un fluide, en général de l'eau, passe alternativement dans le régénérateur, à base de matériau magnétocalorique (MMC), pour permettre un échange de chaleur entre les différents étages thermodynamiques. Les plaques du régénérateur sont successivement aimantées et désaimantées dans le sens des plaques sur l'axe z comme représenté sur la Figure IV-1.

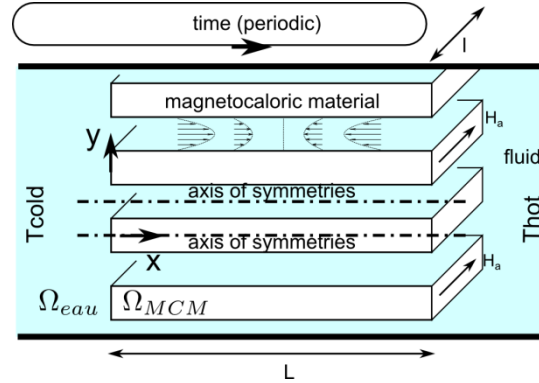


Figure IV-1 Schéma du système

Le Tableau IV-1 rappelle les caractéristiques dimensionnelles et physiques considérées pour la structure. Dans la dernière colonne, le cas test choisi est précisé, il correspond au matériau caractérisé au chapitre 2 et à la géométrie présentée dans l'article (U. Legait et al. 2014).

Variables	Ordre de grandeur	Cas test oxyde
Longueur L , Largeur l	10 cm, 2 cm	5 cm, 2 cm
Demi-épaisseur MMC, eau	$e_{mmc}=1/2$ mm à 100 μ m $e_{eau}=1/2$ mm à 100 μ m	$e_{mmc}=1/2$ mm ou 0.5/2 mm $e_{eau}=0.4/2$ mm à 0.3/2 mm
Fréquence du cycle	0.1 Hz à 10 Hz	0.18, 0.24, 0.35, 0.7, 1.4 Hz
v vitesse du fluide ou débit du fluide	0 à 100 cm. s ⁻¹	0 à 6 cm. s ⁻¹
$\mu_0 H_a$ champ appliqué	0.8 à 1.2 T	0.8 T - $\Delta T_{adia} = 0.96$ K
T_{cold} , T_{hot}	0 à 30°C	0 à 10°C
Type de fluide eau	Masse volumique $\rho = 1000$ kg. m ⁻³ Viscosité dynamique $\mu = 1$ mPa.s à 20°C 1.7 mPa.s à 0°C Nombre de Reynolds $Re = 100$	
Capacité thermique moyenne	Gd 300 J. K ⁻¹ . kg ⁻¹ ou 2.4 J. K ⁻¹ . cm ⁻³	550 J. K ⁻¹ . kg ⁻¹ ou 3.6 J. K ⁻¹ . cm ⁻³
Conductivité thermique	Gd 10 W. m ⁻¹ . K ⁻¹	2.2 W. m ⁻¹ . K ⁻¹
Densité volumique	Gd 7900 kg. m ⁻³	5850 kg. m ⁻³

Tableau IV-1 Caractéristiques du régénérateur en Gd (Griffel, Roudaut 2011) et en l'oxyde

Ce dispositif est à l'interface de trois domaines de la physique : magnétisme, thermique, fluide avec des couplages qui se font au travers de l'aimantation $M(T, H)$ pour le magnétisme, de l'entropie $s(T, H)$, de la conductivité thermique $\lambda(H)$ et du terme advectif $(v.grad)T$ pour la fluide. Pour les notations, les grandeurs volumiques sont utilisées, ce qui signifie que c la capacité thermique est en [J. m⁻³. K⁻¹], de même l'entropie s est en [J. m⁻³. K⁻¹].

Les couplages au travers des fonctions non-linéaires caractérisant le matériau : capacité thermique, aimantation, effet magnétocalorique rendent la résolution des équations difficiles. Nous choisissons une formulation du problème en termes de température, mais dans le cas des matériaux du premier ordre une formulation en entropie pourrait être mieux adaptée comme expliqué dans le chapitre 1.

Dans les parties suivantes, les trois physiques sont successivement décrites avec leurs invariances, symétries et hypothèses de simplification.

1.1 Aspect fluide

Les paramètres caractéristiques des écoulements sont rappelés dans le Tableau IV-2. Le fluide est considéré **incompressible** ($div \vec{v} = 0$) et **homogène**. Le nombre de Reynolds, noté Re , étant au maximum égal à 100, notre modèle est placé dans le cas d'un régime d'écoulement laminaire et l'effet de la gravité est négligé. Le rapport longueur sur hauteur (autour de 100) est suffisamment grand

« régénérateur long », pour **négliger la zone d'établissement spatiale** et qu'il ne soit pas nécessaire de simuler l'entrée de l'écoulement. Pour estimer cette longueur d'établissement, le livre (Bejan et Kraus 2003 p397) donne une relation empirique évaluant la distance pour laquelle l'écoulement est hydrodynamiquement pleinement développé. C'est l'équation de Janna de la forme $\delta \sim 0,05 D_h Re$ avec D_h le diamètre hydraulique. En dehors de la zone d'établissement l'écoulement est **invariant suivant l'axe \vec{x} et suivant l'axe \vec{z}** car l'épaisseur de canal reste faible devant ses dimensions. Ainsi, nous pouvons écrire $\overrightarrow{\text{grad}} p = \sigma_{\text{fluide}}/L \vec{x}$ avec L la longueur du régénérateur.

$\nu = \mu/\rho$	Viscosité cinématique	J. kg^{-1}
μ	Viscosité dynamique	Pa. s
p	Pression	Pa
v	Vitesse « Eulérienne » du fluide	m. s^{-1}
v_x	Vitesse Eulérienne sur l'axe x	m. s^{-1}
σ_{fluide}	Contrainte exercée sur le fluide	N. m^{-2}

Tableau IV-2 Paramètres caractérisant l'écoulement

L'équation de Navier-Stokes dans le cadre d'un écoulement laminaire incompressible s'écrit sous la forme (IV-1) et dans les conditions d'invariance sous la forme de l'équation (IV-2).

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{v} \quad (\text{IV-1})$$

$$\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\sigma_{\text{fluide}}(t)}{L} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_x(y, t)}{\partial y^2} \quad (\text{IV-2})$$

Pour les conditions aux limites, les **conditions d'adhérence** et de non pénétration imposent $v = 0$ et $\vec{n} \cdot \vec{v} = 0$ sur les bords avec \vec{n} la normale aux bords. Les propriétés du fluide étant indépendantes du champ et de la température, l'équation (IV-2) est linéaire et découplée des autres physiques

La **méthode de séparation des variables** permet de découpler le temps et l'espace pour la résolution. La **théorie de Sturm Liouville** fournit des bases spatiales de projection qui assure une convergence rapide vers la solution. Le système étant périodique $v(x, y, z, t) = v(x, y, z, t + T)$, la résolution temporelle est réalisée de deux façons, soit avec une **analyse de Fourier** qui évite la résolution du transitoire, soit avec une méthode plus classique de Runge-Kutta.

1.2 Aspect thermique

Les effets de bord du champ engendrent des inhomogénéités du champ magnétique et par conséquent des écarts dans la variation d'entropie engendrée sur l'axe \vec{z} . Le pourcentage de volume affecté est supposé négligeable compte tenu de la forme de nos géométries (plaques longues et fines). Du point de vue thermique, le système est considéré invariant suivant l'axe \vec{z} , une analyse plus détaillée est menée dans la partie IV.3 qui suit sur l'« Aspect magnétique ». Les paramètres et les variables du problème thermique sont résumés dans le Tableau IV-3.

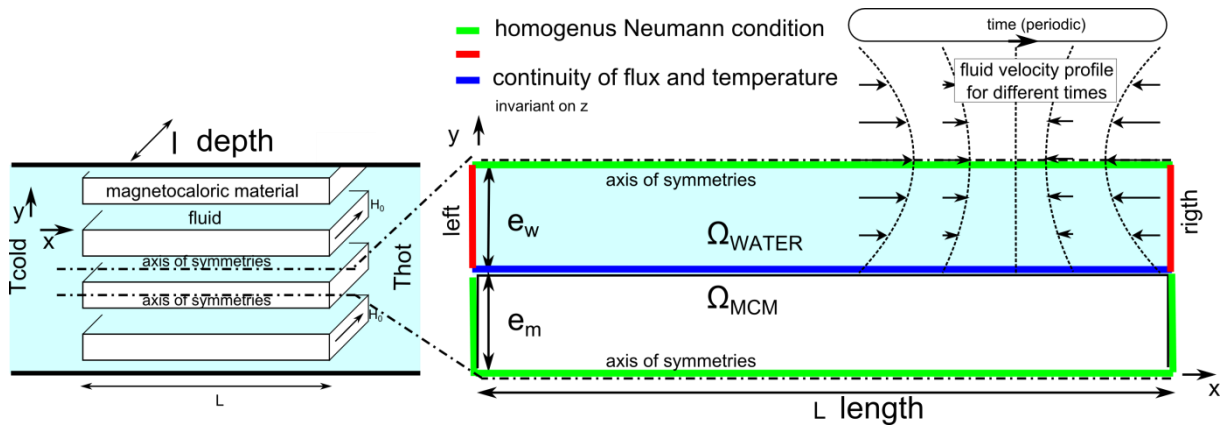


Figure IV-2 Synoptique du problème 2D

q	Densité volumique de chaleur	J. m^{-3}
s	Entropie volumique	$\text{J. m}^{-3}. \text{K}^{-1}$
λ	Conductivité thermique	$\text{W. m}^{-1}. \text{K}^{-1}$
ρ	Masse volumique	kg. m^{-3}
v	Vitesse du fluide	m. s^{-1}

Tableau IV-3 Paramètres caractérisant la thermique

1.2.1 Equation thermique

En se basant sur l'analyse du chapitre 2 et dans le cas du matériau second ordre, l'équation (IV-3) est obtenue :

$$\text{Sur } \Omega_{\text{MMC}} \quad \text{div}(\lambda(H)\overrightarrow{\text{grad}T}) = T \frac{\partial s(T, H)}{\partial H} \bigg|_T \frac{\partial H}{\partial t} + c_H(T, H) \frac{dT}{dt} \quad (\text{IV-3})$$

En se basant sur les principes de la thermodynamique des systèmes ouverts dans le fluide, l'équation (IV-4) est obtenue avec $\underline{\underline{D}}$ le tenseur du taux de déformation. Dans notre problème, le produit tensoriel de $\underline{\underline{D}}$ est donné à l'équation (IV-5) et l'équation de comportement thermique à l'équation (IV-6). Les équations de la thermique dans l'eau et le MMC peuvent être considérées comme une seule équation car elles ont la même forme.

$$\text{Sur } \Omega_{\text{EAU}} \quad \text{div}(\lambda(H)\overrightarrow{\text{grad}T}) + 2(\mu \underline{\underline{D}} : \underline{\underline{D}}) = c_p \left(\frac{dT}{dt} + (\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})T \right) \quad (\text{IV-4})$$

$$\underline{\underline{D}} : \underline{\underline{D}} = \left(\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial y} \right)^2 \quad (\text{IV-5})$$

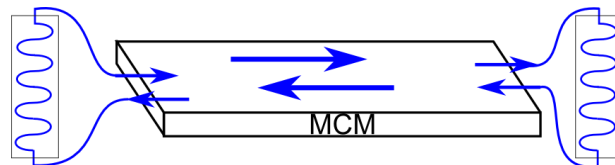
$$\text{Sur } \Omega_{\text{EAU}} \quad \text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}) + 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial y} \right)^2 = c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x(y, t) \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} \right) \quad (\text{IV-6})$$

Des solutions analytiques pour les problèmes d'advection-diffusion existent dans la littérature (Zoppou et Knight 1999; Wortmann et al. 2005; Park et Baik 2008; Costa et al. 2006), mais seulement lorsque la vitesse et la constante de diffusion ont des formes $v = v_0 x$ et $D_x = D_0 v_0^2 x^2$. Ces conditions ne sont pas vérifiées dans notre cas et il faut utiliser d'autres méthodes.

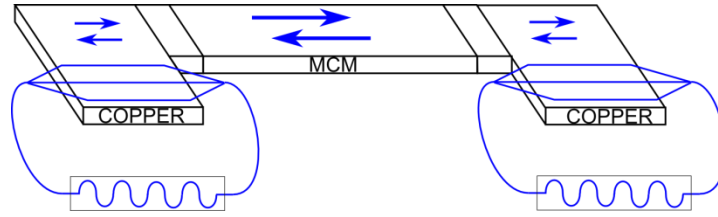
1.2.2 Conditions aux limites

Sur la frontière $\Omega_{\text{EAU}} \cup \Omega_{\text{MMC}}$ en bleu sur la Figure IV-2, le flux thermique et la température sont continus. Sur les axes de symétrie, le flux thermique est nul (condition de Neumann).

Pour les bords latéraux, les conditions aux limites verticales (Figure IV-2 en rouge) sont difficiles à définir car elles sont imposées par le comportement des sources, soit par la résolution des équations de fluide et de thermique couplées dans les réservoirs. La région des réservoirs n'étant pas la région d'intérêt, le comportement des sources est remplacé par des conditions aux limites simplifiées, devant décrire au mieux le comportement des réservoirs. Dans la pratique, ces conditions aux limites sont liées aux systèmes utilisés, exemple donné à la Figure IV-3. Dans la configuration a), le fluide aspiré est à température constante. Dans la configuration b), le fluide aspiré est à température variable, plusieurs sens de passage dans l'échangeur sont envisagés en fonction du type d'échange souhaité co-courant ou contre-courant.



a) Configuration où le fluide refoulé va toujours vers l'échangeur et le fluide aspiré revient toujours de l'échangeur



b) Configuration où le fluide (avec un gradient thermique), passe alternativement sur des plaques en cuivre qui échangent avec le fluide passant dans l'échangeur

Figure IV-3 Systèmes présentant des conditions aux limites différentes

Alors pour modéliser simplement le comportement des réservoirs, plusieurs propositions sont analysées :

- avec des conditions de Dirichlet T_{hot} et T_{cold} . Les sources sont considérées idéales (puissance infinie) et placées à la sortie du régénérateur. Un problème survient sur la surface d'éjection (outlet) du fluide car c'est le fluide qui devrait imposer la température ;
- avec des conditions de Dirichlet $T_{\text{hot}}(t)$ et $T_{\text{cold}}(t)$, fonction du temps et avec un modèle simple qui caractérise la dynamique des sources, condition de Robin ;
- avec des conditions qui varient suivant le sens de l'écoulement, pour une vitesse de fluide v tel que $v > 0 \Rightarrow T = T_{\text{source}}$ (condition de Dirichlet) et $v < 0 \Rightarrow \nabla T = 0$ (condition de Neumann) (Outlet condition).

Bien que les conditions aux limites dépendent des solutions techniques choisies pour réaliser le système, les faces latérales du matériau sont considérées avec des conditions de Neumann homogènes. De plus, en se plaçant dans le cas où tout le fluide rentrant est passé au travers d'un échangeur, la condition aux limites c) pour le fluide est imposée.

1.3 Aspect magnétique

Pour l'aspect magnétique, noté $\vec{B}(\vec{H})$, le MMC possède une aimantation fonction de la température et du champ notée $M(T, H)$. Dans la suite, les MMC sont supposés isotropes avec une loi de comportement non linéaire.

Dans le cadre de la magnétostatique, fréquences de l'ordre de la dizaine de Hertz (Eq. (IV-7)), le problème se reformule numériquement en termes de potentiel vecteur ou scalaire.

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{j} \quad \vec{B} = f(\vec{H}) \quad (\text{IV-7})$$

B	Champ magnétique d'induction	T
H	Champ d'excitation magnétique	A. m ⁻¹
M	Aimantation	A. m ⁻¹
T	Température	K
H _d	Champ H démagnétisant, généré par le matériau aimanté	A. m ⁻¹
H _a	Champ H appliqué, généré par la source de champ	A. m ⁻¹
φ	Potentiel scalaire	A

Tableau IV-4 Paramètres caractérisant le magnétisme

Du point de vue magnétique, le système possède deux plans de symétrie : plans (O,x,y) et (O,x,z) avec O pris comme le centre du régénérateur (Figure IV-1). Prendre deux plans de symétrie aux milieux du canal et du matériau sur l'axe (O,x,z) revient à imposer un régénérateur infiniment long. Alors le champ démagnétisant est différent du cas réel.

En magnétisme, deux types de formulation sont principalement utilisées : formulation en potentiel vecteur, notée \vec{A} avec $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$ ou formulation en potentiel scalaire (Eq. (IV-8)).

$$\begin{aligned} \text{div} \vec{B} &= 0 & \vec{H} &= \vec{H}_a + \vec{H}_d \\ \text{rot} \vec{H}_d &= \vec{0} & \vec{H}_d &= -\text{grad} \phi \end{aligned} \quad (\text{IV-8})$$

Le problème pleinement couplé revient à avoir une fonctionnelle $J(H, H_a, T) = \int_{\Omega} \int_0^H \vec{B}(\vec{H}, T) d\vec{H} d\Omega$ telle que $\frac{\partial J(H, H_a, T)}{\partial H} = 0$. Si elle est Fréchet-dérivable, elle donne dH/dt fonction de H_a et de T , relation (Eq. (IV-9)) utile à l'équation de la thermique.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J(H, H_a, T)}{\partial H^2} \frac{dH}{dt} + \frac{\partial^2 J(H, H_a, T)}{\partial H \partial H_a} \frac{dH_a}{dt} + \frac{\partial^2 J(H, H_a, T)}{\partial T \partial H} \frac{dT}{dt} &= 0 \\ \frac{dH}{dt} &= \frac{\partial^2 J(H, H_a, T)}{\partial H^2}^{-1} \left(- \frac{\partial^2 J(H, H_a, T)}{\partial H \partial H_a} \frac{dH_a}{dt} - \frac{\partial^2 J(H, H_a, T)}{\partial T \partial H} \frac{dT}{dt} \right) \end{aligned} \quad (IV-9)$$

Le système est soumis à une **source de champ H_a considérée constante, la variation de l'état magnétique du MMC n'affecte pas la source de champ.**

1.4 Efficacité énergétique

Le déplacement du fluide engendre des pertes dans le système, elles sont évaluées en multipliant l'équation de Navier et Stokes (IV-2) par v_x la vitesse du fluide. Trois termes apparaissent dans l'équation (IV-10), un terme de stockage énergétique, un terme d'énergie fournie par l'actionneur et un terme de dissipation visqueuse. L'énergie fournie sur une période par l'actionneur est de la forme de l'équation (IV-11).

$$\int_{y,T} \frac{\rho l L}{2} \frac{\partial v_x^2}{\partial t} dy dt = l \int_{y,T} v_x \sigma_{fluide}(t) dy dt + l L \mu \int_{y,T} v_x \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} dy dt \quad (IV-10)$$

$$E_{fluide} = \int_T \text{Débit}(t) \sigma_{fluide}(t) dt = l L \mu \int_{y,T} v_x \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} dy dt \quad (IV-11)$$

L'énergie magnétique se déduit par une intégration sur le volume de MMC. L'étude du chapitre I-2 donne dans le cas d'un matériau réversible une équivalence dans les relations de l'expression (IV-12). Il n'y a pas d'équivalence avec Tds puisque la transformation n'est pas réversible.

$$E_{mag} = - \int_V \int_{Cycle} \vec{M} d\vec{B} dv = \int_T \int_{Smcm} \lambda \vec{\nabla T} \cdot \vec{dS} dt \quad (IV-12)$$

L'intégration de l'équation de la thermique sur le volume de fluide et de MMC donne les équations (IV-13) et (IV-14). Ainsi, le flux thermique rentrant dans le système ajoute de la dissipation visqueuse correspondant à la variation de la température moyenne du fluide du système.

$$\int_{\partial\Omega_{eau}} \lambda \vec{\nabla T} - c v_x(y, t) T(x, y, t) dS = \int_{\Omega_{eau}} c \frac{\partial T}{\partial t} - 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial y} \right)^2 dV \quad (IV-13)$$

$$\int_{\partial\Omega_{MMC}} \lambda \vec{\nabla T} dS = \int_{\Omega_{MMC}} T \frac{ds}{dt} dV \quad (IV-14)$$

Par extension de l'intégration des relations (IV-13) et (IV-14) sur tout le volume, nous montrons que la somme des chaleurs échangées à la source froide et chaude et du travail fluide et magnétique est nulle ($Q_{cold} + Q_{hot} + W_{fluide} + W_{mag} = 0$). Dans le cycle AMR, le travail total fourni est la somme du travail du fluide et du travail magnétique. Le COP est donné par le rapport de la puissance froide Q_{cold} sur le travail total fourni $W_{fluide} + W_{mag}$.

1.5 Invariance, Nombres adimensionnels

Lord Rayleigh a écrit : “I have often been impressed by scanty attention paid even by original workers in physics to the great principle of similitude. It happens not infrequently that results in the form of “laws” are put forward as novelties on the basis of elaborate experiments, which might have been predicted a priori after a few minutes consideration”.

L’analyse des nombres adimensionnels ou la recherche de similarité sont des méthodes efficaces pour définir les degrés de liberté ou généraliser des résultats théoriques, numériques et expérimentaux par la présentation de ces résultats sous une forme adimensionnelle. Les références (Yarin 2012; Sedov 1977; Bejan et Kraus 2003 p30) présentent cette approche.

On définit $Src(T, H) = T \partial s / \partial H$ afin d’avoir des écritures plus légères. L’adimensionnement noté $\bar{\cdot}$ est réalisé en prenant la variable divisée par sa grandeur caractéristique, notée \cdot^* , par exemple pour la vitesse, $\bar{v} = v/v^*$ avec \bar{v} sans unité et pour la température $\bar{T} = \frac{T - T_{cold}}{T_{hot} - T_{cold}} = \frac{T - T_{cold}}{\Delta T^*}$. A partir de l’équation de la thermique, l’équation (IV-15) est obtenue avec en rouge les termes indésirables.

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T^* c_{eau}^*}{t^*} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} + \Delta T^* c_{eau}^* \frac{v^*}{x^*} \bar{v}(t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} \\ = \frac{\Delta T^* \lambda_{eau}^*}{y_{eau}^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\Delta T^* \lambda_{eau}^*}{x^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{2\mu v^{*2}}{y_{eau}^{*2}} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right)^2 \\ \frac{\Delta T^*}{t^*} c_{mcm}^* \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} = \frac{\Delta T^* \lambda_{mcm}^*}{y_{mcm}^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{Src^* \Delta T^* H^*}{t^*} \frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{t}} + \frac{\Delta T^* \lambda_{mcm}^*}{x^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2} \end{aligned} \quad (IV-15)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{y}} \right|_{interface} = \frac{\lambda_{mcm}^* y_{eau}^*}{y_{mcm}^* \lambda_{eau}^*} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{interface}$$

Pour assurer une invariance du comportement du système, les termes $\frac{t^* v^*}{x^*}$, $\frac{t^* \lambda_{eau}^*}{c_{eau}^* x^{*2}}$, $\frac{t^* \lambda_{eau}^*}{c_{eau}^* y_{eau}^{*2}}$, $\frac{\mu^* t^* v^{*2}}{c_{eau}^* y_{eau}^{*2} \Delta T^*}$, $\frac{t^* \lambda_{mcm}^*}{x^{*2}}$, $\frac{t^* \lambda_{mcm}^*}{c_{mcm}^* x^{*2}}$, $\frac{t^* \lambda_{mcm}^*}{c_{mcm}^* y_{mcm}^{*2}}$, $\frac{\lambda_{mcm}^* y_{eau}^*}{\lambda_{eau}^* y_{mcm}^*}$ doivent être constants. A partir de l’équation de la fluïdique, nous obtenons :

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} = - \frac{t^* \sigma_{eau}^*}{v^*} \frac{\overline{\sigma_{eau}}}{\rho_{eau}^* x^*} + \frac{\mu^* t^*}{\rho_{eau}^* y_{eau}^{*2}} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \quad (IV-16)$$

La puissance magnétique et froide par unité de volume sont données dans les équations (IV-17) et (IV-18).

$$W[W.m^{-3}] = \frac{t^* x^*}{t^* x^* y_{mcm}^*} \int_{space} \int_0^1 y_{mcm}^* \frac{1}{t^*} T \frac{ds}{d\bar{t}} + 2\mu \frac{y_{eau}^* v^{*2}}{y_{eau}^{*2}} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} \right)^2 d\bar{t} d\bar{y} d\bar{x} \quad (IV-17)$$

$$Q_{cold} = \frac{t^*}{x^* y_{mcm}^* t^*} \int_0^1 \int_0^1 y_{eau}^* v^* \Delta T^* c_{eau}^* \bar{v} \bar{T}(0, \bar{t}) - (y_{eau}^* + y_{mcm}^*) \Delta T^* \frac{\lambda^*}{x^*} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} d\bar{t} d\bar{y} \quad (IV-18)$$

Huit paramètres et deux fonctions adimensionnelles $\bar{v}(\bar{t})$ et $\bar{H}(\bar{t})$ définissent notre système thermique et **deux paramètres** et une fonction $\overline{\sigma_{eau}}(\bar{t})$ définissent la fluïdique.

1.5.1 Etude des transformations en maintenant un ΔT donné et les paramètres des matériaux constants

Au vu de notre compréhension du cycle AMR, donné dans le chapitre précédent, la conduction sur y et les frottements visqueux doivent être faibles en comparaison de la conduction sur x. Deux cas sont étudiés :

- Si x^* augmente alors v^* doit augmenter pour conserver v^*/x^* constant, entraînant une augmentation des pertes visqueuses qui sont proportionnelles au carré de la vitesse ;
- Si y_{eau}^* et y_{MMC}^* diminuent, t^* diminue mais alors x^* doit diminuer et les pertes par conduction augmentent.

En se plaçant, dans des cas où les frottements visqueux ou la conductivité longitudinale sont négligeables, nous avons des similarités dans le système. Dans ces cas, les transformations linéaires laissant invariant le système sont données dans le Tableau IV-5. Il distingue les deux cas précédents, chacun représenté par une colonne. Dans le cas où les frottements visqueux sont négligeables et en appliquant la transformation de la première colonne du Tableau IV-5, nous montrons que les frottements visqueux augmentent en $1/\alpha^2$ par rapport aux autres termes (Tableau (IV-6)) et devient de ce fait prépondérant lorsque α diminue. Ainsi cette première transformation conduit à la configuration où la conduction longitudinale est négligeable. Cette deuxième transformation engendre une augmentation en $1/\alpha^2$ (Tableau (IV-6)) de la conduction par rapport aux autres termes. Ces deux transformations tendent à augmenter les termes de conduction longitudinale et d'échauffement visqueux devant la conduction transversale.

Paramètres	Frottements visqueux négligeables	Conduction longitudinale négligeable
Taille sur y : y_w^* , y_m^*	α	α
Taille sur x : x^*	α	α^2
Temps: t^*	α^2	α^2
Vitesse: v^*	$1/\alpha$	1

Tableau IV-5 Coefficients multiplicateurs des variables laissant invariant le système pour différents cas considérés avec ΔT^* constant

Effets	Frottement visqueux négligeables	Conduction longitudinale négligeable
Travail magnétique	$1/\alpha^2$	$1/\alpha^2$
Travail visqueux	$1/\alpha^4$	$1/\alpha^2$
Echange convectif	$1/\alpha^2$	$1/\alpha^2$
Echange conductif	$1/\alpha^2$	$1/\alpha^4$
COP	1 si le travail visqueux est négligeable sinon α^2	1 si l'échange conductif est négligeable sinon α^2
Q_{cold}	$1/\alpha^2$	$1/\alpha^2$

Tableau IV-6 Effet des transformations sur le comportement du système

Ces transformations fournissent des pistes pour augmenter la densité de puissance du système tout en maintenant un COP constant. Cependant l'application de ces transformations conduit à rendre plus important le terme de conduction longitudinale et échauffement visqueux, termes nuisibles à la régénération, devant les autres qui contribuent aux fonctionnements des systèmes.

Compte tenu des géométries étudiées, les pertes par conduction longitudinale sont environ 30 fois supérieures dans le matériau que dans le fluide. L'intercalation de barrière thermique engendre une anisotropie dans la conductivité thermique qui pourrait permettre de déplacer le compromis entre pertes longitudinales et visqueuses afin d'améliorer l'efficacité et/ou la densité de puissance du système.

1.5.2 Etude des transformations avec un ΔT variable et les paramètres des matériaux constants

Avec une démarche similaire à la précédente, la transformation du Tableau IV-7 montre qu'une augmentation d'un facteur 2 du champ double le ΔT et quadruple la puissance froide. Le COP, soit augmente en $\sqrt{2}$, sinon il reste constant comme le montre le Tableau IV-8.

Paramètres	Facteur
$\gamma: \gamma_w^*, \gamma_m^*$	α
$x: x^*$	α
t^*	α^2
v^*	$1/\alpha$
ΔT^*	$1/\alpha^2$
H^*	$1/\alpha^2$

Tableau IV-7 Coefficients multiplicateurs des variables laissant invariant le système

Effets	Facteur
Travail magnétique	$1/\alpha^2$
Travail visqueux	$1/\alpha^4$
Echange convectif	$1/\alpha^4$
Echange conductif	$1/\alpha^3$
COP	1 pour α suffisamment petit, sinon $1/\alpha^2$
Q_{cold}	$1/\alpha^4$

Tableau IV-8 Effet des transformations sur le comportement du système

1.5.3 Etude des transformations des paramètres du fluide

L'intérêt de cette approche est d'analyser comment les coefficients caractéristiques de l'équation évoluent avec l'utilisation d'un autre fluide. En prenant comme l'exemple concret l'air, la capacité thermique est multipliée par un coefficient $\alpha \sim 1/4000$, la conductivité thermique par un coefficient $\beta \sim 1/20$, la masse volumique par $\gamma = 1/1000$ et la viscosité dynamique par $\delta = 1/100$. Afin de maintenir une équation thermique similaire, nous obtenons les transformations et leurs effets dans le Tableau IV-9 et Tableau IV-10. Le profil d'écoulement améliore les échanges par contre l'échauffement visqueux ont considérablement augmenté par rapport aux autres termes. Nous montrons ainsi qu'un régénérateur à air serait moins performant.

Paramètres	Facteur
$\gamma_{air}: \gamma$	β
$x: x^*$	1
t^*	$\alpha\beta$
v^*	$1/\alpha\beta$

Tableau IV-9 Coefficients multiplicateurs des variables avec ΔT^* constant

Effet	Facteur
Echauffement visqueux	$\frac{\delta}{\beta^3 \alpha^2} \Rightarrow 10^9$
Profil de l'écoulement	$\frac{\delta \alpha}{\gamma \beta} \Rightarrow 0.05$

Tableau IV-10 Effet des transformations sur le comportement du système avec ΔT^* constant

D'autres transformations, plus complexes et moins évidentes à déterminer, pourraient laisser ces équations invariantes. Pour plus de détails, le lecteur pourra se reporter aux livres (Debnath 2005; Barenblatt 1996; Sedov 1977).

2 Modèles et niveaux de modélisation

L'objectif du modèle est de mieux comprendre le fonctionnement du cycle AMR, d'optimiser les paramètres et de déterminer l'efficacité du système. Six principaux paramètres définissent notre système : la vitesse de l'écoulement, la période, l'épaisseur d'eau et du magnétocalorique, l'écart de température entre les sources froide et chaude et la longueur du régénérateur. Un million de simulations sont nécessaires pour balayer une dizaine de points en considérant les différents paramètres, soit 700 jours de calcul en supposant un temps de simulation, très raisonnable, de 1 minute.

Pour simplifier le modèle tout en conservant les aspects recherchés, les objectifs de la modélisation sont ainsi définis :

1. évaluer la nature des échanges convectifs pour estimer la qualité de l'interrupteur thermique ;
2. optimiser la géométrie et les paramètres de contrôle du système ;
3. étudier les cycles et leurs caractéristiques (courbes Q_{cold} fonction de ΔT , COP, pertes).

Les modèles développés doivent faire un compromis entre trois critères : 1- domaine de validité du modèle lorsque les paramètres évoluent (géométrie, paramètres de contrôle), 2- précision de description des phénomènes et 3- ressource informatique et temps de calcul nécessaire. Les deux modèles développés dans ce travail cherchent à remplir les critères 1-3 et 1-2.

Pour identifier les phénomènes et les couplages prédominants, une étude sur l'écoulement et une sur le magnétisme découplées de la thermique sont menées.

2.1 Résolution de l'écoulement

En supposant l'invariance de l'écoulement sur la longueur du régénérateur, la résolution de l'équation fluide se fait en deux étapes : projections sur des bases spatiales, puis projections sur des bases temporelles.

2.1.1 Résolution spatiale

L'écoulement est sous la forme d'un système de Sturm-Liouville, ainsi les fonctions propres de l'opérateur différentiel Eq. (IV-19) sont déduites. Ces fonctions propres, associées au bon produit scalaire, forment une **base orthogonale**. Les coefficients h_k représentent la projection de la fonction recherchée v sur les fonctions propres f_k par le produit scalaire défini à l'équation (IV-20). L'utilisation des fonctions propres comme fonction de projection donne une convergence rapide lorsque le nombre k augmente. Les échauffements, produits par les effets de frottement du fluide, sont proportionnels au carré du « rang » de la fonction propre (Eq. (IV-21)).

$$f_k(y) = \sin\left((2k+1)\pi \frac{y-e_{mmc}}{2e_{eau}}\right) \text{ avec } k \in N \quad (IV-19)$$

$$v_X(y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} h_k(t) f_k(y) \quad (IV-20)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \rho h_k(t) f_k(y) = -\frac{\sigma_{eau}(t)}{2} \frac{1}{L} - \sum_{k=1}^{\infty} h_k(t) \mu \left(\frac{(2k+1)\pi}{2e_{eau}}\right)^2 f_k(y) \quad (IV-21)$$

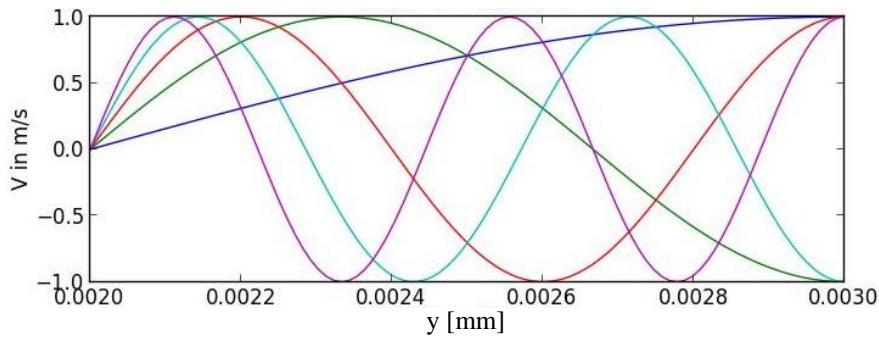


Figure IV-4 Fonctions propres de 1 à 5 de l'opérateur différentiel du système

Le système de Sturm-Liouville définit le produit scalaire de l'équation (IV-22) normalisé par $1/e_{eau}$ pour que la base soit orthonormale.

$$\int_{e_{mmc}}^{e_{mmc}+2e_{eau}} f_k(y) f_1(y) dy = e_{eau} \delta_{kk} \text{ et } \int_{e_{mmc}}^{e_{mmc}+2e_{eau}} f_k(y) dy = \frac{4e_{eau}}{\pi(2k+1)} \quad (IV-22)$$

Afin d'obtenir les coefficients h_k , l'équation aux dérivées partielles (IV-21) est projetée sur la base des fonctions propres. A partir du résultat de (IV-22), l'équation (IV-23), équation différentielle ordinaire, est obtenue. Le terme de droite est homogène à $[m.s^{-3}]$ et le terme devant $h_k(t)$ à $[s^{-1}]$.

$$h_k(t) = -\frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\pi}{2e_{eau}}\right)^2 (2k+1)^2 h_k(t) - \frac{1}{2L} \frac{4}{\rho \pi(2k+1)} \sigma_{eau}(t) \quad (IV-23)$$

Le temps caractéristique de chacune des bases et le débit du système sont définis dans l'équation (IV-24). Pour l'eau le temps caractéristique de la première base est de $0.4 e_{eau}^2$ avec l'épaisseur d'eau en millimètre.

$$\tau_{eau} = \frac{\rho}{\mu} \left(\frac{2e_{eau}}{\pi(2k+1)}\right)^2 \quad \text{Débit}(t) = \frac{4e_{eau}}{\pi} l \sum_{k=0}^{\infty} \frac{h_k(t)}{2k+1} \quad (IV-24)$$

2.1.2 Résolution temporelle

La résolution temporelle de systèmes périodiques avec des méthodes de discrétisation est longue car elle nécessite la résolution du régime transitoire. Dans le cas où le modèle est linéaire, une décomposition en série de Fourier permet d'obtenir directement le régime périodique. De plus, si la pression ou le débit est imposé, le système devient trivial à inverser dans le domaine fréquentiel. Les bases temporelles sont alors des sinusoïdes indicées n alors que les bases spatiales utilisent k . La transformée de Fourier de l'équation (IV-23) donne l'équation suivante.

$$h_k[n] = \frac{\frac{4T_{periode}}{\pi L^2(2k+1)\rho}}{\frac{j2\pi n}{T_{periode}} - (2k+1)^2 \frac{T_{periode}}{\tau_{eau}}} \sigma_{eau}[n] \quad (IV-25)$$

Le débit et la vitesse du fluide sont donnés par les équations suivantes :

$$Débit[n] = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{4e_{eau} l}{\pi(2k+1)} h_k[n] \quad (IV-26)$$

$$v_x(y, t) = \sum_{k,n=1}^{\infty} f(y)_k \text{ Réel} \left(h_k[n] e^{\frac{j2\pi n t}{T_{periode}}} \right) \quad (IV-27)$$

D'un point de vue numérique, la transformée de Fourier est calculée avec un algorithme de FFT. La FFT définit le spectre de $-n$ à n et comme les signaux sont réels ils possèdent la propriété de symétrie Hermitienne.

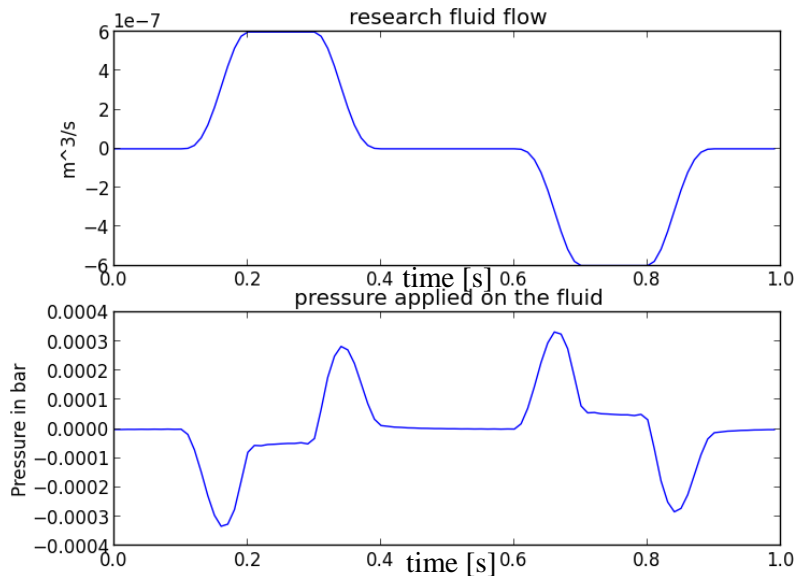


Figure IV-5 Débit recherché et pression associée en fonction du temps

La viscosité du fluide produit un échauffement local donné par la relation (IV-28). En développant le carré de la somme et en appliquant les propriétés d'orthogonalité des bases avec le produit scalaire défini, l'équivalence de l'échauffement local avec $Débit(t) \sigma_{eau}$ est montrée.

$$Q_{visqueux}(t, y) = 2\mu \left(\sum_{k=1}^{\infty} h_k(t) \frac{(2k+1)\pi}{2e_{eau}} \cos \left((2k+1)\pi \frac{y - e_{mcm}}{2e_{eau}} \right) \right)^2 \quad (IV-28)$$

Cette méthode est rapide et nécessite peu de mémoire. Elle a été implémentée sous Python 2.7 comme l'illustre les résultats de la Figure IV-5. Lorsque la dynamique du fluide est plus rapide que la dynamique de pression, le fluide sera supposé en régime permanent.

2.2 Homogénéité du champ magnétique

La différence entre le champ appliqué et le champ réel, soit l'effet du champ démagnétisant, est important. Dans une première étape, les différents niveaux de modélisation du champ magnétique sont étudiés.

Différents profils thermiques et configurations magnétiques, qui reflètent ou même accentuent le comportement de notre système, sont imposés. Puis après simulation, la répartition du champ H est étudiée. Les lames de fluide et de MMC ont une épaisseur de 1 mm, une largeur de 10 mm et une longueur de 50 mm.

La **solution est cherchée sous la forme** $\vec{H} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi + \vec{H}_a$, avec $\mu_0 H_a = 0.8$ T et φ constant sur le plan de symétrie et sur le plan 0xy. Deux configurations magnétiques sont étudiées, soit l'aimant est placé devant le MMC, c'est le cas 1 et 3, soit un élément ferromagnétique est intercalé entre l'aimant et le MMC, c'est le cas 2.

L'utilisation de **condition de symétrie au milieu du canal et du MMC** induit un système infiniment haut où l'effet du champ démagnétisant est très important. En effet, le chapitre précédent a montré que l'effet du champ démagnétisant dépend de la forme de la plaque mais aussi de la forme de l'ensemble des plaques accolées qui interagissent entre elles. L'aimantation $M(T, H)$ du gadolinium est interpolée à partir du modèle WDS. Ce modèle qui considère le matériau saturé, nous place dans la configuration la plus défavorable.

Nous nous plaçons dans le cas où les plaques possèdent systématiquement un gradient thermique longitudinal de 283 à 303 K comme présenté sur la Figure IV-6. Elles peuvent être aussi le siège d'un deuxième gradient thermique transversal dans l'épaisseur qui se superpose au premier comme présenté sur la Figure IV-7, c'est le cas 3. Ce deuxième gradient thermique reproduit la situation d'échange du MMC avec le fluide.

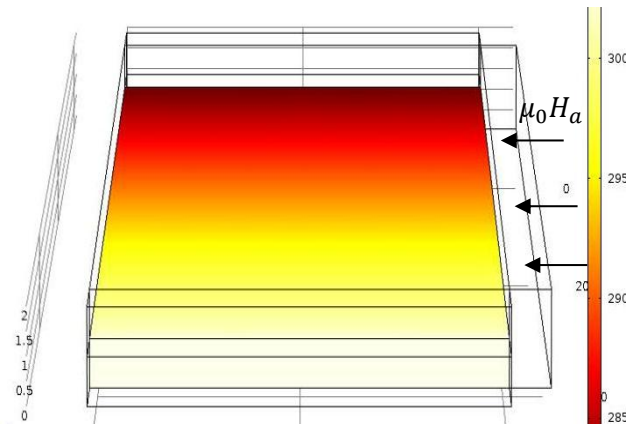


Figure IV-6 Variation de la température le long de la plaque

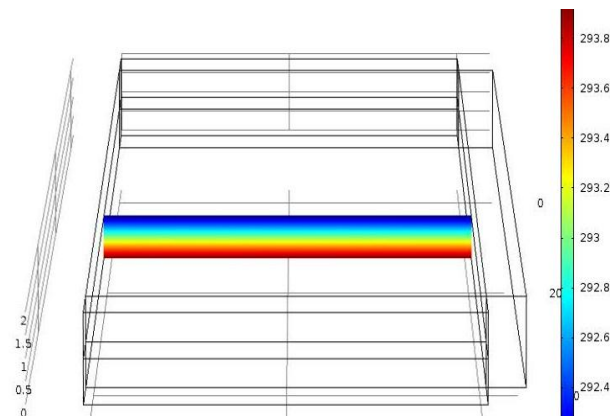


Figure IV-7 Variation de la température dans l'épaisseur de la plaque (292 à 294 K)

2.2.1 Cas 1 : $\mu_0 H$ varie de 0.36 T à 0.48 T soit 30% dans le matériau magnétocalorique

Dans cette configuration, l'aimant serait comme directement en face de la lame de Gd sans élément ferromagnétique. Les résultats restent similaires si l'entrefer varie. La distribution de $\mu_0 H$ varie de 0.36 T à 0.48 T, soit une variation de 30% (Figure IV-8).

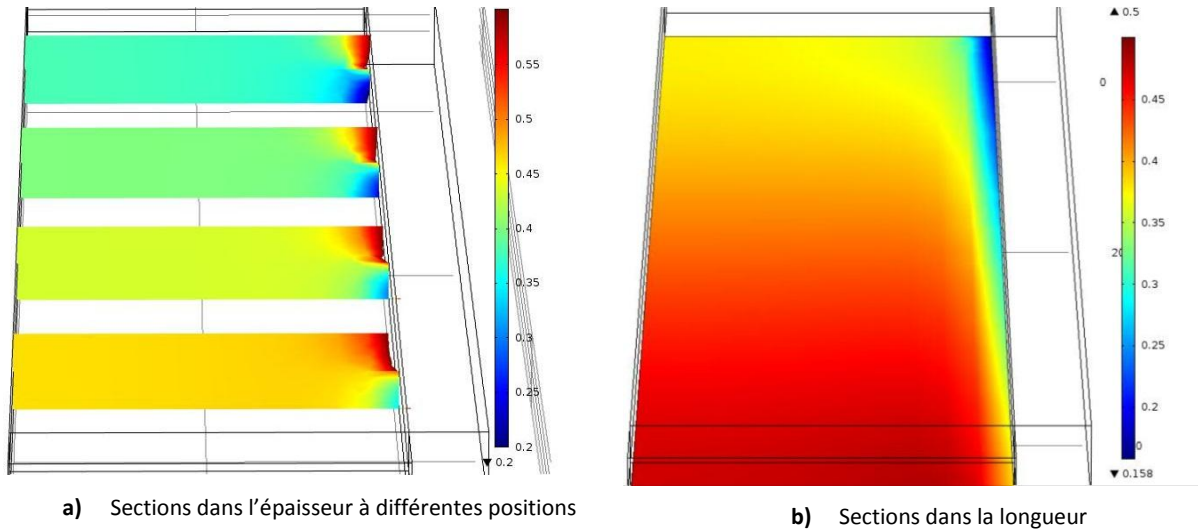


Figure IV-8 Distribution du champ $\mu_0 H$ dans la plaque pour un gradient longitudinal de température allant de 283 K à 303 K

2.2.2 Cas 2 : $\mu_0 H$ varie de 0.41 T à 0.44 T soit 7% dans le matériau magnétocalorique

Dans cette configuration le champ est imposé au travers d'un élément ferromagnétique. La distribution de $\mu_0 H$ varie de 0.41 T à 0.44 T soit une variation de 7%.

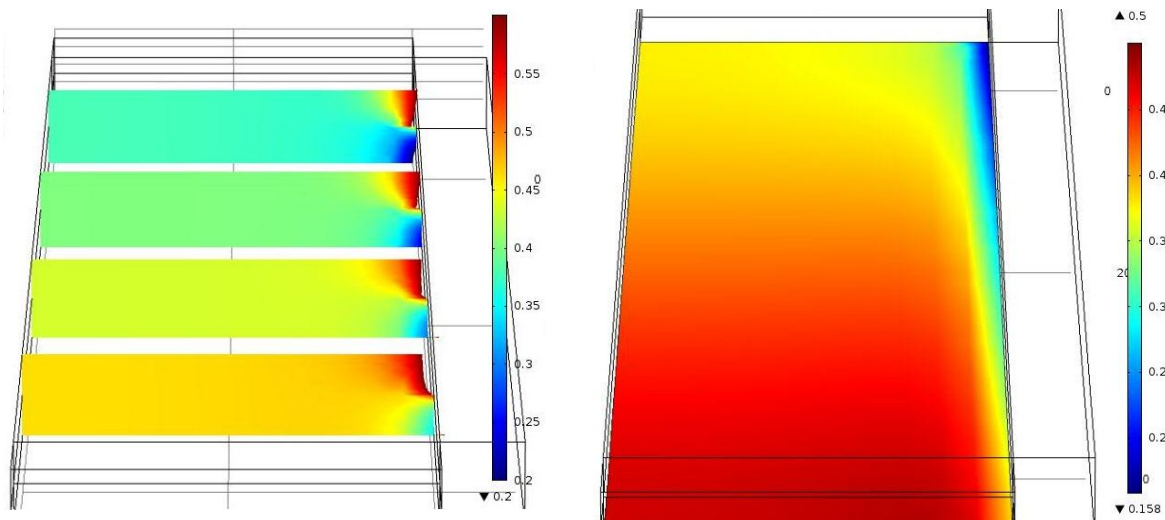


Figure IV-9 Distribution du champ $\mu_0 H$ dans pour un gradient longitudinal de température allant de 283 K à 303 K

Le champ B est concentré dans la zone froide où la perméabilité est élevée, mais comme la perméabilité est plus élevée, H est plus faible pour le même B . Ces deux effets opposés se compensent pour réduire la variabilité de H .

2.2.3 Cas 3 : Prise en compte du gradient thermique dû aux échanges transversaux

Dans cette configuration, la variation de température due aux échanges est trop faible pour affecter la distribution du champ sur l'épaisseur (Figure IV-10).

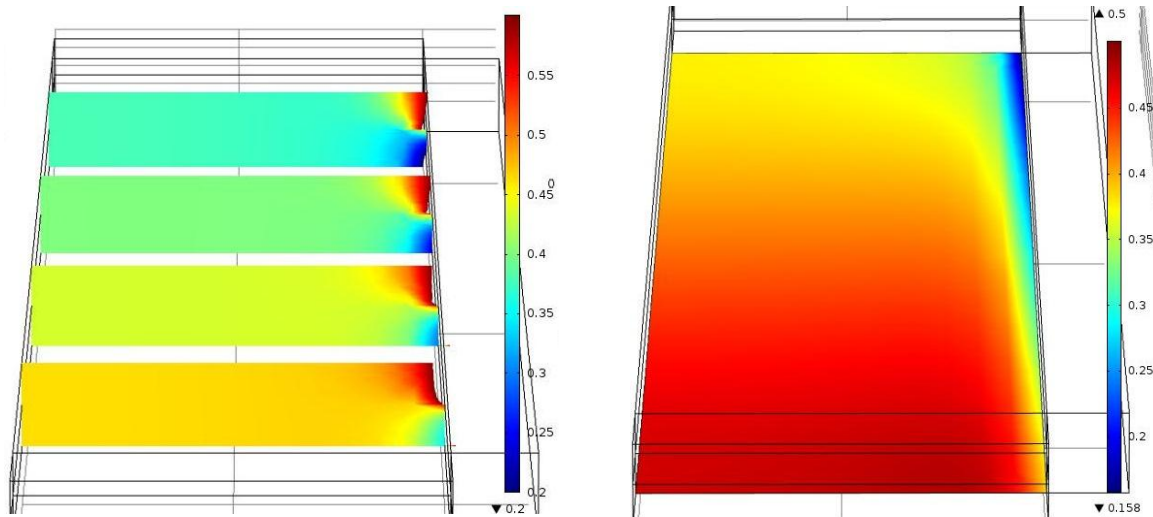


Figure IV-10 Distribution de $\mu_0 H$ pour un gradient de température transversal allant de 283 K à 303 K

La Figure IV-11 présente la distribution de $\mu_0 H$ pour les différentes configurations étudiées. L'ajout d'éléments ferromagnétiques permet d'améliorer son homogénéité. Les Figure IV-7, Figure IV-8 et Figure IV-9 montrent que sur un plan transversal compte tenu des faibles variations des températures, la distribution du champ est altérée seulement sur les bords et non dans l'épaisseur.

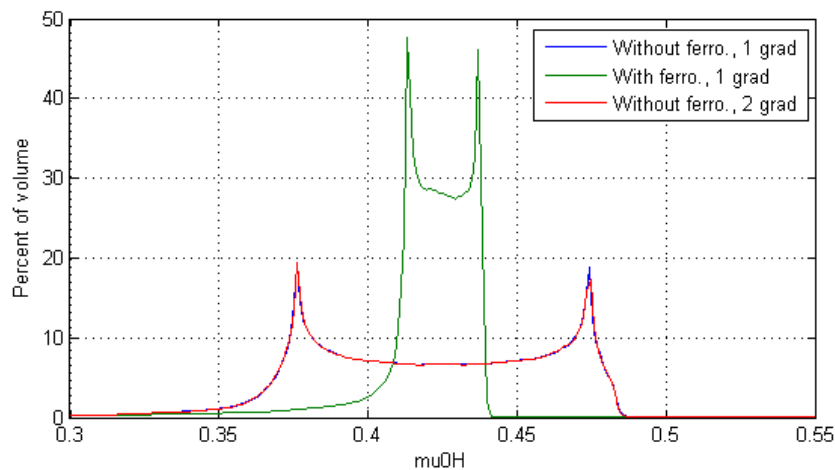


Figure IV-11 Distribution $\mu_0 H$ dans le matériau magnétocalorique pour les trois configurations

A partir de cette étude qui envisage les cas extrêmes, différents niveaux de modélisation sont distingués :

- le champ appliqué est le champ considéré dans le matériau, soit $H_a(t)$. L'erreur est importante $\mu_0 H_a = 0.8 \text{ T}$ alors que dans le matériau $\mu_0 H = 0.42 \text{ T}$, soit une erreur de 100% ;
- la température et le champ H sont considérés homogènes dans le matériau. et la température est moyennée spatialement et/ou temporellement. L'erreur est respectivement de 7% ou 30% avec un matériau ferromagnétique (pôles ferromagnétiques) ou de l'air à proximité. Les simulations sont détaillées en 2.2.2 et 2.2.3 ;
- Le champ H , est hétérogène suivant l'axe longitudinal et dépend du gradient de température longitudinal moyenné sur une période. L'erreur est alors faible et inférieure au % ;
- H est calculé sans aucune hypothèse simplificatrice, la résolution est complexe.

Dans cette étude, les choix de structure d'aimantation et de modèle de matériau peuvent ne pas refléter tous les cas. Pour d'autres matériaux, particulièrement ceux du premier ordre, ou pour d'autres structures de champ, il peut être nécessaire de refaire les simulations. Néanmoins, les résultats obtenus permettent d'avoir un aperçu de l'importance des couplages magnétiques et du niveau de description requis.

2.3 Modèle 2x1D suivant l'axe longitudinal (modèle 1D longitudinal)

Dans la littérature, les modèles 2x1D sont très présents et ils ont été largement développés (Risser et al. 2013; Risser et al. 2010; Roudaut 2011). Une version très simplifiée de ce modèle est utilisée pour montrer certaines caractéristiques du cycle AMR en lien avec les explications du chapitre 2.

Pour passer d'un modèle 2D à 2x1D, le canal d'eau et de matériau sont ramenés à une ligne 1D notée respectivement " e_i " et " $T_m i$ ". Pour décrire les échanges de chaleur entre le fluide et le MMC, de température moyenne T_{e_i} et T_{m_i} , une méthode simplifiée est utilisée.

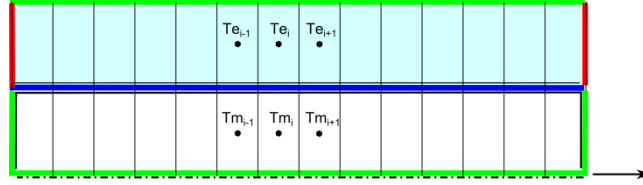


Figure IV-12 Synoptique du modèle 1D longitudinal (légende cf Figure IV-2)

Les équations 2D (IV-3) et (IV-4), intégrées suivant l'axe y avec $T_e e_e = \int_{eau} T dy$, $T_m e_m = \int_{MMC} T dy$ et en supposant v_x équivalent à un V moyen, donnent les équations (IV-29) et (IV-30). La notation $Q_{visc} = \int_e 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y,t)}{\partial y} \right)^2$ est utilisée afin d'alléger l'écriture. Src représente l'effet magnétocalorique en $[J.K^{-1}.m^{-3}]$. Pour assurer la conservativité du flux thermique, il aurait été peut-être plus judicieux d'introduire le terme $\int_{eau} v T dy$.

$$\text{Sur } \Omega_{MMC} \quad -\lambda_m \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{interface} + e_m \lambda_m \frac{\partial^2 T_m}{\partial x^2} = -Src e_m \frac{\partial H}{\partial t} + e_m c_m \frac{dT_m}{dt} \quad (IV-29)$$

$$\text{Sur } \Omega_{EAU} \quad \lambda_e \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{interface} + e_e \lambda_e \frac{\partial^2 T_e}{\partial x^2} + Q_{visc} = e_e c_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + V \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) \quad (IV-30)$$

Le flux d'interface est modélisé par le coefficient d'échange noté h en $[W.K^{-1}.m^{-2}]$. h est déterminé à partir de corrélation comme expliqué, dans le chapitre précédent.

$$\text{Sur } \Omega_{MMC} \quad -h(T_m - T_e) + e_m \lambda_m \frac{\partial^2 T_m}{\partial x^2} = -Src e_m \frac{\partial H}{\partial t} + e_m c_m \frac{dT_m}{dt} \quad (IV-31)$$

$$\text{Sur } \Omega_{EAU} \quad h(T_m - T_e) + e_e \lambda_e \frac{\partial^2 T_e}{\partial x^2} + Q_{visc} = e_e c_e \left(\frac{\partial T_e}{\partial t} + V \frac{\partial T_e}{\partial x} \right) \quad (IV-32)$$

Pour déterminer quelques propriétés du cycle AMR nous supposons, dans un cas idéal, que le comportement thermique est identique à chaque position x du système. Cette invariance de comportement longitudinal, détaillée dans le modèle 1D transversal, impose d'avoir T de la forme $gradT x + A(t)$ avec $gradT = \frac{\Delta T}{L}$ et $A(t)$ une fonction du temps.

$$\text{Sur } \Omega_{MMC} \quad -h(A_m - A_e) = e_m c_m \frac{dA_m}{dt} - Src e_m \frac{dH}{dt} \quad (IV-33)$$

$$\text{Sur } \Omega_{EAU} \quad h(A_m - A_e) + Q_{visc} = e_e c_e \left(\frac{dA_e}{dt} + V gradT \right) \quad (IV-34)$$

$$Q = l e_e c_e < V(t) A_e(t) > - l (e_m \lambda_m + e_e \lambda_e) gradT \quad (IV-35)$$

Ces équations couplées se reformulent sous la forme des équations (IV-36) et (I-38) en utilisant $\Delta A = A_m - A_e$. h étant considéré constant, le système d'équations différentielles est linéaire. Toujours dans le souci de simplifier le problème, l'échauffement visqueux est négligé. Afin de transférer le plus de chaleur de la source froide à la source chaude, l'intégrale de $V(t) A_e(t)$ sur une période doit être maximisée.

$$\frac{d\Delta A}{dt} = -\frac{1}{\tau}\Delta A + \frac{dT_{adia}}{dt} + V gradT \quad (IV-36)$$

$$\frac{1}{\tau} = h \left(\frac{1}{c_e e_e} + \frac{1}{c_m e_m} \right) \quad \text{et} \quad \frac{Src}{c_m} \frac{dH}{dt} = \frac{dT_{adia}}{dt}$$

$$\frac{dA_e}{dt} = \frac{h}{e_e c_e} \Delta A - V gradT \quad (IV-37)$$

La compréhension du fonctionnement du cycle, issue du chapitre 3, nous conduit aux conclusions suivantes :

1. pour maintenir un effet de régénération, l'écart de température ΔA entre l'eau et le MMC doit être constant ainsi les équations (IV-36) et (IV-37) donnent (IV-38) et (IV-39). L'équation (IV-39) donne la diminution de la température de l'eau au cours du temps dû à l'effet régénératif.

$$\Delta A = \tau V gradT \quad (IV-38)$$

$$\frac{dA_e}{dt} = \left(\frac{\tau h}{e_e c_e} - 1 \right) V gradT = -\frac{1}{\frac{e_m c_m}{e_e c_e} + 1} V gradT \quad (IV-39)$$

2. le matériau doit échanger avec un fluide ayant une forte capacité thermique soit $e_e c_e > e_m c_m$. Or augmenter e_e fait diminuer h . Il faut donc que c_e soit grand. C'est le cas de l'eau ;
3. dans un modèle de longueur finie la chaleur doit être « récupérable » à la source chaude. A ce niveau, **la température de l'eau doit être supérieure à T_{hot} soit $A_e > 0$** . Pour ce faire, le temps de régénération doit être suffisamment court. En supposant que l'aimantation est instantanée, la condition initiale $\Delta A(0) = Src \frac{\Delta H}{c_m} = \Delta T_{adia}$ est obtenue. La résolution de l'équation (IV-36) et (IV-37) donne l'équation (IV-40) et (I-42).

$$\Delta A(t) = (\Delta T_{adia} - V gradT \tau) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + V gradT \tau \quad (IV-40)$$

$$A_e(t) = \frac{\tau h}{e_e c_e} (V gradT \tau - \Delta T_{adia}) (e^{-t/\tau} - 1) + \left(\frac{\tau h}{e_e c_e} - 1 \right) V gradT \quad t > 0 \quad (IV-41)$$

En cherchant le cas limite $A_e = 0$ et en supposant $\frac{T_{periode}}{2} \gg \tau$, l'équation (IV-42) donne la période maximale avant que les échanges ne s'inversent et l'équation (IV-43) donne une expression simplifiée dans le cas où $\frac{\Delta T_{ad}}{V gradT \tau} - 1 \gg 1$.

$$\frac{T_{periode,max}}{2 \tau} = \frac{c_m e_m}{c_e e_e} \left(\frac{\Delta T_{adia}}{V gradT \tau} - 1 \right) \quad (IV-42)$$

$$\frac{T_{periode,max}}{2} = \frac{c_m e_m}{c_e e_e} \frac{\Delta T_{adia}}{V gradT} \gg \frac{1}{h \left(\frac{1}{c_e e_e} + \frac{1}{c_m e_m} \right)} \sim 10^{-5} \quad (IV-43)$$

Les ordres de grandeur sont vérifiés par rapport aux expériences réalisées sur le DEMC (Ulrich Legait 2011, p91). La période critique vaut deux fois le temps donné par l'intersection de $A_e(t)$ avec zéro, soit 3.4 s (Figure IV-13). Expérimentalement la période qui avait été choisie dans l'expérience était de 2 s, soit une bonne cohérence avec la valeur obtenue, compte tenu de la simplicité du modèle. Cette approche permet de déterminer le voisinage du point de fonctionnement, à condition que h soit correctement estimé.

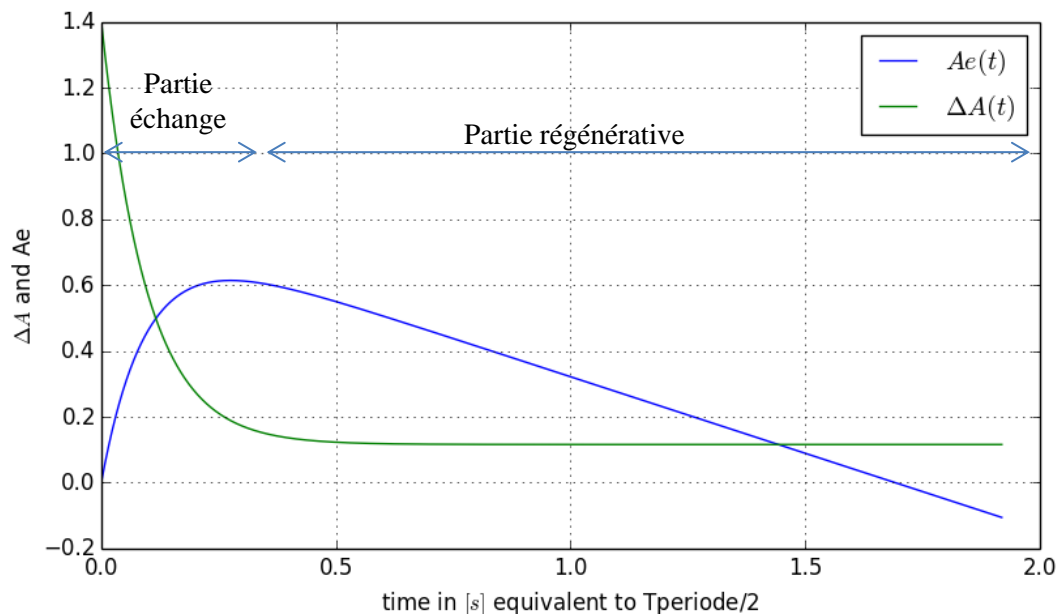


Figure IV-13 Tracé de la température de l'eau et de son écart avec la température du matériau en fonction du temps après une aimantation

2.4 Couplage

Les physiques comme les couplages peuvent être décrits à différents niveaux de description (échelle temporelle, échelle spatiale...). La Figure IV-14 représente de façon synthétique les différents niveaux de couplage et de description. Les études ont permis de quantifier les ordres de grandeur des erreurs.

Pour décrire aisément les différents niveaux de couplage, nous définissons une convention d'écriture. Par exemple l'utilisation d'un couplage fluide basé sur une méthode analytique sur une base en régime permanent (niveau fluide 3), avec une méthode magnétique par MEF évaluée à chaque période (niveau magnétique 3) et un modèle de matériau complet (niveau matériau 1) est noté FI3-Mag3-Mat1.

Afin de répondre aux différents axes de développement, différents modèles ont été développés.

Le **modèle 1D transversal** proposé décrit les échanges entre le fluide et le MMC avec un niveau de couplage FI3-Mag4-Mat2. Ce modèle introduit des hypothèses fortes qui peuvent l'éloigner du système réel. Par contre, il garde sa validité lorsque la géométrie évolue et il est rapide.

Les **modélisations 2x1D longitudinales** sont souvent développées dans le cadre de la magnétocalorie, elles nécessitent la connaissance du **coefficient d'échange entre le fluide et le MMC**. Ce coefficient dépend de nombreux facteurs géométriques, du temps d'établissement de l'écoulement, du fluide... Il est souvent **déterminé de façon empirique via des lois de corrélation**. Il est probable que ce modèle ait une zone de validité limitée, de par la limite des modèles qui caractérisent les échanges et l'écoulement. Cet axe de recherche n'est pas abordé dans ce document car il a été développé dans les thèses de J. Roudaut et M. Risser et d'autres travaux internationaux (Nielsen et al. 2011).

Pour atteindre **un modèle précis, au minimum un modèle 2D est nécessaire**. Le couplage magnétique de type Mag1 et Mag2 complique le problème car il faut alors résoudre en plus les équations du magnétisme à chaque pas de temps alors que les niveaux Mag3 et Mag4 doivent déjà donner des résultats très pertinents.

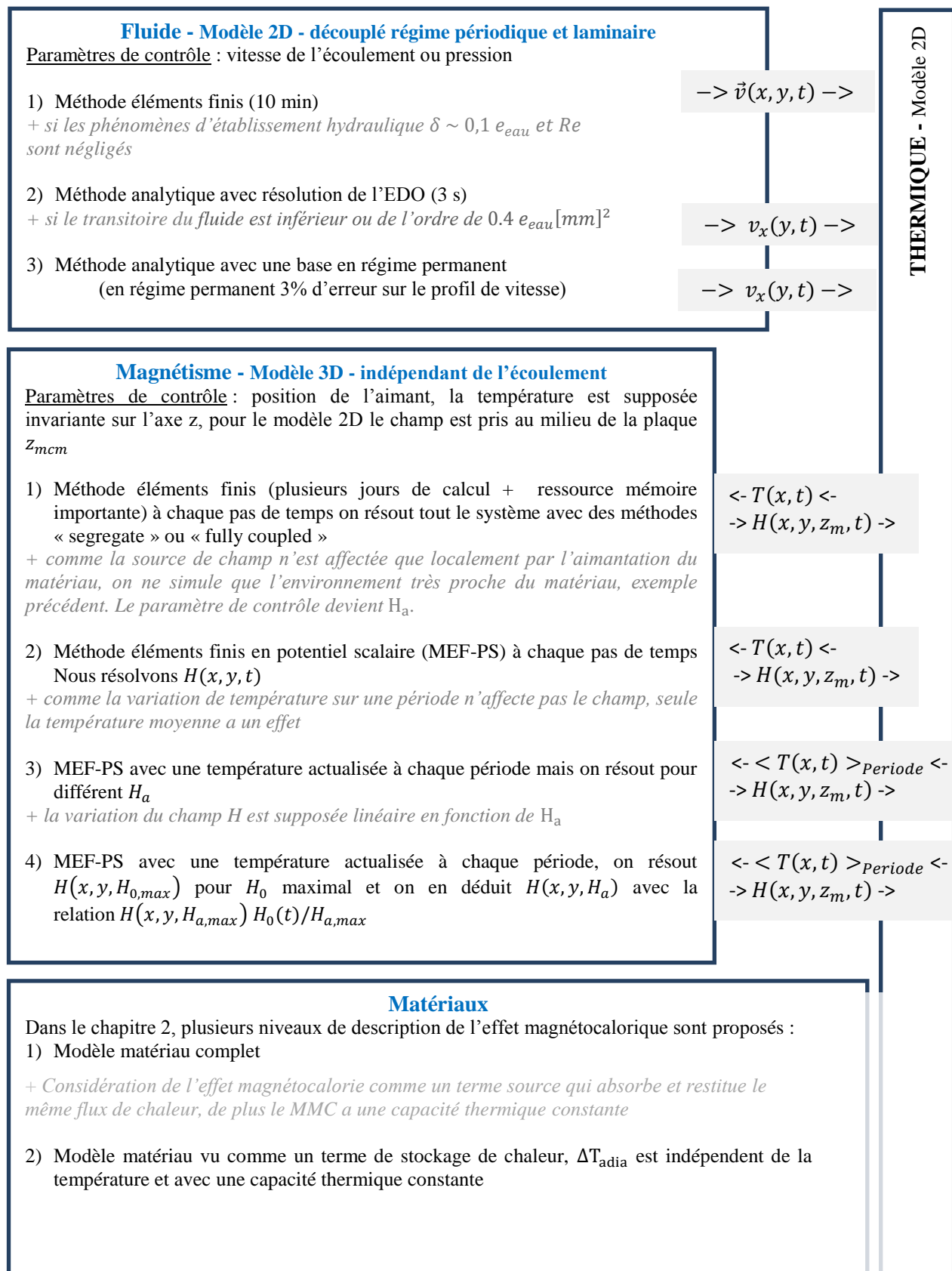


Figure IV-14 Schéma des niveaux de couplage des systèmes modélisés

3 Modèle 1D transverse

Un système est optimal, si localement chaque cycle est optimal en termes d'écart de température et de flux de chaleur généré. Cette approche donne aussi une réponse pour la constitution d'un régénérateur avec placement des matériaux avec des températures de Curie (T_c) différentes, car en fonction de la température de fonctionnement, il faut adapter les températures de Curie. Ce modèle s'intéresse aussi aux échanges locaux.

3.1 Formulation du problème

Imposer une invariance de comportement sur l'axe x revient à imposer que chaque terme de l'équation thermique soit indépendant de la position comme dans l'équation (IV-44), mais aussi à supposer que le système est infini. Il n'y a donc pas de temps critique à partir duquel le système n'est plus capable d'échanger avec la source comme illustré sur la Figure IV-13.

$$\frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial x^2} = f_1(y, t), \quad \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial y^2} = f_2(y, t), \quad \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} = f_3(y, t), \quad \dots \quad (IV-44)$$

Après un long développement analytique présenté en annexe, il est démontré que la température est de la forme $T(x, y, t) = b x + f(y, t)$. Par convention, la source froide est du côté négatif de x et la source chaude du côté positif, cela implique que b est positif et de la forme $\frac{T_{hot} - T_{cold}}{\text{Longueur du régénérateur}}$, noté de façon concise $b = \Delta T / L$. De plus, la fonction $f(y, t)$ respecte des conditions de Neumann homogène, soit $\frac{\partial f(y, t)}{\partial y} = 0$ en $y = 0$ et en $y = e_{mmc} + e_{eau}$.

L'équation de comportement thermique sous la condition d'invariance est donnée par l'équation (IV-45).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(y) \frac{\partial f(y, t)}{\partial y} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial y} \right)^2 \\ = c(y, T, H) \left(\frac{\partial f(y, t)}{\partial t} + v_x(y, t) \Delta T / L \right) - Src(y, t) \frac{\partial H}{\partial t} \end{aligned} \quad (IV-45)$$

Cette condition d'invariance nous affranchit du choix des conditions aux limites à l'entrée et à la sortie du canal, pour nous intéresser au comportement à l'intérieur du régénérateur. Ce comportement est donné par la fonction $f(y, t)$.

En pratique, le régénérateur n'a pas invariance suivant l'axe longitudinal car le flux de chaleur n'est pas constant de par la production de chaleur dans le matériau et dans le fluide. Le long du régénérateur le flux thermique augmente avec une relation de la forme $Q(x) = \int_0^x (Q_{mmc} + Q_{eau}) dx + Q_{cold}$. Le modèle longitudinal ne tient pas compte de la chaleur produite par les pertes de charge et celle du MMC. Le MMC ne présente pas de perte de par le modèle matériau choisi de type Mat2. Le flux thermique moyen est défini par l'équation (IV-46) avec $Q_x(x, y, t)$ en $[W \cdot m^{-2}]$ et P_{cycle} en $[W]$.

$$\begin{aligned} Q_x(y, t) &= -\lambda(y)b + c v_x(y, t)(bx + f(y, t)) \\ P_{cycle} &= \frac{1}{T} \int_y \int_T Q_x(y, t) dt dy Prof \end{aligned} \quad (IV-46)$$

Cette approche permet de mieux aborder la nécessité d'adaptation des chaleurs échangées et de la quantité de fluide déplacée pour que le cycle AMR fonctionne et ainsi avoir un effet de réfrigération comme vu au chapitre 2. Par contre, elle impose une condition d'invariance qui n'est pas correcte du point de vue énergétique. Car, comme montré au chapitre 2, la cascade d'étages entraîne une augmentation du Q_{hot} qui passe au travers du système. Ainsi, le long du système tous les cycles de fonctionnement ne sont pas chargés de la même façon. Dans le cas du cycle AMR cet effet est amplifié par la nécessité d'évacuer la chaleur due au frottement visqueux.

3.2 Résolution spatiale

Cette approche est similaire à celle de la partie 2.1.1, sauf qu'il est difficile de déterminer les fonctions propres de l'opérateur différentiel lorsque le milieu est discontinu. L'article (Averin, Kolotilkin, et Kudinov 2000) définit les bases propres $Ty(y)^n$ associées aux valeurs propres w_n lorsque les coefficients du système de Sturm Liouville, soient λ et c , sont constants par morceaux. Les calculs étant fastidieux, seules les grandes lignes de la démarche sont présentées.

La notation d'Einstein utilisée, supprime le signe de sommation et le considère comme implicite dès lors que l'indice est répété en haut et en bas dans une expression. Alors les fonctions s'écrivent sous la forme $f(y, t) = d(t)_n Ty(y)^n$ et $v_x(y, t) = h_k(t) f^k(y)$. Avec cette notation, l'équation thermique s'écrit sous la forme de l'équation (IV-47).

$$\begin{aligned} -w_n^2 d(t)_n Ty(y)^n + 2\mu \left(h_k(t) \frac{\partial f^k(y)}{\partial y} \right)^2 \frac{1}{c(y)} \\ = \left(Ty(y)^n \frac{\partial d(t)_n}{\partial t} + h_k(t) f^k(y) b \right) - \frac{dB(t)}{dt} Src(y)/c(y) \end{aligned} \quad (IV-47)$$

En appliquant le produit scalaire défini par $\langle _ | Ty(y)_{ns} \rangle$:

$$\begin{aligned} -w_{ns}^2 d(t)_{ns} + \langle 2\mu \left(h_k(t) \frac{\partial f^k(y)}{\partial y} \right)^2 \frac{1}{c(y)} | Ty_{ns} \rangle - h_k(t) b \langle f^k(y) | Ty_{ns} \rangle + \frac{dB(t)}{dt} \\ \langle Src(y)/c(y) | Ty_{ns} \rangle = \frac{\partial d(t)_{ns}}{\partial t} \end{aligned} \quad (IV-48)$$

En utilisant une notation allégée $Ech_{ns}^k, Adv_{ns}^k, Src_{ns}$ qui remplace les résultats issus des produits scalaires :

$$\frac{\partial d(t)_{ns}}{\partial t} = -w_{ns}^2 d(t)_{ns} + Ech_{ns}(t) - h_k(t) b Adv_{ns}^k - \frac{dB(t)}{dt} Src_{ns}(t) \quad (IV-49)$$

En utilisant la transformée de Fourier pour avoir directement la solution en régime permanent, avec j nombre complexe, on a :

$$j \omega t p d[p]_{ns} = -w_{ns}^2 d[p]_{ns} + Ech_{ns}[p] - h_k[p] b Adv_{ns}^k - j \omega t B[p] Src_{ns} \quad (IV-50)$$

Ensuite $d(t)$ est déduit par TF inverse.

$$d[p]_{ns} = \frac{Ech_{ns}[p] - h_k[p] b Adv_{ns}^k - dBdt[p] Src_{ns}}{(j \omega t p + w_{ns}^2)} \text{ avec } p \in \mathbb{N}^* \quad (IV-51)$$

Enfin le flux thermique moyen sous la forme de l'équation (IV-52) :

$$\begin{aligned} T(x, y, t) = bx + d(t)_n Ty(y)^n \\ \langle Q_x(x, y) \rangle = -\lambda b + c \langle d(t)_n Ty(y)^n h_k(t) f^k(y) \rangle \end{aligned} \quad (IV-52)$$

Sur Figure IV-15 donne un exemple de résultat, la puissance froide et la variation de température de l'eau sont tracées en fonction de la période et la demi-épaisseur du canal.

3.3 Validation du modèle

La validation du modèle est un point délicat et reste tributaire de l'espace de paramètres considéré. Pour valider ce modèle 1D transversal, des paramètres sont fixés comme par exemple la longueur du régénérateur $L = 10$ cm, la largeur $l = 2$ cm, $\Delta T_{adia} = 1^\circ\text{C}$, une capacité thermique $c = 400$ J. K. kg^{-1} , des conductivités $\lambda_{mcm} = 80$ $\lambda_{eau} = 4$ W. K $^{-1}$. m $^{-1}$, une vitesse maximale $v = 2.5$ cm. s $^{-1}$ et $T_{hot} - T_{cold} = 3$ K. Les résultats sont comparés par rapport à un modèle 2D éléments finis qui a été développé sous Comsol et expliqué plus loin. En prenant un modèle de matériau de type Mat2 et en considérant les paramètres de simulation du modèle 1D. Le maillage et le solveur sont relâchés afin d'obtenir les résultats dans un temps raisonnable. Les Figure IV-15 et Figure IV-16 montrent que les

résultats obtenus sont similaires. Un léger décalage persiste, il est probablement dû aux modèles différents considérés pour les écoulements (Fluid2 pour le modèle simplifié et Fluid3 pour le modèle éléments finis) et à des caractéristiques de fluide qui ne sont pas identiques. Cette approche est donc un excellent outil pour effectuer un prédimensionnement. Pour la comparaison, le régénérateur a été allongé à 10 cm pour limiter les effets de bords dûs à sa longueur finie.

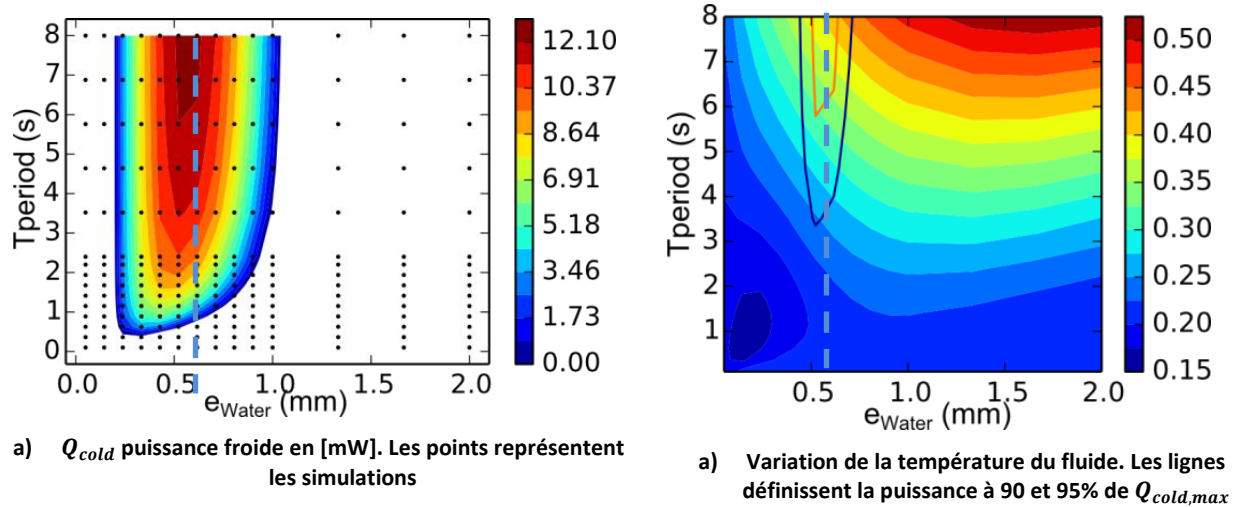


Figure IV-15 Résultats du modèle 1D longitudinal

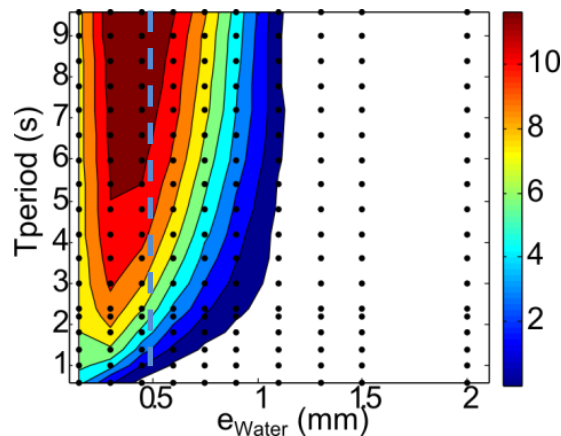


Figure IV-16 Résultats du modèle 2D avec la puissance froide en [mW]. Les points représentent les simulations. Régénérateur de longueur 10cm

Le modèle ne prenant pas en compte les comportements des sources, la période de fonctionnement du système peut être aussi grande que nous le souhaitons. Mais, en pratique les sources injectent un fluide avec une température constante qui casse le caractère régénératif pour des périodes trop longues. Un critère où le flux est comptabilisé seulement si sa température est supérieure à celle avant l'aimantation, permet d'estimer la période de fonctionnement du système.

$$\langle Q_x(x,y) \rangle = \begin{cases} -\lambda b + c < (Ty(t,y) - Ty(t_{av-aimant}, y)) & v(t,y) > 0 \\ -\lambda b & v \leq 0 \end{cases} \quad (IV-53)$$

3.4 Analyse du cas test pour deux épaisseurs d'oxyde de 1 mm et 0.5 mm

Avec le matériau de référence, des séries de simulations sont réalisées pour une géométrie avec une épaisseur de 1 mm et de 0.5 mm, une vitesse max de 0.2, 0.5, 2.5, 12.5 cm.s⁻¹, une épaisseur de fluide allant de 0.01 mm à 1 mm, une période de 0.1 à 8 s et un ΔT_{adia} de 1 K. Dans ces essais, certaines configurations, donnaient une puissance froide négative et les figures qui leur sont associées ne sont

pas tracées. Seuls quelques exemples de résultats sont présentés dans cette partie, les figures complémentaires sont en annexe. Les points suivants découlent de l'analyse de ces figures :

1. la ligne de fonctionnement dépend de la vitesse du fluide, du gradient thermique et peu ou pas de l'épaisseur de MMC. Elle correspond à un comportement plus ou moins régénératif du système c'est-à-dire que le MMC effectue des cycles thermodynamiques plus ou moins larges (en variation de température), respectivement sur une période plus ou moins longue ce qui donne une puissance en sortie globalement similaire ;
2. lorsque la vitesse du fluide augmente, la période de fonctionnement doit diminuer ;
3. lorsque le gradient thermique augmente, e_{eau} diminue ;
4. la réduction de l'épaisseur des lames permet d'augmenter la densité de puissance d'un facteur 2 environ et d'accepter des gradients plus importants
5. lorsque le gradient thermique augmente la puissance froide diminue ;
6. lorsque la vitesse du fluide ou le gradient thermique augmentent, la zone de fonctionnement se rétrécit.

A partir de l'analyse du modèle 2.3, nous en déduisons que la ligne décrit dans 1) suit approximativement une loi du type $\Delta T_{mmc-eau} h \left(\frac{1}{c_e e_e} + \frac{1}{c_m e_m} \right) = V gradT$ avec $\Delta T_{mmc-eau}$ entre 0 et ΔT_{adia} (ici de 0.02 à 0.25 °C). Un $\Delta T_{mmc-eau}$ trop faible ou trop grand diminue la puissance ou le gradient thermique.

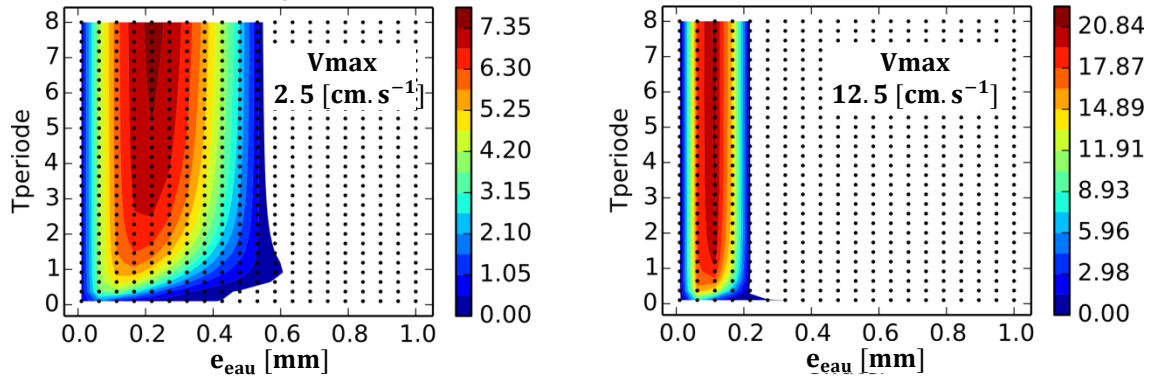


Figure IV-17 Puissance froide [mW] avec l'oxyde $e_{mmc} = 0.25$ mm et $gradT = 30$ K⁻¹. m⁻¹

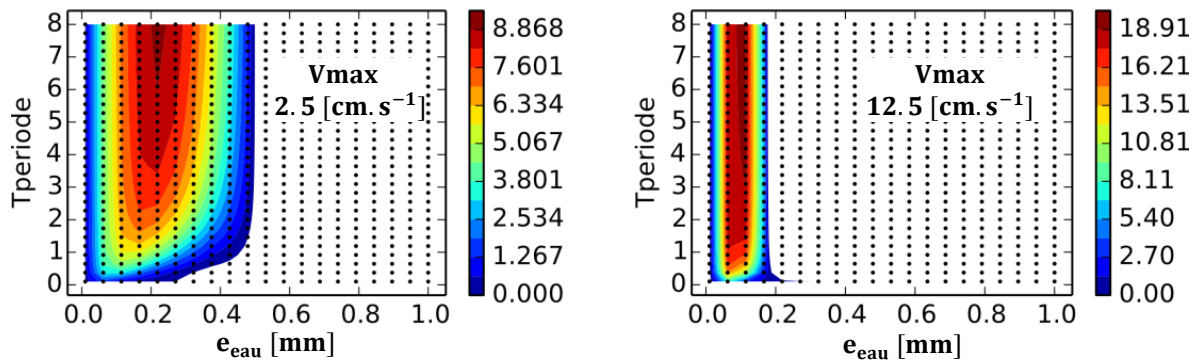


Figure IV-18 Puissance froide [mW] avec l'oxyde $e_{mmc} = 0.5$ mm et $gradT = 30$ K⁻¹. m⁻¹

Avec le critère développé dans l'équation (IV-53), nous voyons que $T_{periode}$ ne peut plus être aussi grand que nous le voulons. Un critère d'évaluation du flux thermique reflétant mieux le comportement des sources limite le caractère régénératif.

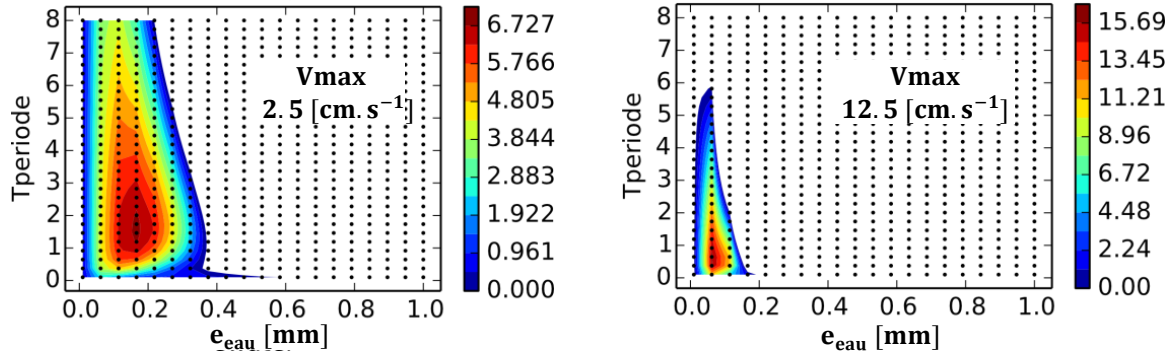


Figure IV-19 Puissance froide multiplié par 2 [mW] avec l'oxyde $e_{mmc} = 0.5$ mm et $gradT = 30$ K⁻¹. m⁻¹ avec le critère développé à l'équation

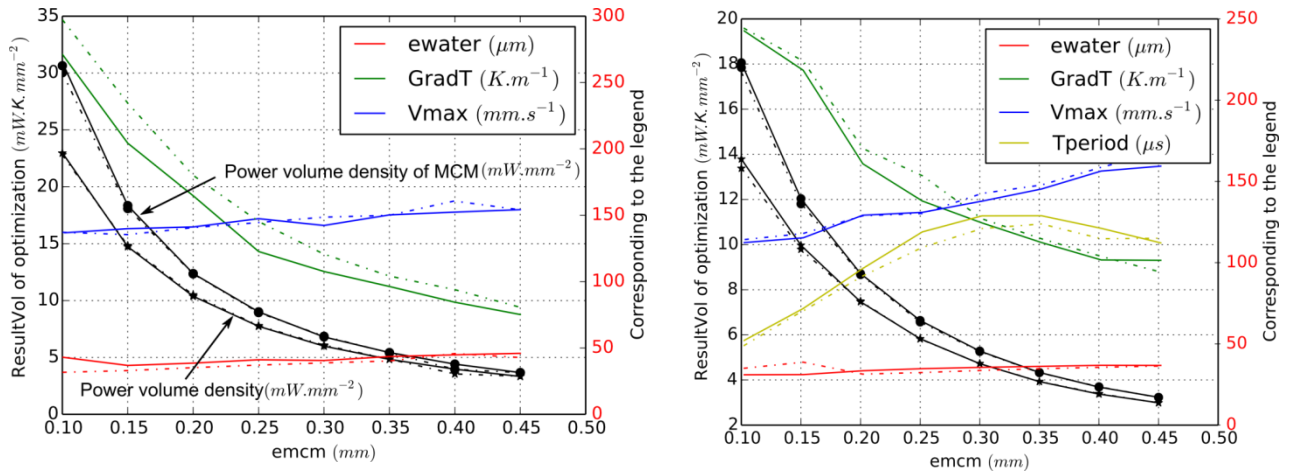
Pour un même point de fonctionnement en température, soit en gradient de température, il y a plusieurs points de fonctionnement admissibles avec des puissances et des COP différents.

3.5 Optimisation

Les résultats précédents montrent que le système possède une période de fonctionnement minimale donnée par les échanges et une période de fonctionnement maximale donnée par la longueur limitée du régénérateur. L'optimisation, réalisée en prenant une période de 0.5, 1 et 2 secondes, conduit à des résultats identiques. La fonction objectif est donnée par la relation (IV-54) ou (IV-55), ce critère est issu de l'analyse du chapitre 3 où l'on a maximisé le produit puissance froide gradient de température, le tout ramené par unité de surface, soit en terme de densité de matériau ou de densité de zone aimantée.

$$\max_{\text{Paramètres}} \frac{(Q_{\text{cold-longitudinal}} - Q_{\text{visqueux}}) GradT}{e_{MMC}} \quad (IV-54)$$

$$\max_{\text{Paramètres}} \frac{(Q_{\text{cold-longitudinal}} - Q_{\text{visqueux}}) GradT}{e_{MMC} + e_{\text{eau}}} \quad (IV-55)$$



a) Flux évalué avec l'équation(IV-53)
(résultat identique pour Tperiode = 0.5, 1 et 2 s)

b) Flux évalué avec l'équation (IV-55)

Figure IV-20 Résultat de l'optimisation pour un critère en volume de MMC (IV-54) ou d'aimant (IV-55) ($l = 2$ cm, e_{mmc} et e_{water} demi-épaisseur, Matériau Oxyde avec $\Delta T_{\text{adta}} = 1$ K)

En prenant en compte l'estimation de flux thermique de l'équation (IV-53), le résultat de la Figure IV-20 est obtenu. L'analyse de ces résultats montrent que $gradT$ et la densité de puissance suivent bien le principe de similarité, par contre $ewater$, $Tperiode$, $Vmax$ ne le suivent pas. Mais nous avons aussi noté qu'il existe différents points de fonctionnements pour le groupe $ewater$, $Tperiode$, $Vmax$.

Il n'est alors pas surprenant qu'ils ne suivent pas le principe de similarité car il ne s'agit pas de points de fonctionnement similaires.

Ce modèle simplifié permet d'étudier et d'optimiser l'influence d'autres paramètres comme l'instant d'aimantation. Les paramètres optimaux sont déterminés et ensuite utilisés dans des modèles plus complets.

4 Modèle 2D magnétiquement découplé

Nous avons initialement travaillé sur une méthode 2D spectrale par prolongement de la méthode 1D transverse. Le manque de flexibilité de ces méthodes en particulier sur les conditions aux limites de ce type de modèle, nous a réorientés vers des méthodes volumes finis et éléments finis qui sont plus flexibles.

Dans les modèles 2D, deux approches sont développées :

1. Une méthode volumes finis (MVF) basée sur une librairie libre pour permettre le calcul distribué. Les solutions libres sont nombreuses, le langage Python associé aux librairies Scipy et FiPy sont une solution robuste et performante ;
2. Une méthode élément finis (MEF) avec le logiciel propriétaire Comsol car il est capable de simuler des problèmes multiphysiques et offre une IHM simplifiée permettant une prise en main rapide.

Dans la perspective de poursuivre les recherches sur la modélisation, les explications et les résultats seront surtout développés pour le modèle Comsol.

4.1 Formulation, Discrétisation spatiale

L'équation (IV-56) représente l'étape FI3-Mag4-Mat1 du diagramme de la Figure IV-14, avec H qui est directement imposé sous la forme $H(t) = \frac{H(H_{a,max})}{H_{a,max}} H_a(t)$.

$$\nabla(\lambda \nabla T) + 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y,t)}{\partial y} \right)^2 - T \frac{\partial s}{\partial H} \frac{H(H_{a,max})}{H_{a,max}} \frac{\partial H_a(t)}{\partial t} = c \frac{\partial T}{\partial t} + c v_x(y,t) \frac{\partial T(x,y,t)}{\partial x} \quad (\text{IV-56})$$

Les méthodes de discrétisation spatiale utilisées sont standards, mais la présence du terme convectif avec un Péclet (terme advectif sur conductif) largement supérieur à 1 nous incite à choisir « la » ou « les » bonnes méthodes pour obtenir la solution, *sans trop raffiner le maillage et le pas de temps*. Dans les deux cas, la stabilisation est consistante, dans le sens où si une solution de notre formulation est exacte, elle est la solution exacte de notre problème, soit une conservation de l'exactitude de la solution. Les méthodes de stabilisation utilisées sont :

1. Pour la méthode volumes finis (MVF), une discrétisation du terme convectif via la méthode « Power-Law Scheme (Patankar 1980; « Approximation Schemes for convective term - structured grids - Common » 2014) » tenant compte du Péclet local pour adapter le schéma numérique. Ainsi, la stabilité numérique est meilleure et la convergence est rapide ;
2. Pour la méthode éléments finis (MEF) de type Galerkin avec des éléments quadratiques, Comsol utilise une stabilité par « streamline Upwind Petrov-Galerkin » (SUPG) qui rejoint la méthode plus générale de « Galerkin least-squares » (GLS) (« Approximation Schemes for convective term - structured grids - Common » 2014; Codina 1998; Comsol, 221).

Comsol peut utiliser une approche « discontinuous Galerkin method » qui se rapproche d'une formulation volumes finis. Les méthodes de type « Characteristic-Galerkin method » implémentées dans le logiciel open source Freefem++, (Documentation Freefem++, Vuyst 2013) pourrait aussi se révéler performante.

Les méthodes d'estimation d'erreur a posteriori (Grätsch et Bathe 2005) permettent de déterminer un maillage adapté. Ici, une technique plus pragmatique a été choisie. Elle consiste à analyser l'évolution de la solution en fonction du maillage tout en maintenant un solveur temporel et une tolérance serrée. Ainsi une simulation raffinée, dans le cas test où les gradients de température sont maximaux, permet

de choisir un maillage adapté (Figure IV-22, Figure IV-23 et Figure IV-24). Deux maillages rectangulaires définis à partir de séries géométriques sont utilisés : un « raffiné » utilisé comme *référence* avec 400, 20 et 15 discrétisations respectivement sur l'axe x, puis sur l'axe y du fluide et du MMC, noté 400-20-15 et l'autre « adapté » utilisé pour les *simulations* avec 200, 9 et 6 discrétisations (Figure IV-21). Le maillage affecte raisonnablement le temps de résolution (Tableau IV-11). Ainsi pour des maillages 50-15-9, 300-15-9 et 700-20-15, les temps de calcul sont respectivement de 3, 5 et 15 min pour la simulation d'une période avec une configuration du solveur temporel relâché.

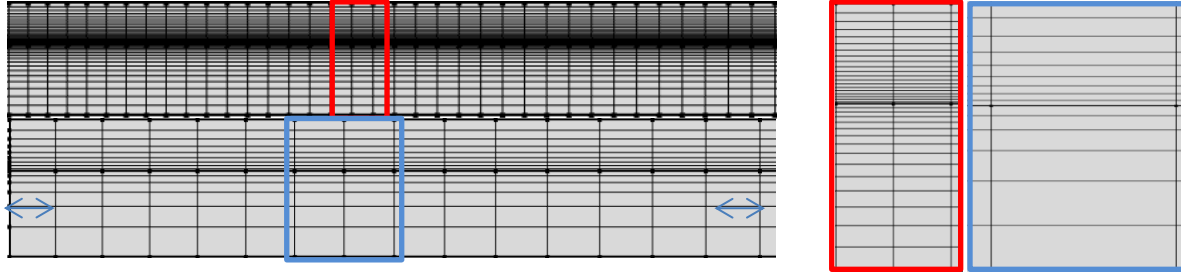


Figure IV-21 FEM Maillages de référence 400-20-15 et de simulation 200-9-6, le maillage sur x est plus resserré sur les bords comme le montrent les flèches bleues

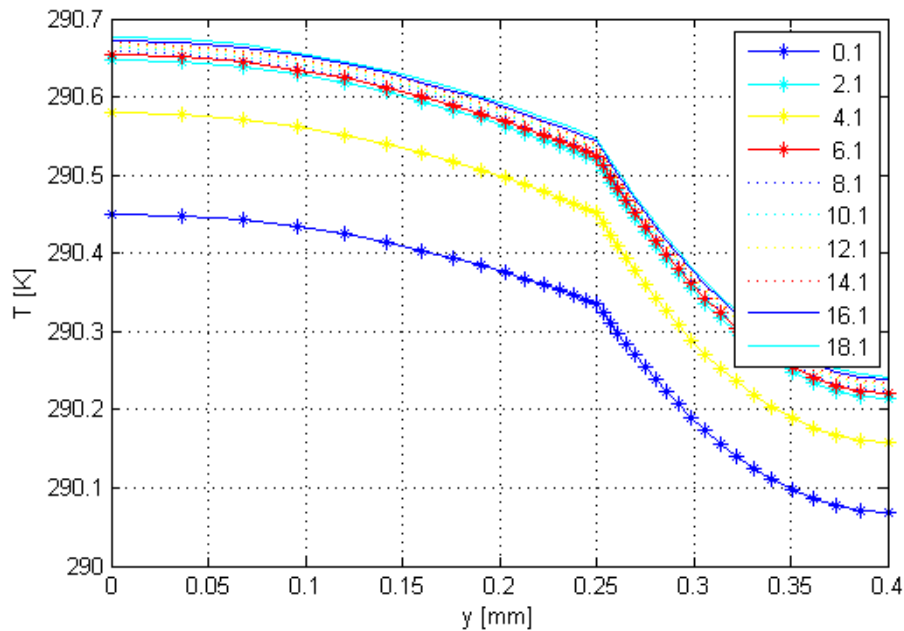


Figure IV-22 Température sur y au milieu du régénérateur après aimantation (5% du cycle, $T_{\text{periode}} = 2s$), simulation de 10 périodes sur le maillage de référence et une résolution du type MEF. La légende représente le temps en [s]

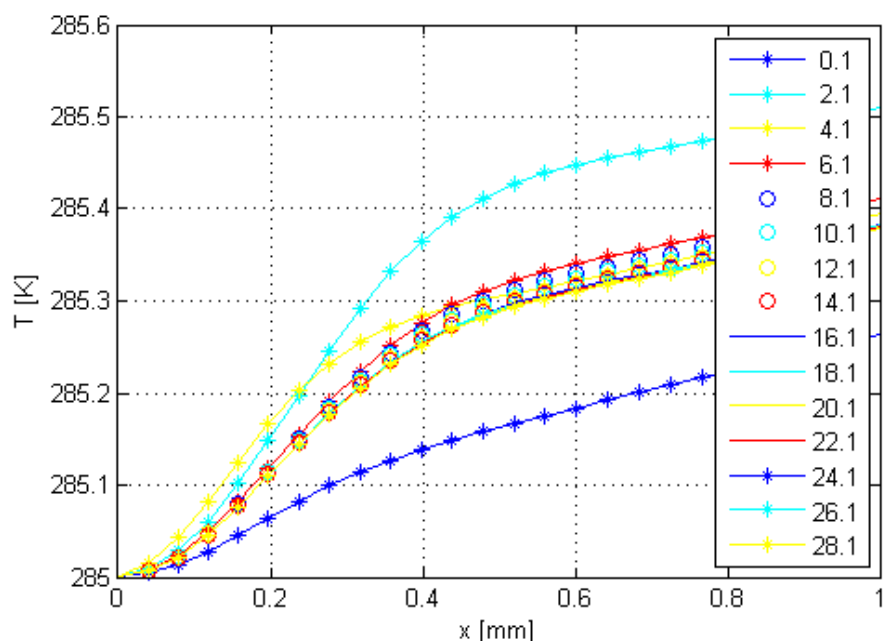


Figure IV-23 Température sur x au centre du canal de l'eau après aimantation (10% cycle), simulation de 15 périodes sur le maillage de référence et une résolution du type MEF, $V_{max} = 1.4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$. La légende représente le temps en [s]

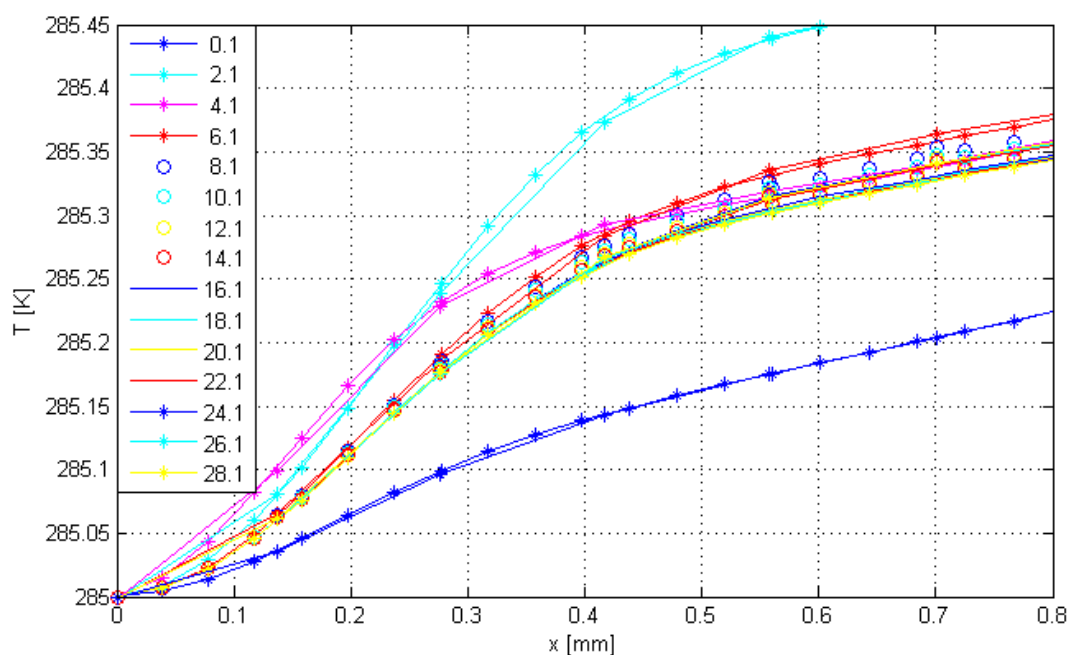
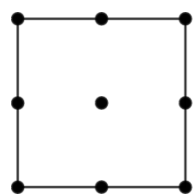
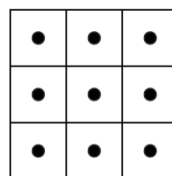


Figure IV-24 Comparaison des maillages de référence et de simulation, dans un cas identique à la Figure IV-23

Le maillage de la méthode volumes finis est raffiné d'un facteur 9, afin d'assurer le même nombre de degrés de liberté. En effet, la méthode éléments finis utilise des éléments parallélépipédiques de degré 2, tandis que la méthode volume finis utilise des éléments discontinus de degré 0.



MEF : Les points noirs représentent les valeurs aux nœuds correspondant au degré de liberté de l'élément.



MVF : Les points noirs représentent le seul degré de liberté du volume « de l'élément » défini par les carrés noirs.

Figure IV-25 Représentation du maillage de la MEF à gauche et de la méthode volume finis à droite

L'implémentation des méthodes n'est pas décrite car pour Comsol elles ne sont pas accessibles et dans le cas de Python, nous utilisons des bibliothèques existantes. Néanmoins, le cas test a été simulé avec

différentes méthodes numériques (résolution de système linéaire avec les méthodes directes ou itératives, résolution du système non-linéaire avec les méthodes de Newton) qui donnent des temps de calculs similaires. Dans Comsol, le solveur des systèmes linéaires direct PARDISO et une méthode de Newton avec un coefficient de « damping » autoajustable sont choisis. Dans Python, « UMFPACK » de la librairie Scipy est choisi. Les méthodes numériques sont identiques à celles de Comsol sauf que la résolution de système linéaire basée sur une décomposition LU est sans préconditionneur.

4.2 Discrétisation temporelle et solveur

Nos formulations utilisent un solveur temporel basé sur des méthodes implicites de type « Backward difference formulation » (BDF) qui sont bien connues pour leur stabilité. Par contre, ces méthodes ont des difficultés pour résoudre des transitions rapides surtout lorsque l'ordre de la méthode est faible. Dans ce cas, le pas de temps sera réduit. Sur Comsol, d'autres méthodes ont été testées comme « generalized alpha » mais lorsque le pas de temps est trop grand, des signes d'instabilité apparaissent. La résolution du régime transitoire représente un temps de simulation important en comparaison du temps nécessaire à la résolution d'une période, des méthodes spécifiques existent pour s'affranchir du transitoire. La méthode « Nonlinear output frequency function response et Harmonic balance method » décrite dans (Peng et al. 2008; Gopinath 2007) consiste à placer l'analyse fréquentielle en temps. D'autres méthodes formulent le problème temporel sous la forme d'une fonctionnelle à minimiser (Ambrose et Wilkening 2013), ainsi c'est une MEF où le temps est maintenant considéré comme une variable d'espace.

Dans la MEF, afin de rendre plus robuste et rapide la résolution et surtout de bénéficier des techniques déjà implémentées, un solveur avec un pas de temps adaptatif est choisi. Ce pas de temps est déterminé à partir d'une tolérance donnée par l'utilisateur et d'une estimation d'erreur basée sur la comparaison du résultat obtenu avec le pas précédent. Dans la MVF, un pas fixe est utilisé.

Un même cas est résolu pour les maillages définis et pour différentes tolérances absolues de $50 \cdot 10^{-6}$, $10 \cdot 10^{-6}$, $5 \cdot 10^{-6}$, $2 \cdot 10^{-6}$, $0.5 \cdot 10^{-6}$ et $0.1 \cdot 10^{-6}$ du solveur temporel. Le cas choisi est un cas test avec 12 périodes simulées, $T_{hot} = 296 \text{ K}$, $T_{cold} = 290 \text{ K}$ et $V_{max} = 6 \text{ cm.s}^{-1}$ avec un modèle d'écoulement de type Fl3.

Maillage Atol	$50 \cdot 10^{-6}$	$10 \cdot 10^{-6}$	$5 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$0.5 \cdot 10^{-6}$	$0.1 \cdot 10^{-6}$
Simulation	0.7% - 0.7h	0.45% - 1.2h	0.44% - 1.5h	0.43% - 2h	0.45% - 3h	0.46% - 21h
Référence	0.45% - 1.4h	0.09% - 2.2h	0.07% - 2.5h	0.04% - 3.3h	0% - 5.6h	

Tableau IV-11 Ecart en % par rapport à la simulation la plus fine. Temps de simulation pour 12 périodes en fonction des différents paramètres de résolution. L'écart est déterminé par la valeur RMS de l'erreur sur la valeur RMS du signal

Une tolérance faible sur le solveur temporel permet de réduire les oscillations tandis qu'un maillage plus précis permet de converger vers la bonne solution (Figure IV-26). Il faut alors choisir un couple maillage et tolérance sur le solveur temporel. Pour le maillage de simulation, la tolérance absolue est de $10 \cdot 10^{-6}$ sur le solveur temporel, soit des erreurs de l'ordre du pourcent.

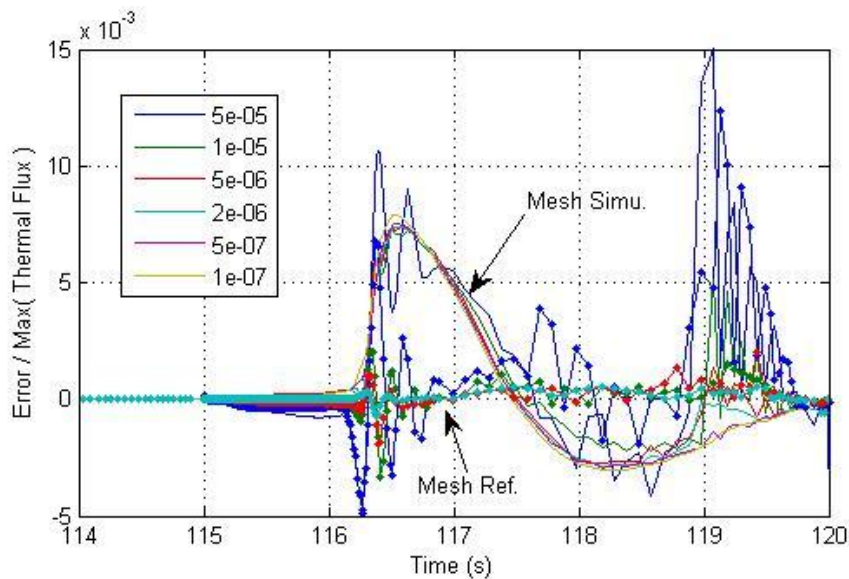


Figure IV-26 Ecart du flux thermique par rapport à la simulation la plus précise divisé par la valeur maximale du flux thermique

Dans les cas présentés, en quelques dizaines de secondes le régime périodique est atteint. Le temps du transitoire étant donné par la dynamique la plus lente du système, soit l'échange longitudinal dans le cas où la température des sources est imposée. Dans le cas où le comportement des réservoirs est simulé, la dynamique la plus lente serait fixée par le comportement des réservoirs qui ont des dynamiques très longues. En effet, la dynamique serait liée au flux thermique produit par le cycle AMR et à la capacité thermique des sources. Alors nos choix des conditions aux limites, qui ne simulent pas le comportement des sources, sont bien adaptés à l'optimisation de la structure.

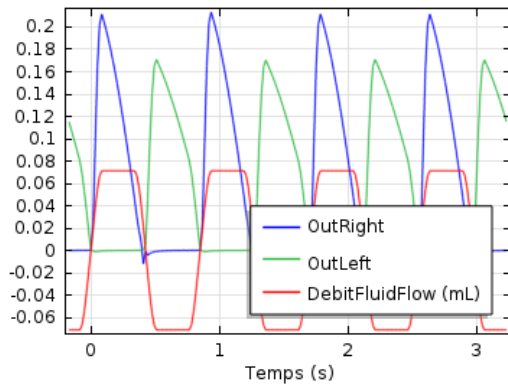
Le choix de l'état initial est aussi important pour limiter le régime transitoire, dans notre cas une simulation est initialisée avec la précédente. Lors des simulations pour plusieurs points de fonctionnement, les paramètres varient de façon continue.

4.3 Exemple de résultats

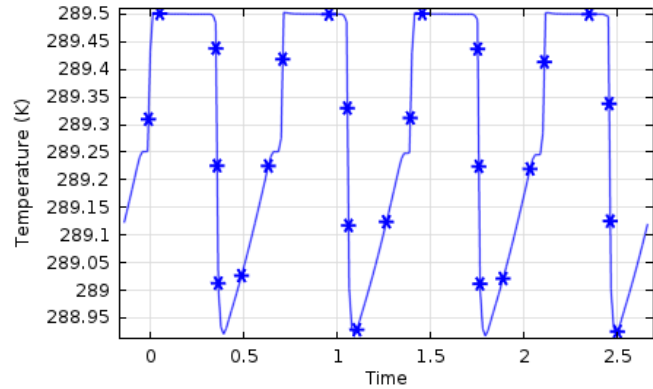
Suite aux résultats de la partie 3, le système est simulé autour du point de fonctionnement suivant : $e_{mcm} = 0.25 \text{ mm}$, $e_{eau} = 35 \text{ }\mu\text{m}$, $V_{max} = 13 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $\Delta T/L = 130 \text{ K} \cdot \text{m}^{-1} \sim \frac{7}{5} \text{ K} \cdot \text{cm}^{-1}$, $T_{période} = 0.7 \text{ s}$, soit $T_{cold} = 289.5 \text{ K}$, $T_{hot} = 296.5 \text{ K}$. Les résultats obtenus sont dans le Tableau IV-12. Le critère optimisé (IV-55) (IV-56) est 4 fois plus important que celui prévu par le modèle 1D, ce qui montre que certains aspects sont encore mal maîtrisés (critère du flux thermique, non linéarité du matériaux...). Malgré cet écart, le point de fonctionnement est pertinent car il fournit une puissance froide de 50 mW, pour 7 °C et 0.25 cm³ de MMC.

P_{cold}	P_{hot}	W_{fluide}	W_{mag}	$\Delta T/Long$	Vol_{MMC}
(mW)	(mW)	(mW)	(mW)	(K/cm)	(cm ³)
53.7	55.8	0.71	2.16	7/5	0.25

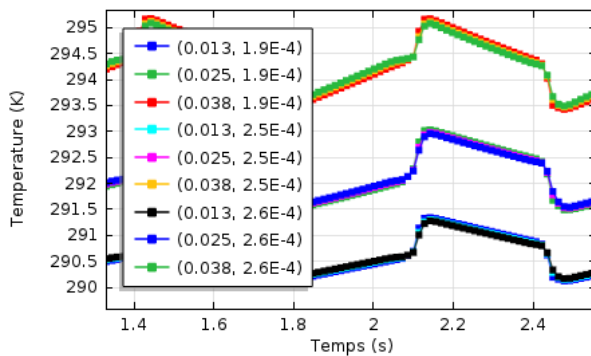
Tableau IV-12 Résultats de simulation



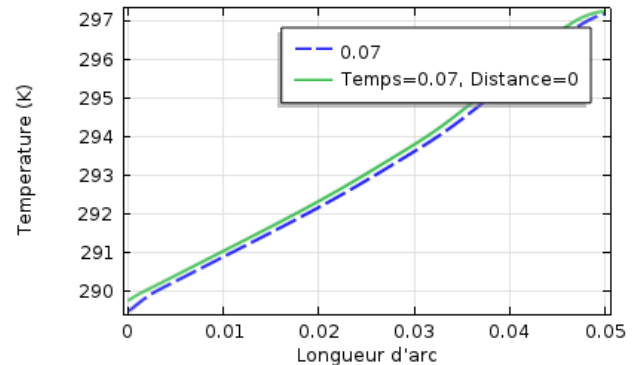
a) Flux thermique (Watt) à gauche et à droite du régénérateur



b) Température du fluide à la frontière gauche du régénérateur



c) Température à différentes positions du régénérateur (gauche, au centre et à droite) et pour des points au milieu du fluide, du MMC et sur la frontière



d) Température le long du régénérateur dans l'eau et le MMC à $t=0.07s$

Figure IV-27 Exemple de résultats obtenus par simulation

A partir du modèle 2D, une nouvelle optimisation peut être menée.

5 Conclusion

Dans ce chapitre, les niveaux de modélisation correspondant aux différents objectifs ont été identifiés. Le modèle 1D transverse développé a permis d'effectuer un prédimensionnement. Le point de fonctionnement obtenu est ensuite utilisé dans un modèle 2D prenant en compte les caractéristiques du matériau. Même si les valeurs obtenues sont différentes d'un facteur 4, le point de fonctionnement obtenu reste pertinent. Ces différences peuvent s'expliquer par des critères d'évaluation du flux et des modèles matériaux différents.

Le développement d'un modèle plus complet fait appel à une approche ségrégée qui consiste à résoudre alternativement les physiques. La ségrégation du problème diminue l'espace mémoire et probablement le temps de calcul. Cette approche n'a pas été traitée car la résolution magnétique ne semble pas nécessaire à chaque pas de temps, dans l'objectif d'optimiser le système. Alors, le couplage de type Mag4 (Figure IV-14) ou avec un coefficient de champ démagnétisant sont dans un premier temps suffisant. Cependant, la simulation ségrégée doit être réalisée comme dernière étape, pour valider le point de fonctionnement.

V Conclusion & Perspectives

Chaque chapitre contient déjà une synthèse des résultats obtenus. Les principaux points vont être repris en expliquant pourquoi ils ont été abordés et dans quel contexte.

Issu d'une formation initiale éloignée de la réfrigération magnétique (matériaux, thermodynamique, magnétisme, réfrigération, thermique...), il a fallu en assimiler les aspects théoriques. Cette démarche fut tâtonneuse car il faut appréhender pour en connaître la pertinence et difficile de par la diversité des raisonnements et des outils mathématiques (distribution, tenseur, géométrie différentielle). Finalement l'approche proposée dans le chapitre 1, utilise uniquement une définition de l'énergie magnétique à partir du travail d'électricité pour construire le raisonnement et obtenir le terme $-MdB$. Ensuite, le terme HdB vient de l'introduction d'un potentiel thermodynamique (ou d'un nouveau système étudié) et non pas, de la propriété que le travail élémentaire fourni par les courants libres est $\int_{all} HdB$.

Sur l'aspect thermique, l'analyse thermodynamique à l'équilibre local permet d'aboutir à l'équation de la thermique locale et aux conditions de discrétisation du problème. Par contre l'intégration de cette équation ne permet pas d'avoir le bilan d'énergie du système car l'entropie créée, négligeable localement, ne l'est plus, dans l'approche globale.

La caractérisation des matériaux demande à la fois de l'expérience pour savoir quels sont les meilleurs choix (formes, supports, graisses, réglages...) ainsi qu'une bonne connaissance des équipements comme l'a montré l'étude du magnétomètre au chapitre 2. Il faut autant que possible privilégier l'aimantation d'échantillons de formes allongées. Dans les autres cas, au prix d'importants efforts de calcul, la méthode d'inversion numérique proposée peut apporter des solutions.

Les dispositifs font des cycles thermodynamiques sur des plages de température de l'ordre du ΔT_{adia} . Les matériaux étant en général caractérisés avec des pas en température de un degré, l'interpolation entre les points et les erreurs de mesure brisent la cohérence thermodynamique du modèle, soit la propriété d'exactitude de la forme différentielle de l'entropie. L'utilisation d'une méthode de régularisation assurant fortement la propriété de fermeture et faiblement le lien avec la mesure permet d'obtenir des modèles plus cohérents. En perspective, sans aborder les méthodes de caractérisation, il se pose maintenant le problème de la modélisation de l'hystérésis sur les aspects magnétique et thermiques.

L'utilisation des MMC pour faire de la réfrigération magnétique passe par la mise en place de cycles thermodynamiques en cascade avec l'utilisation d'interrupteurs thermiques comme expliqué dans le chapitre 3. L'étude de la cascade des cycles montre, sous certaines conditions, que le COP du système est égal au COP d'un cycle divisé par le nombre d'étages. Ensuite, les performances (COP, ΔT , Q_{cold}) d'un seul cycle sont étudiés en fonction de celles des interrupteurs. L'exergie tend vers 1 lorsque Q_{cold} tend vers 0 et/ou k_{on}/k_{off} tend vers l'infini et/ou le champ augmente. La densité de puissance froide augmente lorsque k_{on} est grand et lorsque le champ augmente. En perspective, l'effet de l'entropie (chaleur) créée par le matériau ou l'interrupteur devrait être introduit pour analyser leurs effets.

Dans le chapitre 3, une analyse énergétique sur la source de champ montre qu'un doublement du champ demande, pour la même quantité d'aimant, la réduction par 4 du volume aimanté. Or l'augmentation du champ par 2 provoque aussi une augmentation de la densité de puissance par 4. Les limites de ce raisonnement sont l'écart à l'optimalité pour des champs élevés, l'évolution des performances des interrupteurs lorsque la taille diminue et un ΔT_{adia} qui n'évolue pas linéairement en fonction du champ. Cette synthèse montre l'importance des performances des interrupteurs thermiques. Différentes technologies d'interrupteurs thermiques sont envisageables dont les plus prometteuses sont basées sur le contact mécanique, le changement de phase et le mouvement de fluide.

Des réalisations et des études plus poussées sont nécessaires pour déterminer si ces nouvelles approches sont plus performantes que les systèmes AMR conventionnels.

Le chapitre 4, cherche à exploiter tout le potentiel du cycle AMR en se basant sur des études de similarité et sur des modèles numériques. Par exemple, l'analyse de similarité montre qu'il faut avoir des pertes visqueuses et par conduction longitudinale dans les mêmes ordres de grandeurs. Grâce à l'analyse du chapitre 3 un critère d'optimalité est proposé mais il considère que placer des régénérateurs en parallèle ou en série a le même coût énergétique. Or le terme de perte visqueuse génère une chaleur que les autres étages doivent véhiculer, d'où dans le futur la nécessité d'améliorer le critère, cela rejoint la prise en compte de l'entropie créée par les interrupteurs dans les systèmes multi-étagés.

Le modèle 2D non-linéaire nécessite de longs temps de calcul mais est pleinement opérationnel (prise en compte des non linéarités, critère de convergence, profil de champ...). Tandis que le modèle 1D longitudinal, outil très utile pour le dimensionnement, reste encore à améliorer surtout dans la prise en compte du frottement visqueux.

Ce travail de thèse m'aura parfois donné l'impression d'avoir parcouru un chemin déjà fréquenté. Initialement, je ne comprenais ni les formulations utilisées, ni voyait l'intérêt du cycle AMR. Finalement nous avons compris tout l'intérêt et la magie des approches utilisées. Et nous sommes aussi admiratifs de voir comment le système AMR réussit à combiner tous les impératifs pour obtenir un effet de réfrigération, le tout dans un système relativement simple. Mais il reste à savoir si c'est la meilleure structure et si elle a donné tout son potentiel. La question est difficile, mais dans cette perspective une approche avec les interrupteurs thermiques donne un excellent outil d'analyse.

Nous espérons que le point de vue donné par ses travaux donnera un socle solide qui permettra de définir les axes de recherches les plus pertinents afin d'innover et d'apporter à la société un système plus écologique et plus économe en énergie.

A. Annexes

1 Energie d'aimantation - approche globale

1.1 Justification de l'apparition du terme 1/2 dans le terme de self interaction

Il s'agit de justifier l'apparition du terme 1/2 dans l'équation (I-20) lorsqu'il y a aucun déplacement mécanique ou déformation. Dans l'équation (A-1), on développe l'expression et on montre que l'on peut permuter r avec r' . Alors l'expression se réécrit sous la forme de l'équation (A-2).

$$\int_{V_2} \vec{j}'_2 \cdot \delta \vec{A}_2 dv = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_2} \int_{V_2} \frac{\vec{j}'_2(r') \cdot \delta \vec{j}'_2(r) dv}{r' - r} dv' dv \quad (A-1)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_2} \int_{V_2} \frac{\vec{j}'_2(r') \cdot \delta \vec{j}'_2(r)}{r' - r} dv dv' + \frac{1}{2} \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_2} \int_{V_2} \frac{\vec{j}'_2(r) \cdot \delta \vec{j}'_2(r')}{r - r'} dv dv' \quad (A-2)$$

$$\frac{1}{2} \delta \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V_2} \int_{V_2} \frac{\vec{j}'_2(r') \cdot \vec{j}'_2(r)}{r' - r} dv' dv \right) = \frac{1}{2} \delta \left(\int_{V_2} \vec{j}'_2 \cdot \vec{A}_2 dv' \right) \quad (A-3)$$

1.2 Similitude entre \vec{M} , \vec{H} et \vec{j} , \vec{J}

A partir des équations de Maxwell et de notre définition de l'énergie, on obtient l'équation (A-4).

$$- \int_V \vec{j} \delta \vec{A} - \int_S \vec{K} \delta \vec{A} + \int_V \vec{B} \delta \vec{B} - \int_S \vec{K}' \delta \vec{A} - \int_V \vec{j}' \delta \vec{A} = 0 \quad (A-4)$$

Dans le cas des courants libres avec $\vec{j} = \text{rot} \vec{H}$ et $\vec{K} = -\vec{n} \wedge \vec{H}$, on obtient l'équation (A-5) et dans le cas des courants liés avec $\vec{j} = \text{rot} \vec{M}$ et $\vec{K}_{int} = -\vec{n} \wedge \vec{M}_{int}$, on obtient l'équation (A-6).

$$\int_V \vec{j} \delta \vec{A} + \int_S \vec{K} \delta \vec{A} = \int_V \vec{H} \delta \vec{B} \quad (A-5)$$

$$\int_V \vec{j}' \delta \vec{A} + \int_S \vec{K}' \delta \vec{A} = \int_V \vec{M} \delta \vec{B} \quad (A-6)$$

L'intérêt de ces expressions est de montrer que les travaux de la bobine ou d'un matériau ferromagnétique sont identiques si l'on fait correspondre j à j' , K à K' et M à H . Par contre les sources de courants imposent \vec{j} alors que les matériaux magnétiques imposent \vec{M} .

1.3 Détermination de la relation de passage sur H

On souhaite déduire la relation de passage sur H permettant d'assurer la continuité de l'énergie et se donner des pistes pour mieux comprendre le terme de surface. On commence par définir une surface fermée sur laquelle on a une distribution surfacique de courant. A partir de la relation précédente, on obtient :

- pour le volume intérieur

$$\int_{V_{int}} \vec{j} \delta \vec{A} = \int_{V_{int}} \vec{H} \delta \vec{B} + \int_{S_{int}} (\vec{n}_{in \rightarrow ex} \times \vec{H}_{int}) \cdot \delta \vec{A} \quad (A-7)$$

- pour le volume extérieur

$$\int_{V_{ext}} \vec{j} \delta \vec{A} = \int_{V_{ext}} \vec{H} \delta \vec{B} - \int_{S_{ext}} (\vec{n}_{in \rightarrow ex} \times \vec{H}_{ext}) \cdot \delta \vec{A} + 0 \quad (A-8)$$

La fonction \vec{H} est discontinue sur le bord du domaine, on doit être vigilant sur les conditions que l'on prend sur le bord, on prolonge par continuité la valeur que l'on a l'intérieur ou à l'extérieur du volume ce que l'on note \vec{H}_{int} et \vec{H}_{ext} . Si on somme les équations (A-7) et (A-8), on a :

$$\begin{aligned} \int_{\Sigma V} \vec{j} \delta \vec{A} &= \int_{all} \vec{H} \delta \vec{B} + \int_S \vec{n} \times (\vec{H}_{int} - \vec{H}_{ext}) \cdot \delta \vec{A} \\ \int_{\Sigma V} \vec{j} \delta \vec{A} + \int_S \vec{n} \times (\vec{H}_{ext} - \vec{H}_{int}) \cdot \delta \vec{A} &= \int_{all} \vec{H} \delta \vec{B} \end{aligned} \quad (A-9)$$

On prend des précautions sur les mesures des volumes et des surfaces, l'espace total s'exprime comme la somme du volume 1, 2 et de la surface soit $V_{all} = V_1 + V_2 + S$. L'ajout de la surface est nécessaire car nous ne l'avons pas incluse dans le système initial, mais la surface entre les deux volumes appartient bien au volume total.

$$\int_{\Sigma V} \vec{j} \delta \vec{A} + \int_S \vec{K} \cdot \delta \vec{A} = \int_{all} \vec{j} \delta \vec{A} = \int_{all} \vec{H} \delta \vec{B} \quad (A-10)$$

En ajoutant les deux volumes, on obtient sur la surface la relation de passage de l'équation (A-11), relation de passage identique à celle obtenue par application du théorème d'ampère autour d'un élément de surface.

$$\vec{K} = \vec{n} \times (\vec{H}_{ext} - \vec{H}_{int}) \quad (A-11)$$

En choisissant H_{int} et H_{ext} , l'énergie liée à la surface n'a pas été prise en compte d'où le terme additif $\int_S \vec{K} \cdot \delta \vec{A}$. On aurait pu choisir la discontinuité de la surface à l'intérieur ou à l'extérieur du volume, et on aurait eu le terme respectivement dans la première ou la seconde expression, ainsi ce terme aurait été dissimulé dans \vec{j} en tant que distribution.

Cette analyse soulève un point important. On doit prendre des précautions, dans le cas où il y a une discontinuité sur cette surface, pour savoir si la surface est incluse dans le système ou non. Lorsque l'on change de milieu, dans le cas d'un aimant, on se trouve dans ce cas. Il est alors préférable d'inclure le terme de surface dans le volume, ainsi l'addition de volume ne fait plus intervenir l'apparition d'un terme de surface.

Le cas précédent est problématique car il faut arbitrairement choisir le système qui contiendra le terme de surface. Dans notre cas c'est le prolongement par continuité qui a assuré la contribution de chaque volume.

1.4 Mesure de la capacité thermique avec un champ appliqué constant

Par définition de la capacité thermique et comme $H(T)$ est une fonction de T, la dérivée à H_a constant donne les deux termes de la relation suivante :

$$c_{H_a} dT = T \left. \frac{\partial s(T, H)}{\partial T} \right|_H + T \left. \frac{\partial s(T, H)}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial T} \right|_{H_a} \quad (A-12)$$

Par dérivation de la relation liant le champ appliqué et le champ interne via les coefficients le champ magnétisant, nous en déduisons une relation liant dT et dH .

$$H = H_a - NM(H, T) \quad (A-13)$$

$$dH = \frac{1}{1 + N \frac{\partial M}{\partial H}} dH_a - \frac{N \frac{\partial M}{\partial T}}{1 + N \frac{\partial M}{\partial H}} dT$$

En injectant l'équation (A-16), dans l'équation (A-15), on obtient l'équation (A-16).

$$c_{Ha}dT = T \left(\frac{\partial s(T, H)}{\partial T} \Big|_H - \frac{\partial s(T, H)}{\partial H} \frac{N \frac{\partial M}{\partial T}}{1 + N \frac{\partial M}{\partial H}} \right) dT \quad (\text{A-14})$$

2 Inversion du champ - Résultats complémentaires

2.1 Echantillon Long++

2.1.1 Echantillon Long++ - Résultat de l'inversion numérique avec le coefficient démagnétisant amélioré

C'est l'échantillon qui présente sa dimension de 2mm le long du champ appliqué, et qui a une section transversale de 1x6 mm.

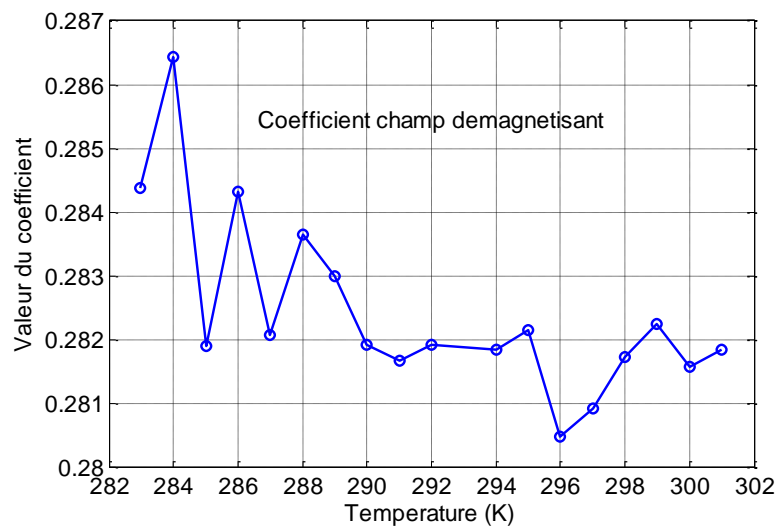


Figure A-1 Coefficient de champ démagnétisant pour l'échantillon Long++
($N_d = 0.31$ donné par Aharoni)

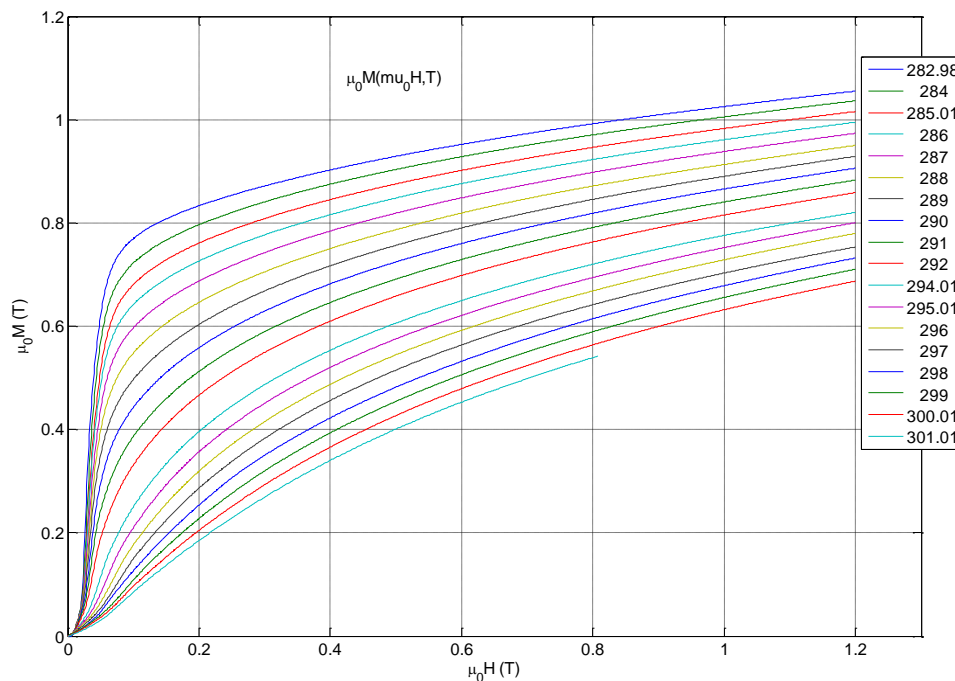


Figure A-2 Aimantation de l'échantillon Long++ obtenue avec le coefficient de champ démagnétisant

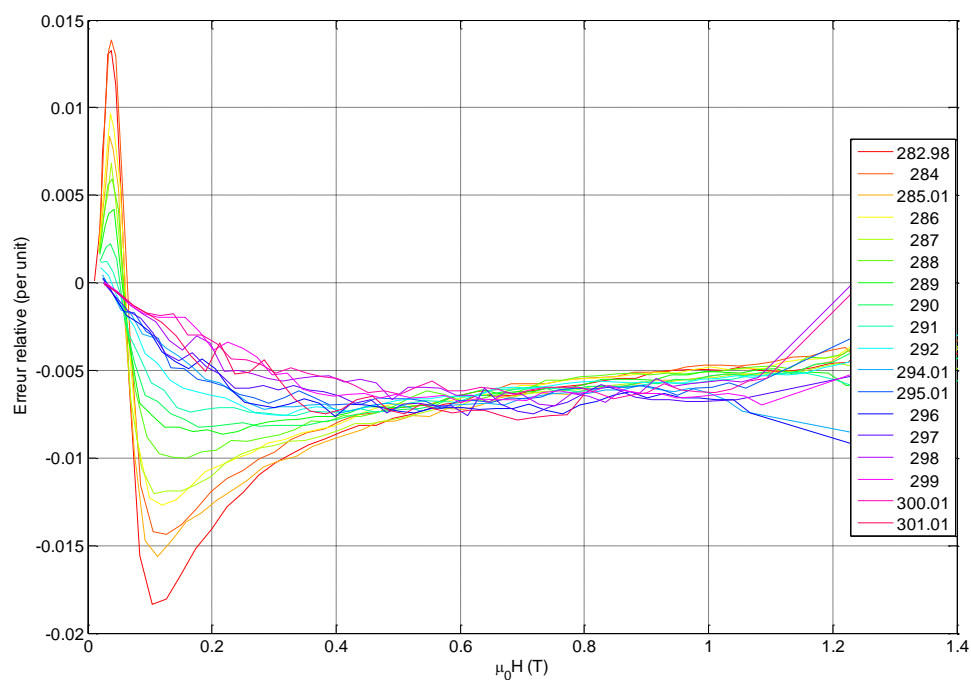


Figure A-3 Erreur commise sur l'aimantation de l'échantillon Long++

2.1.2 Echantillon Long++ - Résultat de l'inversion numérique obtenue avec la méthode point à point

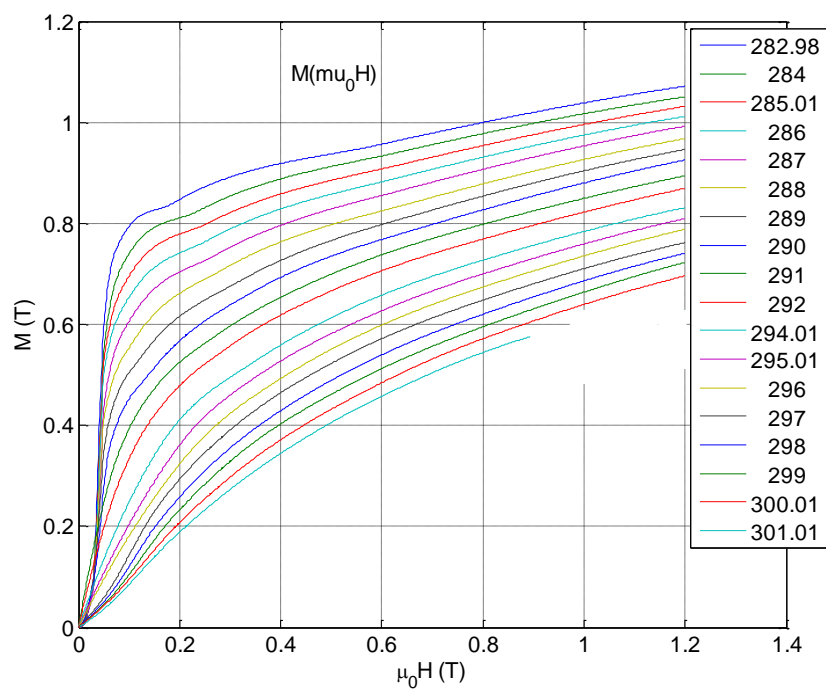


Figure A-4 Aimantation de l'échantillon Long++ avec la méthode « point à point »

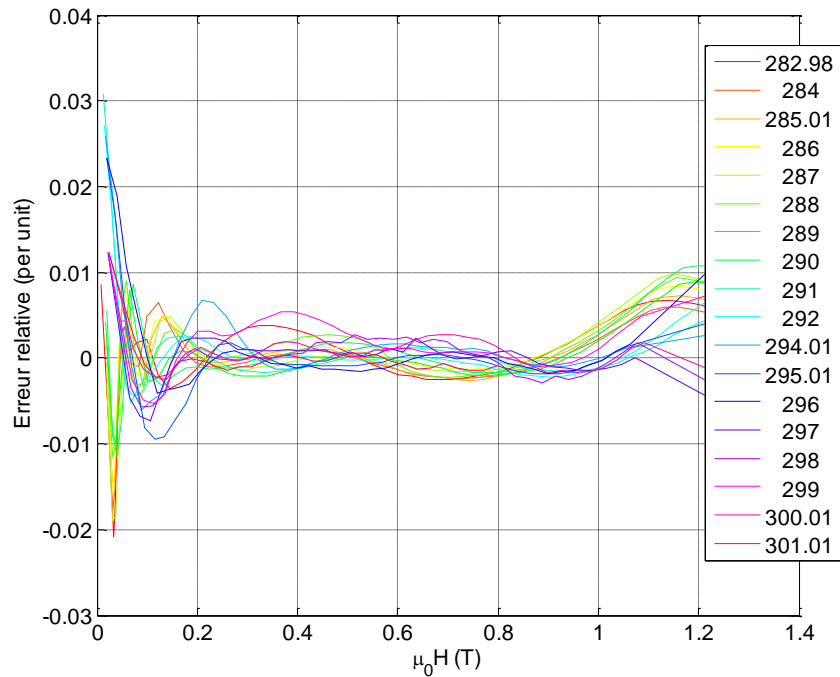


Figure A-5 Erreur commise sur l'échantillon Long++ avec la méthode « point à point »

3 Modèle de Weiss Debye-Sommerfeld (WDS)

La thèse de (Roudaut 2011) explique la démarche et les références qui démontrent et valident expérimentalement le modèle de WDS. Ce modèle donne une formulation implicite de l'entropie. Ce modèle semble au premier abord refléter le comportement du système comme on le voit sur les Figure A-6. Mais ce n'est pas le cas en y regardant de manière plus approfondie.

Tout d'abord on remarque que la capacité thermique est mal représentée comme le montre la Figure A-7. On remarque aussi que l'aimantation est toujours représentée par l'aimantation à saturation ce qui ne reflète pas la réalité comme on le voit sur la Figure A-6.b. De plus la relation analytique est implicite.

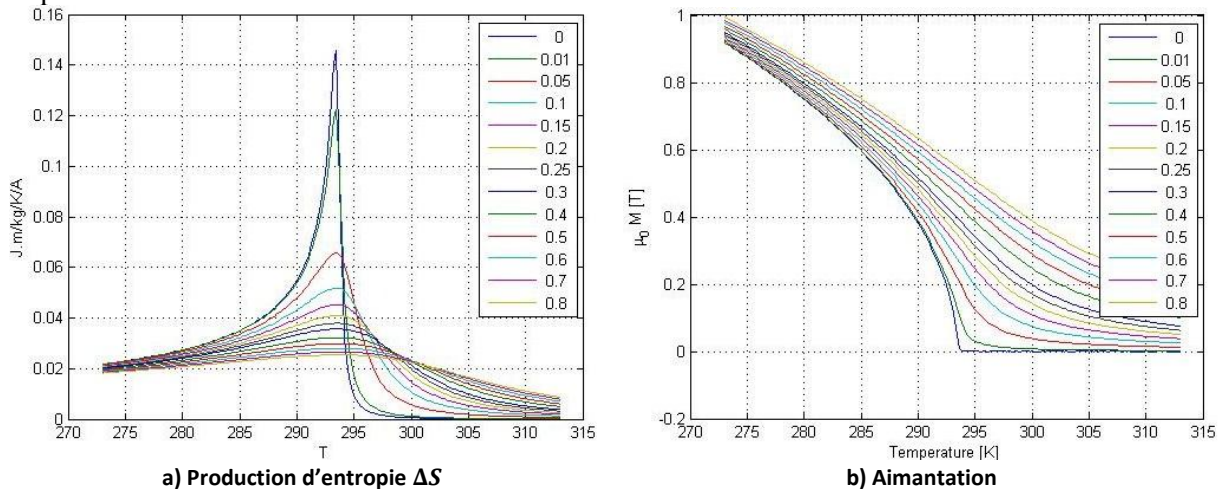


Figure A-6 Données issues du modèle de WDS

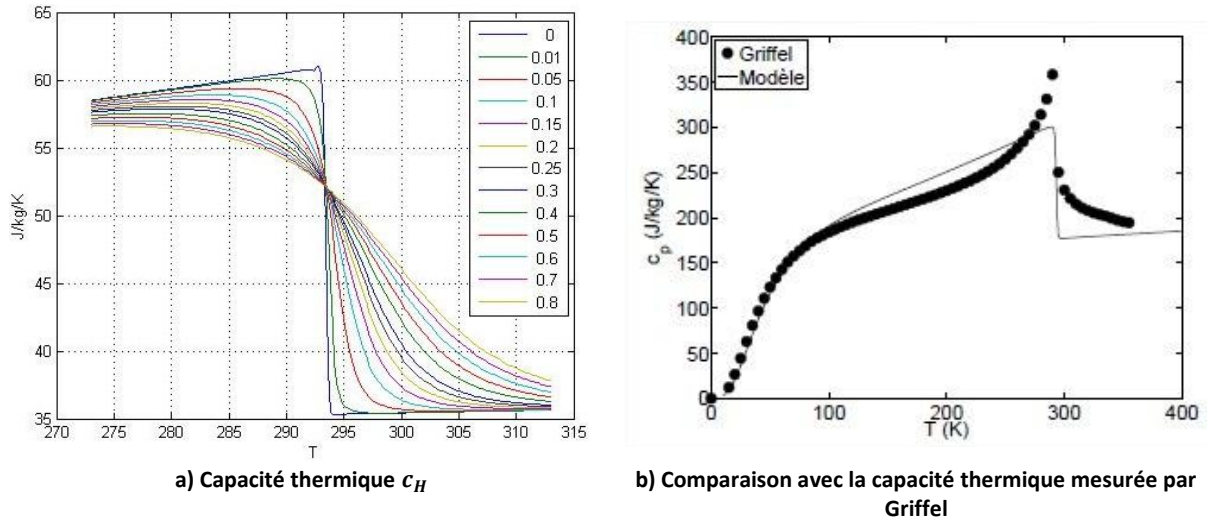


Figure A-7 Critique de la capacité thermique

4 Démonstration de la forme de l'invariance dans le modèle 1D transverse

On rappelle l'équation de comportement du système avec la notation $Src(y, t) = \rho T \frac{\partial s(T, H)}{\partial H} \Big|_T \frac{\partial H}{\partial t}$

$$\nabla(\lambda \nabla T) + 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial y} \right)^2 + Src(y, t) = \rho c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x(y, t) \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} \right) \quad (A-15)$$

La forme de l'équation fondamentale étant différente sur les deux domaines, on étudie le système par morceaux. Afin de conserver l'invariance de comportement, il faut que chacun des termes reste indépendant de la position choisie sur l'axe x , soit les conditions décrites dans les deux équations suivantes.

$$\begin{aligned} - \text{ sur } y \in \Omega_{eau} \\ \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial x^2} = f_1(y, t), \quad \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial y^2} = f_2(y, t), \quad \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial x} = f_3(y, t), \quad \dots \end{aligned} \quad (A-16)$$

$$\begin{aligned} - \text{ sur } y \in \Omega_{mcm} \\ \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial x^2} = f_1(y, t), \quad \frac{\partial^2 T(x, y, t)}{\partial y^2} = f_2(y, t), \quad \dots \end{aligned} \quad (A-17)$$

Par intégration des contraintes (A-16)(A-17), on obtient :

$$\begin{aligned} - \text{ sur } y \in \Omega_{eau} \quad T(x, y, t) \text{ est de la forme } f_3(y, t)x + f_3^1(y, t) \text{ car les différentes équations imposent} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(x, y, t) &= \frac{f_1(y, t)}{2} x^2 + f_1^1(y, t)x + f_1^2(y, t) \\ T(x, y, t) &= \int \int f_2(y, t) dy + f_2^1(x, t)y + f_2^2(x, t) \\ T(x, y, t) &= f_3(y, t)x + f_3^1(y, t) \end{aligned} \quad (A-18)$$

$$\begin{aligned} - \text{ sur } y \in \Omega_{mcm} \quad T(x, y, t) \text{ est de la forme } \frac{f_1(y, t)}{2} x^2 + f_1^1(y, t)x + f_1^2(y, t) \text{ car les différentes équations imposent} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T(x, y, t) &= \frac{f_1(y, t)}{2} x^2 + f_1^1(y, t)x + f_1^2(y, t) \\ T(x, y, t) &= \int \int f_2(y, t) dy + f_2^1(x, t)y + f_2^2(x, t) \end{aligned} \quad (A-19)$$

En réinjectant ces formes de solution dans l'équation, on obtient :

$$\begin{aligned}
 - \quad \text{sur } y \in \Omega_{eau} \\
 \lambda \frac{\partial^2 f_3^1(y, t)}{\partial y^2} + \lambda x \frac{\partial^2 f_3(y, t)}{\partial y^2} + 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial y} \right)^2 \\
 = \rho c \left(\frac{\partial f_3^1(y, t)}{\partial t} + x \frac{\partial f_3(y, t)}{\partial t} + v_x(y, t) f_3(y, t) \right)
 \end{aligned} \tag{A-20}$$

L'équation devant être invariante sur x cela impose $\lambda \frac{\partial^2 f_3(y, t)}{\partial y^2} = \rho c \frac{\partial f_3(y, t)}{\partial t}$, et comme $f_3(y, t)$ doit être périodique en temps, on a $f_3(y)$.

En réinjectant dans l'équation $f_3(y, t) = a_3 y + b_3$

$$\begin{aligned}
 - \quad \text{sur } y \in \Omega_{mcm} \\
 \lambda \frac{x^2 \partial^2 f_1^1(y, t)}{2 \partial y^2} + \lambda x \frac{\partial^2 f_1^1(y, t)}{\partial y^2} + \lambda \frac{\partial^2 f_1^2(y, t)}{\partial y^2} + \lambda f_1(y, t) \\
 = \rho c \left(\frac{x^2 \partial f_1(y, t)}{2 \partial t} + x \frac{\partial f_1^1(y, t)}{\partial t} + \frac{\partial f_1^2(y, t)}{\partial t} \right) - S(y, t)
 \end{aligned} \tag{A-21}$$

L'équation devant être invariante sur x , cela impose $\lambda \frac{\partial^2 f_1^1(y, t)}{\partial y^2} = \rho c \frac{\partial f_1^1(y, t)}{\partial t}$, soit $f_1^1(y, t) = a_1^1 y + b_1^1$ et $\lambda \frac{\partial^2 f_1(y, t)}{\partial y^2} = \rho c \frac{\partial f_1(y, t)}{\partial t}$, soit $f_1(y, t) = a_1 y + b_1$

On obtient :

$$\begin{aligned}
 - \quad \text{sur } y \in \Omega_{eau}, T(x, y, t) = (a_3 y + b_3)x + f_3^1(y, t) \\
 \lambda \frac{\partial^2 f_3^1(y, t)}{\partial y^2} + 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial y} \right)^2 = \rho c \left(\frac{\partial f_3^1(y, t)}{\partial t} + v_x(y, t) f_3(y, t) \right)
 \end{aligned} \tag{A-22}$$

$$\begin{aligned}
 - \quad \text{sur } y \in \Omega_{mcm}, T(x, y, t) = (a_1 y + b_1)x^2 + (a_1^1 y + b_1^1)x + f_1^2(y, t) \\
 \lambda \frac{\partial^2 f_1^2(y, t)}{\partial y^2} + \lambda f_1(y, t) = \rho c \frac{\partial f_1^2(y, t)}{\partial t} - S(y, t)
 \end{aligned} \tag{A-23}$$

En appliquant les conditions aux limites et la continuité de la température:

- conditions de Newman au milieu de l'écoulement $\frac{\partial T(x, e_{mcm} + e_{water}, t)}{\partial y} = \frac{\partial f_3^1(e_{mcm} + e_{water}, t)}{\partial y} + a_3 x = 0$ implique $\frac{\partial f_3^1(e_{mcm} + e_{water}, t)}{\partial y} = 0$ et $a_3 = 0$
- conditions de Newman au milieu de la lame de mcm $\frac{\partial T(x, 0, t)}{\partial y} = a_1 x^2 + a_1^1 x + \frac{\partial f_1^2(y, t)}{\partial y} = 0$ implique $a_1 = 0$, $a_1^1 = 0$ et $\frac{\partial f_1^2(0, t)}{\partial y} = 0$
- continuité de la température à l'interface solide fluide $b_3 x + f_3^1(e_{mcm}, t) = b_1 x^2 + b_1^1 x + f_1^2(e_{mcm}, t)$, $\forall x$ implique $b_3 = b_1^1 = b$, $b_1 = 0$, $f_3^1(e_{mcm}, t) = f_1^2(e_{mcm}, t)$

On obtient :

$$\begin{aligned}
 - \quad \text{sur } y \in \Omega_{eau}, T(x, y, t) = b x + f_3^1(y, t) \text{ avec } f_3^1(e_{mcm}, t) = f_1^2(e_{mcm}, t) \text{ et } \\
 \frac{\partial f_3^1(e_{mcm} + e_{water}, t)}{\partial y} = 0 \\
 \lambda \frac{\partial^2 f_3^1(y, t)}{\partial y^2} + 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial y} \right)^2 = \rho c \left(\frac{\partial f_3^1(y, t)}{\partial t} + v_x(y, t) b \right)
 \end{aligned} \tag{A-24}$$

$$- \quad \text{sur } y \in \Omega_{mcm}, T(x, y, t) = b x + f_1^2(y, t) \text{ avec } f_3^1(e_{mcm}, t) = f_1^2(e_{mcm}, t) \text{ et } \frac{\partial f_1^2(0, t)}{\partial y} = 0$$

$$\lambda \frac{\partial^2 f_1^2(y, t)}{\partial y^2} = \rho c \frac{\partial f_1^2(y, t)}{\partial t} - S(y, t) \quad (A-25)$$

En appliquant la continuité du flux thermique,

$$\lambda_{mcm} \frac{\partial f_1^2(e_{mcm}, t)}{\partial y} = \lambda_{water} \frac{\partial f_3^1(e_{mcm}, t)}{\partial y} \quad (A-26)$$

Au vu des propriétés des fonctions $f_1^2(y, t)$ et $f_3^1(y, t)$, on peut définir une seule fonction $f(y, t)$ de classe C^2 par morceaux sur tout le domaine, avec les conditions de continuité et de l'équation (A-26). On obtient $T(x, y, t) = bx + f(y, t)$, dans notre modèle réel on a la source froide côté négatif de x et la source chaude côté positif, cela implique que b est positif avec $b = \frac{T_{hot} - T_{cold}}{\text{Longueur du régénérateur}}$ soit noté de façon plus concise $b = \Delta T / L$. De plus on a pour la fonction $f(y, t)$ des conditions de Newman homogène soit $\left. \frac{\partial f(y, t)}{\partial y} \right|_{0 \text{ ou } e_{mcm} + e_{water}} = \text{nul}$.

Le système d'équation final obtenu est donné par l'équation (A-26) et (A-27) :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda(y) \frac{\partial f(y, t)}{\partial y} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial v_x(y, t)}{\partial y} \right)^2 = \rho c(y, T, H) \left(\frac{\partial f(y, t)}{\partial t} + v_x(y, t) b \right) - S(y, t) \quad (A-27)$$

Définition des flux thermiques et du travail magnétique

Le flux thermique moyen est défini par l'équation (A-26) avec $Q_x(x, y, t) \text{ W/m}^2$, $\text{int}_T Q_x J_{percycle} / \text{m}^2$, $Q_{cycle} J_{percycle}$

$$\begin{aligned} Q_x(y, t) &= -\lambda(y)b + \rho c v_x(y, t)(bx + f(y, t)) \\ \text{int}_T Q_x &= \int_T Q_x(y, t) dt = \int_T -\lambda(y)b + \rho c v_x(y, t) f(y, t) dt \\ Q_{cycle} &= \int_y \int_T Q_x(y, t) dt dy \text{ Profondeur} \end{aligned} \quad (A-28)$$

Le modèle ne tient pas compte de la chaleur produite par les pertes de charge, $Q_{cold} = Q_{cycle} - W_{cycle}$ et le travail magnétique est donné à l'équation (A-29).

$$\begin{aligned} T(x, y, t) &= bx + f(y, t) \\ W_{magnetic}^{globale} &= l L \int_T \lambda_{mcm} \frac{\partial f(y, t)}{\partial y} dt \end{aligned} \quad (A-29)$$

5 Résultat complémentaire du modèle 1D transverse

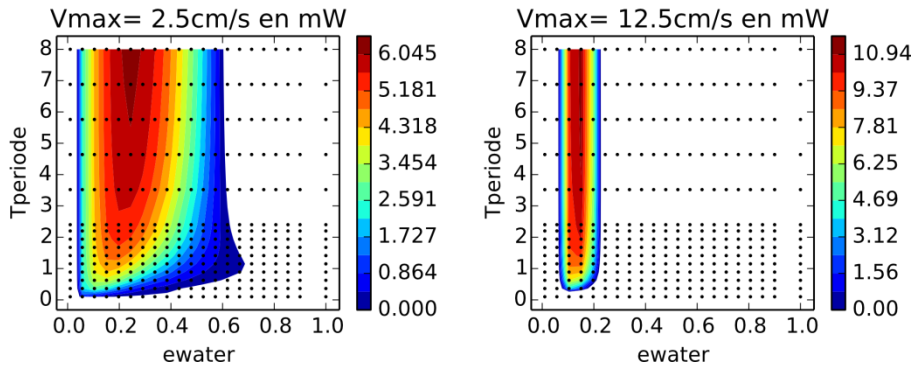


Figure A-8 $Q_{cold}-Q_{fluid}$ pour l'oxyde épaisseur/2 de lame, $e_{mcm} = 0.25 \text{ mm}$ pour $\text{grad}T = 30 \text{ K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $\Delta T_{adia} = 1 \text{ K}$

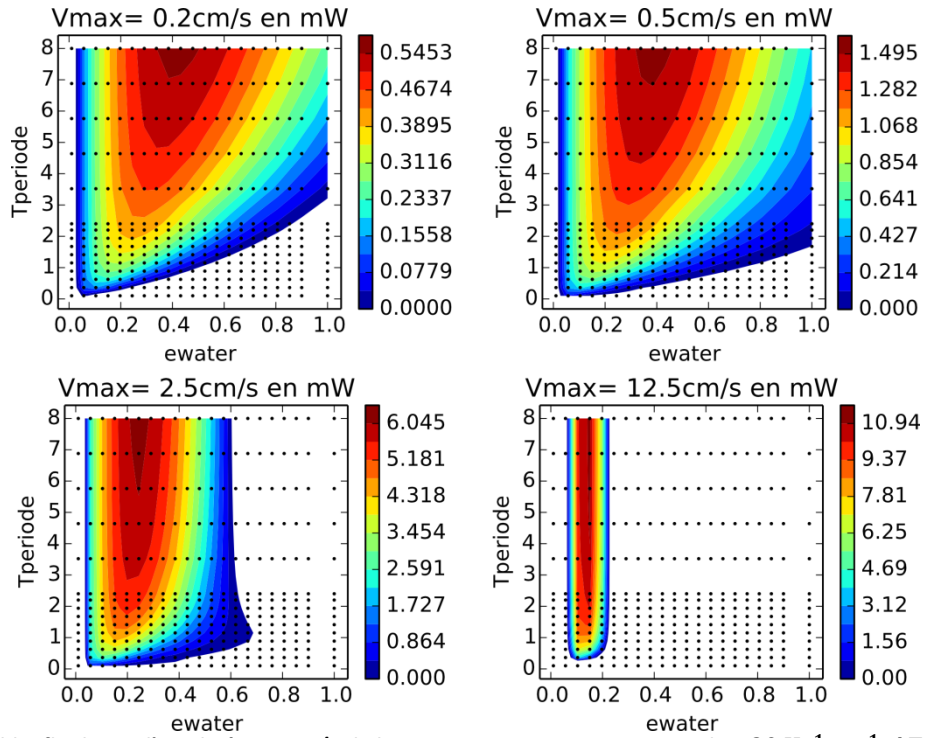


Figure A-9 $Q_{cold} - Q_{fluid}$ pour l'oxyde épaisseur/2 de lame, $emcm = 0.25$ mm pour $gradT = 30 \text{ K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $\Delta T_{adia} = 1 \text{ K}$

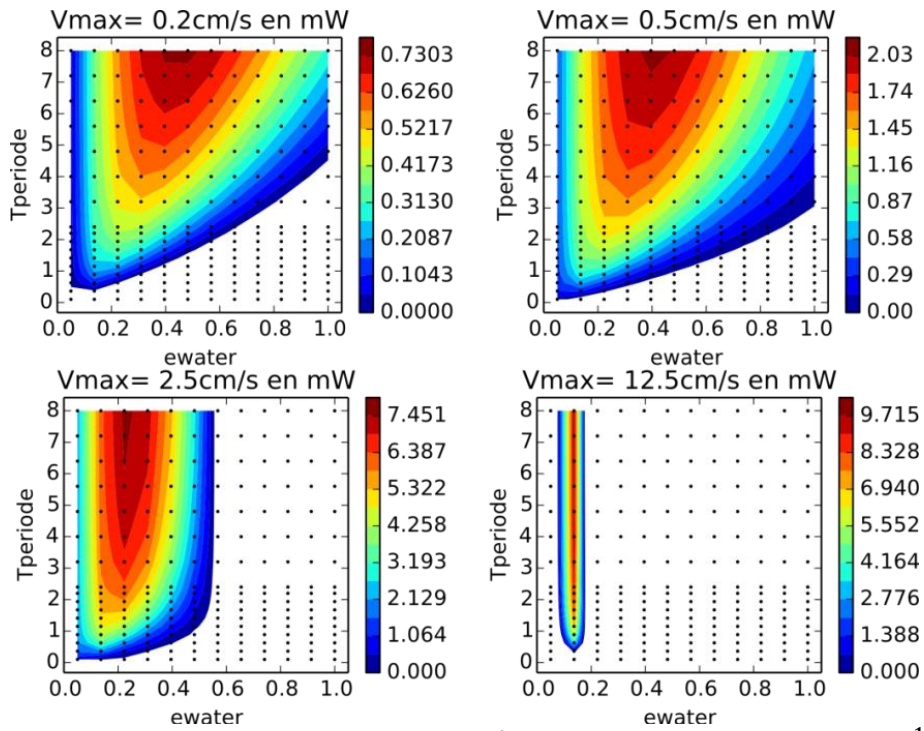


Figure A-10 Résultat du modèle pour l'oxyde épaisseur/2 lame MMC 0.5 mm pour $gradT = 30 \text{ K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$

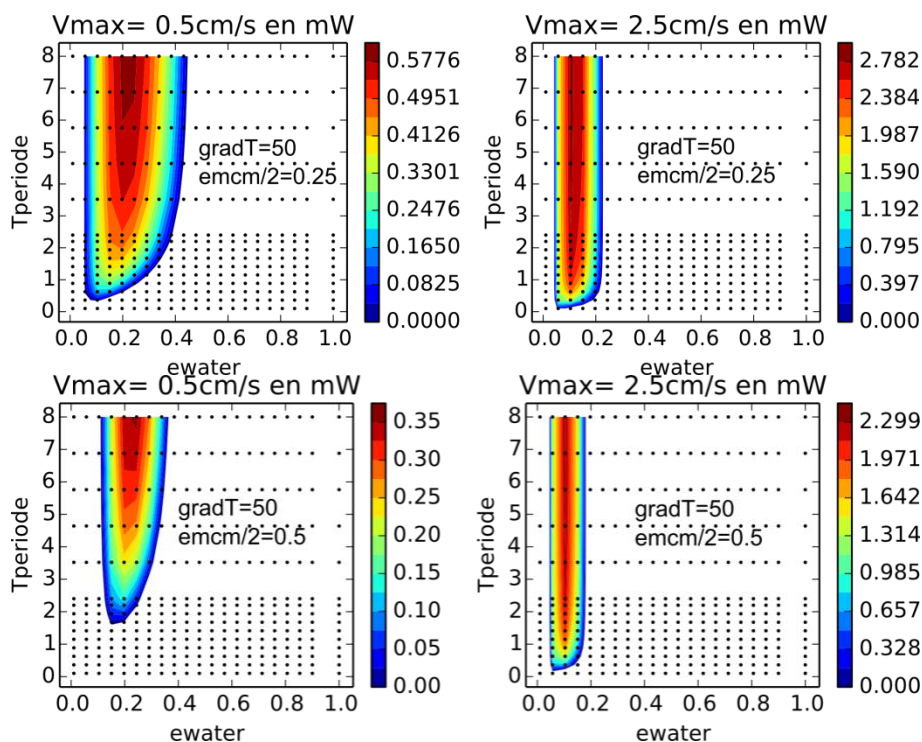


Figure A-11 $gradT = 50 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^{-1}$

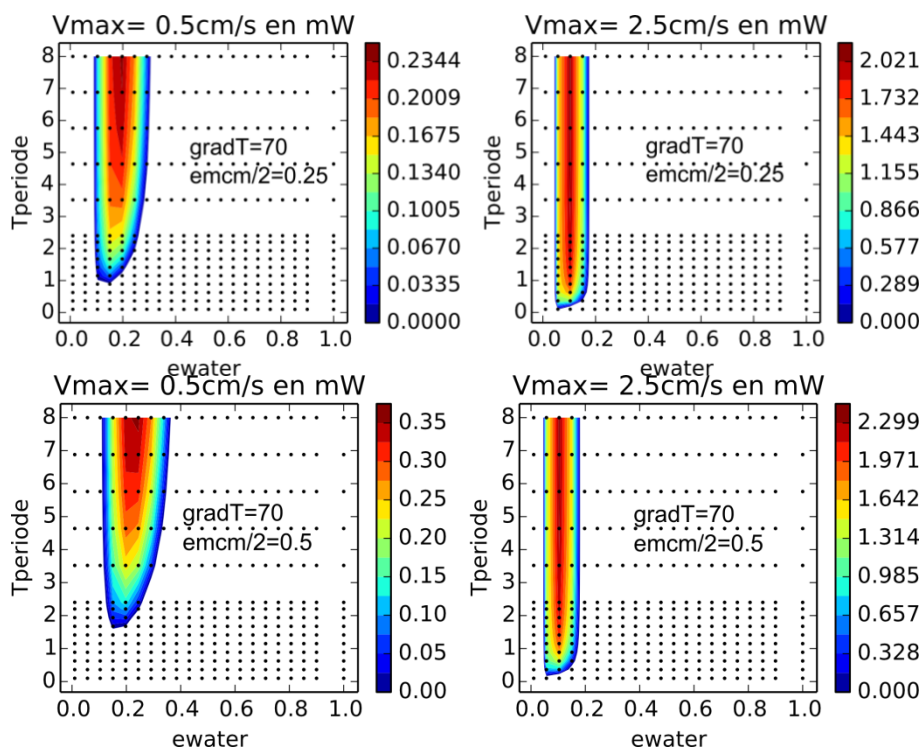


Figure A-12 $gradT = 70 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^{-1}$

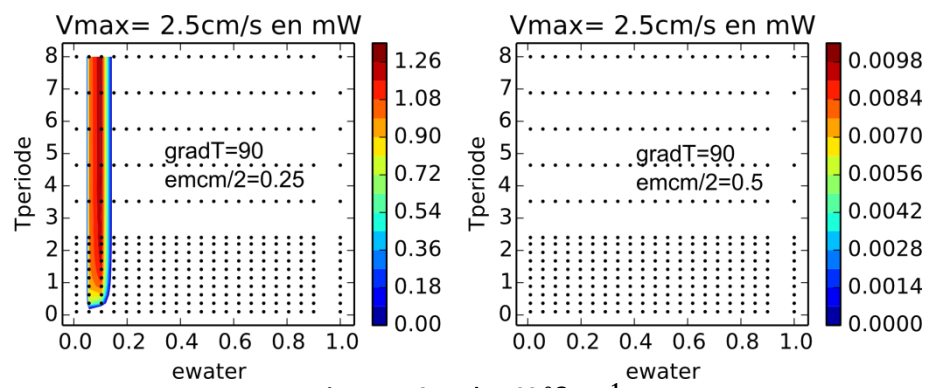


Figure A-13 grad T= 90 °C. m⁻¹

Bibliographie

- ADEME. « Energie et climat chiffres clés 2009-2012 ». <http://www2.ademe.fr>.
- Adkins, Clement John. 1983. *Equilibrium Thermodynamics*. Cambridge University Press.
- AFCE. 2013. « Alternatives aux HFC à fort GWP dans les applications de réfrigération et de climatisation ». <http://www.afce.asso.fr/en-france/etude-sur-les-alternatives-aux-hfc-a-fort-gwp>.
- Aharoni, Amikam. 1998. « Demagnetizing factors for rectangular ferromagnetic prisms ». *Journal of Applied Physics* 83 (6): 3432-34. doi:10.1063/1.367113.
- Allab, Farid. 2008. « Etude et conception d'un dispositif de réfrigération magnétique basé sur l'effet magnétocalorique géant ». Univ. Alpes.
- Ambrose, David M., et Jon Wilkening. 2013. « Computing Time-Periodic Solutions of Nonlinear Systems of Partial Differential Equations ». Consulté le novembre 12. <http://math.berkeley.edu/~wilken/papers/vtxs3.pdf>.
- « Approximation Schemes for convective term - structured grids - Common ». 2014. Consulté le mai 19. http://www.cfd-online.com/Wiki/Approximation_Schemes_for_convective_term_-_structured_grids_-_Common#Basic_Discretisation_schemes.
- Atanabe, N, M Yorinaga, Y Suzuki, T Fujitanka, et A Fujita. 2014. « Feasibility study of high frequency magnetic refrigeration cycle by fast response temperature measurement of magnetocaloric effect of $\text{La}(\text{Fe}_{0.88}\text{Si}_{0.12})_{13}$ ». *Thermag VI*, septembre.
- Averin, B. V., D. I. Kolotilkin, et V. A. Kudinov. 2000. « Sturm-Liouville Problem for a Differential Equation of Second Order with Discontinuous Coefficients ». *Journal of Engineering Physics and Thermophysics* 73 (4): 735-40. doi:10.1007/s10891-000-0083-8.
- Bagnérés, Anne, et Sophie Durbiano. 1997. « Calcul du champ démagnétisant dans un matériau magnétique de géométrie quelconque par une technique de transformée de Fourier et la méthode du domaine fictif ». <http://hal.inria.fr/inria-00073399>.
- Bahrani, Majid, M. Michael Yovanovich, et J. Richard Culham. 2005. « Thermal contact resistance at low contact pressure: Effect of elastic deformation ». *International Journal of Heat and Mass Transfer* 48 (16): 3284-93. doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2005.02.033.
- Baird, Eric, et Kamran Mohseni. 2008. « Digitized Heat Transfer: A New Paradigm for Thermal Management of Compact Micro Systems ». *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies* 31 (1): 143-51. doi:10.1109/TCAPT.2008.916810.
- Barenblatt, G. I. 1996. *Scaling, Self-Similarity, and Intermediate Asymptotics: Dimensional Analysis and Intermediate Asymptotics*. Cambridge University Press.
- Barrett, Martin, et Alan Macdonald. 1999. « The form of magnetic work in a fundamental thermodynamic equation for a paramagnet ». *American Journal of Physics* 67: 613. <http://link.aip.org/link/?AJPIAS/67/613/1>.
- Basso, Vittorio, Michaela Küpferling, Carlo P. Sasso, et Laura Giudici. 2008. « A Peltier cell calorimeter for the direct measurement of the isothermal entropy change in magnetic materials ». *Review of Scientific Instruments* 79 (6): 063907. doi:10.1063/1.2940218.
- Basso, Vittorio, Florence Russo, Jean-François Gerard, et Sébastien Pruvost. 2013. « Direct measurement of the electrocaloric effect in poly(vinylidene fluoride-trifluoroethylene-chlorotrifluoroethylene) terpolymer films ». *Applied Physics Letters* 103 (20): 202904. doi:10.1063/1.4830369.
- Basso, Vittorio, Carlo Paolo Sasso, et Michaela Küpferling. 2010. « A Peltier cells differential calorimeter with kinetic correction for the measurement of $c_p(\text{H},\text{T})$ and $\Delta s(\text{H},\text{T})$ of magnetocaloric materials ». *Review of Scientific Instruments* 81 (11): 113904. doi:10.1063/1.3499253.
- Bejan, Adrian, et Allan D Kraus. 2003. *Heat Transfer Handbook*. New York: J. Wiley. <http://app.knovel.com/web/toc.v/cid:kpHTH00003>.
- Bertin, Yves, Jocelyn BONJOUR, Frédéric LEFÈVRE, Valérie SARTRE, Cyril ROMESTANT, Vincent AYLÉ, et Vincent PLATEL. 2010. « Systèmes diphasiques de contrôle thermique

- Thermosiphons et caloducs ». *Techniques de l'ingénieur Fluides, contrôle et isolation thermiques* base documentaire : TIB595DUO. (ref. article : be9545). <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/energies-th4/fluides-controle-et-isolation-thermiques-42595210/systemes-diphasiques-de-controle-thermique-be9545/>.
- Bertotti, Giorgio. 1998a. *Hysteresis in Magnetism: For Physicists, Materials Scientists, and Engineers*. San Diego [u.a.]: Acad. Press.
- . 1998b. *Hysteresis in Magnetism: For Physicists, Materials Scientists, and Engineers*. San Diego: Academic Press.
- Björk, R., C. R. H. Bahl, A. Smith, et N. Pryds. 2008. « Optimization and Improvement of Halbach Cylinder Design ». *Journal of Applied Physics* 104 (1): 013910. doi:10.1063/1.2952537.
- Bonnefoy, Olivier. 2014. « Cours thermodynamique Mines de Saint-Etienne ». Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne.
- Boreyko, Jonathan B., Yuejun Zhao, et Chuan-Hua Chen. 2011. « Planar jumping-drop thermal diodes ». *Applied Physics Letters* 99 (23): 234105-234105 - 3. doi:10.1063/1.3666818.
- Boreyko, Jonathan, et Chuan-Hua Chen. 2009. « Self-Propelled Dropwise Condensate on Superhydrophobic Surfaces ». *Physical Review Letters* 103 (18). doi:10.1103/PhysRevLett.103.184501.
- Bossavit, A. 2014. « On Forces in Magnetized Matter ». *IEEE Transactions on Magnetism* 50 (2): 229-32. doi:10.1109/TMAG.2013.2277558.
- Brown, William Fuller. 1962. *Magnetostatic Principles in Ferromagnetism*. North-Holland Publishing Company.
- Casanova i Fernández, Fèlix. 2004. « Magnetocaloric Effect In Gd₅(SixGe_{1-x})₄ Alloys ». <http://diposit.ub.edu/dspace/handle/2445/41817>.
- Castillo-Villa, Pedro O., Lluís Mañosa, Antoni Planes, Daniel E. Soto-Parra, J. L. Sánchez-Llamazares, H. Flores-Zúñiga, et Carlos Frontera. 2013. « Elastocaloric and magnetocaloric effects in Ni-Mn-Sn(Cu) shape-memory alloy ». *Journal of Applied Physics* 113 (5): 053506. doi:10.1063/1.4790140.
- Chen, D.-X., J.A. Brug, et R.B. Goldfarb. 1991. « Demagnetizing factors for cylinders ». *IEEE Transactions on Magnetism* 27 (4): 3601-19. doi:10.1109/20.102932.
- Chennabasappa, Madhu. 2013. *Etude du vieillissement de matériaux magnétocaloriques*. Bordeaux 1. <http://www.theses.fr/2013BOR14970>.
- Cherief, Wahid. 2014. « Caractérisation thermique, rhéologique et magnétique des ferrofluides ».
- Cho, J., C. Richards, D. Bahr, J. Jiao, et R. Richards. 2008. « Evaluation of contacts for a MEMS thermal switch ». *Journal of Micromechanics and Microengineering* 18: 105012.
- « Christophe Vigny - Cours et conférences ». 2013. Consulté le février 15. <http://www.geologie.ens.fr/~vigny/cours.html>.
- Chung, Deborah DL. 2010. *Applied materials science: applications of engineering materials in structural, electronics, thermal, and other industries*. CRC Press. [http://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=0T6UWbh_HXYC&oi=fnd&pg=PA1&dq=%22conductivity.+This+chapter+is+a+review+of+materials+for+thermal%22+%22stress+occurs+and+may+even+cause+warpage.+This+is+the+case+when+copper%22+%22and+applications+\(e.g.,+laptop+computers\)+which+require+low+weight.2,3%22+&ots=F_ud8ZhAY1&sig=7IxScL3sGoi0wNRrZO4aslRztKA](http://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=0T6UWbh_HXYC&oi=fnd&pg=PA1&dq=%22conductivity.+This+chapter+is+a+review+of+materials+for+thermal%22+%22stress+occurs+and+may+even+cause+warpage.+This+is+the+case+when+copper%22+%22and+applications+(e.g.,+laptop+computers)+which+require+low+weight.2,3%22+&ots=F_ud8ZhAY1&sig=7IxScL3sGoi0wNRrZO4aslRztKA).
- Codina, Ramon. 1998. « Comparison of some finite element methods for solving the diffusion-convection-reaction equation ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 156 (1-4): 185-210. doi:10.1016/S0045-7825(97)00206-5.
- Comsol. « Comsol User guide ».
- Cooper, M. G., B. B. Mikic, et M. M. Yovanovich. 1969. « Thermal contact conductance ». *International Journal of heat and mass transfer* 12 (3): 279-300. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0017931069900118>.
- Costa, C. P., M. T. Vilhena, D. M. Moreira, et T. Tirabassi. 2006. « Semi-analytical solution of the steady three-dimensional advection-diffusion equation in the planetary boundary layer ». *Atmospheric Environment* 40 (29): 5659-69.
- Coulomb, Didier. 2010. « Chiffres IIR ». In . Thermag IV. www.iifiir.org.

- Cugat, Orphée. 1999. « SOURCE DE CHAMP INTENSE 4 Tesla À AIMANTS PERMANENTS ». Dames, C. 2009. « Solid-State Thermal Rectification With Existing Bulk Materials ». *Journal of Heat Transfer* 131 (6): 061301. doi:10.1115/1.3089552.
- Debnath, Lokenath. 2005. *Nonlinear Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. Boston: Birkhäuser.
- De Oliveira, N. A., et P. J. von Ranke. 2008. « Magnetocaloric effect around a magnetic phase transition ». *Physical Review B* 77 (21): 214439. doi:10.1103/PhysRevB.77.214439.
- Dierking, I., G. Scalia, et P. Morales. 2005. « Liquid crystal–carbon nanotube dispersions ». *Journal of Applied Physics* 97 (4): 044309–044309 - 5. doi:doi:10.1063/1.1850606.
- DIU, Bernard, Claudine GUTHLANN, Danielle LEDERER, et Bernard ROULET. 2007. *Thermodynamique*. Hermann.
- Dresselhaus, M. S., et G. Dresselhaus. 1981. « Intercalation compounds of graphite ». *Advances in Physics* 30 (2): 139–326. <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00018738100101367>.
- Dupuis, Cédric. 2009. « Matériaux à effet magnétocalorique géant et systèmes de réfrigération magnétique ». Université de Grenoble. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00566193>.
- Durand, Émile. 1994a. *Magnétostatique*. Paris: Masson.
- . 1994b. *Électrostatique 1, Les distributions*. Paris: Masson.
- Epstein, Richard I., et Kevin J. Malloy. 2009. « Electrocaloric devices based on thin-film heat switches ». *Journal of Applied Physics* 106 (6): 064509. doi:10.1063/1.3190559.
- Evans, Lawrence C. 2004. « Entropy and partial differential equations ». *Lecture Notes at UC Berkeley*. <https://jogins.com/media/Physics/New-0/My%20Files/Modern%20Physics/Mathematical%20Physics/Entropy%20and%20partial%20differential%20equations%20-%20Evans%20L.C..pdf>.
- Fiorillo, Fausto. 2004. *Measurement and Characterization of Magnetic Materials*. Amsterdam; San Diego, CA: Elsevier Academic Press.
- Fournet, Gérard. 1979. *Électromagnétisme : à partir des équations locales*. Paris; New York; Barcelone: Masson.
- Fritsch, F. N., et R. E. Carlson. 1980. « Monotone Piecewise Cubic Interpolation ». *SIAM Journal on Numerical Analysis* 17 (2): 238–46. doi:10.1137/0717021.
- Fukamichi, K., A. Fujita, et S. Fujieda. 2006. « Large magnetocaloric effects and thermal transport properties of La(FeSi)₁₃ and their hydrides ». *Journal of Alloys and Compounds*, Proceedings of Rare Earths'04 in Nara, Japan Proceedings of Rare Earths'04, 408–412 (février): 307–12. doi:10.1016/j.jallcom.2005.04.022.
- Gong, Jian, Gilhwan Cha, Y. S. Ju, et Chang-Jin Kim. 2008. « Thermal switches based on coplanar EWOD for satellite thermal control ». In *Micro Electro Mechanical Systems, 2008. MEMS 2008. IEEE 21st International Conference on*, 848–51. IEEE. http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=4443789.
- Gopinath, Arathi Kamath. 2007. *Efficient Fourier-based algorithms for time-periodic unsteady problems*. <http://adsabs.harvard.edu/abs/2007PhDT.....75G>.
- Grätsch, Thomas, et Klaus-Jürgen Bathe. 2005. *A posteriori error estimation techniques in practical finite element analysis*.
- Greenwood, J. A., et J. B. P. Williamson. 1966. « Contact of Nominally Flat Surfaces ». *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 295 (1442): 300–319. doi:10.1098/rspa.1966.0242.
- Gschneidner Jr., K. A., et V. K. Pecharsky. 2008. « Thirty years of near room temperature magnetic cooling: Where we are today and future prospects ». *International Journal of Refrigeration* 31 (6): 945–61. doi:10.1016/j.ijrefrig.2008.01.004.
- Gschneidner Jr., K. A., V. K. Pecharsky, et A. O. Tsokol. 2005. « Recent Developments in Magnetocaloric Materials ». *Reports on Progress in Physics* 68 (6): 1479. doi:10.1088/0034-4885/68/6/R04.
- Guggenheim, E. A. 1986. *Thermodynamics : An Advanced Treatment for Chemists and Physicists*. Amsterdam; New York; New York, N.Y., U.S.A.: North-Holland ; Sole distributors for the U.S.A. and Canada, Elsevier Science Pub. Co.

- Gu, Haiming, Brent Craven, Xiaoshi Qian, Xinyu Li, Ailan Cheng, et Q. M. Zhang. 2013. « Simulation of Chip-Size Electrocaloric Refrigerator with High Cooling-Power Density ». *Applied Physics Letters* 102 (11): 112901. doi:10.1063/1.4796184.
- Gu, Haiming, Xiaoshi Qian, Xinyu Li, Brent Craven, Wenyi Zhu, Ailan Cheng, S. C. Yao, et Q. M. Zhang. 2013. « A Chip Scale Electrocaloric Effect Based Cooling Device ». *Applied Physics Letters* 102 (12): 122904. doi:10.1063/1.4799283.
- Guillou, François. 2011. « Différents matériaux à effet magnétocalorique: Aspects fondamentaux et applicatifs ». UNIVERSITÉ de CAEN.
- Hadimani, R. L. 2013. *Advanced Magnetoelastic and Magnetocaloric Materials for Device Applications*. Ravi Hadimani. Consulté le décembre 16. http://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=IZWKauSx07cC&oi=fnd&pg=PR2&dq=%22based+on+Arrott+plots+was+developed+to+estimate+the+second+order+phase%22+%22phase.+It+was+demonstrated+that+a+giant+magnetostriction+of+the+order+of+1813+ppm%22+&ots=4as5LUX3_R&sig=4nPr9ImdbZMFBuCOHy5z0-3VqB8.
- Hammond, Percy. 1981. *Energy Methods in Electromagnetism*. Oxford: Clarendon press.
- Herpin, André, et Louis Néel. 1968. *Théorie du magnétisme*. Bibliothèque des sciences et techniques nucléaires, ISSN 1162-9681. Institut national des sciences et techniques nucléaires (Saclay).
- Hilton, J. E., et S. M. McMurry. 2012. « An adjustable linear Halbach array ». *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 324 (13): 2051-56. doi:10.1016/j.jmmm.2012.02.014.
- Jeppesen, S., S. Linderöth, N. Pryds, L. Theil Kuhn, et J. Buch Jensen. 2008. « Indirect Measurement of the Magnetocaloric Effect Using a Novel Differential Scanning Calorimeter with Magnetic Field ». *The Review of Scientific Instruments* 79 (8): 083901. doi:10.1063/1.2957611.
- Kading, G. A. 2007. *Piezo-electrochemical transducer effect (PECT) intercalated graphite micro-electromechanical actuators*. DTIC Document. <http://oai.dtic.mil/oai/oai?verb=getRecord&metadataPrefix=html&identifier=ADA481116>.
- Karmanenko, Sergei F., Oleg V. Pakhomov, Alexander M. Prudan, Aleksander S. Starkov, et Andrei Eskov. 2007. « Layered ceramic structure based on the electrocaloric elements working as a solid state cooling line ». *Journal of the European Ceramic Society* 27 (8-9): 3109-12. doi:10.1016/j.jeurceramsoc.2006.11.033.
- Kato, Takashi, Takatoshi Nagahara, Yasuyuki Agari, et Mitsukazu Ochi. 2005. « Relation between Thermal Conductivity and Molecular Alignment Direction of Free-Standing Film Aligned with Rubbing Method ». *Journal of Polymer Science Part B: Polymer Physics* 43 (24): 3591-99. doi:10.1002/polb.20628.
- Kelley, Carl T. 1999. *Iterative methods for optimization*. Vol. 18. Siam. <http://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=7oqAh1MAZG0C&oi=fnd&pg=PR3&dq=%22Line+Search+Methods+and+the+Armijo+Rule+.+.+.+.+.%.22+%22A+Unidirectional+Trust+Region+Algorithm+.+.+.%.22+%22Exercises+on+Global+Convergence+.+.+.+.+.+.+.+.+.%.22+&ots=bSSbSgmj1D&sig=u09zuTChyZpbr0unTV9hf0fvJVk>.
- Keum, Hohyun, Myunghoon Seong, Sanjiv Sinha, et Seok Kim. 2012. « Electrostatically driven collapsible Au thin films assembled using transfer printing for thermal switching ». *Applied Physics Letters* 100 (21): 211904-211904 - 4. doi:doi:10.1063/1.4720397.
- Kitanovski, Andrej, et Peter W. Egolf. 2006. « Thermodynamics of magnetic refrigeration ». *International Journal of Refrigeration* 29 (1): 3-21. doi:10.1016/j.ijrefrig.2005.04.007.
- Kittel, Charles. 1961. *Elementary Statistical Physics*. Wiley.
- Kogut, Lior, et Izhak Etsion. 2004. « A Static Friction Model for Elastic-Plastic Contacting Rough Surfaces ». *Journal of Tribology* 126 (1): 34-40. doi:10.1115/1.1609488.
- Lallemand, André. 2014. « Compression et détente des gaz ou des vapeurs ». *Techniques de l'ingénieur Thermodynamique et énergétique* base documentaire : TIB216DUO. (ref. article : be8013). <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/energies-th4/thermodynamique-et-energetique-42216210/compression-et-detente-des-gaz-ou-des-vapeurs-be8013/>.
- Lallemand, Monique. 2005. « Transferts en changement de phase Ébullition libre ». *Techniques de l'ingénieur Transferts thermiques* base documentaire : TIB214DUO. (ref. article : be8235).

- <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/energies-th4/transferts-thermiques-42214210/transferts-en-changement-de-phase-be8235/>.
- Landau, L. D, E. M Lifshits, et L. P Pitaevskii. 1995. *Electrodynamics of Continuous Media*. Oxford [England]: Butterworth-Heinemann.
- Léal, Laetitia. 2012. « Etude des mécanismes de nucléation par action simultanée de l'ébullition et de la cavitation ». Université de Toulouse, Université Toulouse III-Paul Sabatier. <http://thesesups.ups-tlse.fr/1928/>.
- Legait, U., F. Guillou, A. Kedous-Lebouc, V. Hardy, et M. Almanza. 2014. « An experimental comparison of four magnetocaloric regenerators using three different materials ». *International Journal of Refrigeration* 37 (janvier): 147-55. doi:10.1016/j.ijrefrig.2013.07.006.
- Legait, Ulrich. 2011. « Caractérisation et modélisation magnétothermique appliquée à la réfrigération magnétique ». Université de Grenoble. <http://hal.archives-ouvertes.fr/tel-00612428/>.
- Legait, Ulrich, Francois Guillou, Afef Kedous-Lebouc, Vincent Hardy, et Morgan Almanza. 2014. « An Experimental Comparison of Four Magnetocaloric Regenerators Using Three Different Materials ». *International Journal of Refrigeration* 37 (janvier): 147-55. doi:10.1016/j.ijrefrig.2013.07.006.
- Li, Nianbei, Jie Ren, Lei Wang, Gang Zhang, Peter Hänggi, et Baowen Li. 2012. « Colloquium: Phononics: Manipulating heat flow with electronic analogs and beyond ». *Reviews of Modern Physics* 84 (3): 1045-66. doi:10.1103/RevModPhys.84.1045.
- Lisenkov, S., et I. Ponomareva. 2012. « Giant elastocaloric effect in ferroelectric Ba_{0.5}Sr_{0.5}TiO₃ alloys from first-principles ». *Physical Review B* 86 (10): 104103. doi:10.1103/PhysRevB.86.104103.
- Liu, Mario. 2014. « The thermodynamic approach to electromagnetic dissipation and forces ». Consulté le septembre 20. https://www.google.fr/search?q=The+thermodynamic+approach+to+electromagnetic+dissipation+and+forces+&ie=utf-8&oe=utf-8&aq=t&rls=org.mozilla:fr:official&client=firefox-a&channel=sb&gfe_rd=cr&ei=tkUdVLLYOqSA8Qe0toCAAw.
- Liu, Mario, et Klaus Stierstadt. 2009. « Electromagnetic Force and the Maxwell Stress Tensor in Condensed Systems ». *arXiv:cond-mat/0010261* 763. doi:10.1007/978-3-540-85387-9.
- Liu, Xianming, John L. Spencer, Alan B. Kaiser, et W. Mike Arnold. 2004. « Electric-field oriented carbon nanotubes in different dielectric solvents ». *Current Applied Physics* 4 (2-4): 125-28. doi:10.1016/j.cap.2003.10.012.
- Lluís Mañosa, David Gonzalez Alonso. « Giant solid-state barocaloric effect in the Ni-Mn-In magnetic shape-memory alloy ». doi:10.1038/NMAT2731.
- Madhusudana, Chakravarti V. 2013. *Thermal contact conductance*. New York: Springer.
- Mallinson, J. 1973. « One-Sided Fluxes -- A Magnetic Curiosity? ». *IEEE Transactions on Magnetics* 9 (4): 678-82. doi:10.1109/TMAG.1973.1067714.
- Mani, K., et V. Selladurai. 2008. « Experimental analysis of a new refrigerant mixture as drop-in replacement for CFC12 and HFC134a ». *International Journal of Thermal Sciences* 47 (11): 1490-95. doi:10.1016/j.ijthermalsci.2007.11.008.
- Marcos, Jordi, Fèlix Casanova, Xavier Batlle, Amílcar Labarta, Antoni Planes, et Lluís Mañosa. 2003. « A High-Sensitivity Differential Scanning Calorimeter with Magnetic Field for Magnetostructural Transitions ». *Review of Scientific Instruments* 74 (11): 4768. doi:10.1063/1.1614857.
- McLanahan, A R, C D Richards, et R F Richards. 2011. « A dielectric liquid contact thermal switch with electrowetting actuation ». *Journal of Micromechanics and Microengineering* 21 (10): 104009. doi:10.1088/0960-1317/21/10/104009.
- Nicolis, G. 1979. « Irreversible thermodynamics ». *Reports on Progress in Physics* 42 (2): 225-68. doi:10.1088/0034-4885/42/2/001.
- Nielsen, K. K., J. Tusek, K. Engelbrecht, S. Schopfer, A. Kitanovski, C. R. H. Bahl, A. Smith, N. Pryds, et A. Poredos. 2011. « Review on numerical modeling of active magnetic regenerators for room temperature applications ». *International Journal of Refrigeration* 34 (3): 603-16. doi:10.1016/j.ijrefrig.2010.12.026.

- Noel, M., et R. Santhanam. 1998. « Electrochemistry of graphite intercalation compounds ». *Journal of Power Sources* 72 (1): 53-65. doi:10.1016/S0378-7753(97)02675-X.
- Nogarede, Bertrand. 2014. « Machines tournantes : conversion électromécanique de l'énergie ». *Techniques de l'ingénieur Généralités sur les machines électriques tournantes* base documentaire : TIB250DUO. (ref. article : d3410). <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/energies-th4/generalites-sur-les-machines-electriques-tournantes-42250210/machines-tournantes-conversion-electromecanique-de-l-energie-d3410/>.
- O'Handley, Robert C. 1999. *Modern Magnetic Materials: Principles and Applications*. Wiley.
- Ožbolt, M., A. Kitanovski, J. Tušek, et A. Poredoš. 2014. « Electrocaloric vs. magnetocaloric energy conversion ». *International Journal of Refrigeration* 37 (janvier): 16-27. doi:10.1016/j.ijrefrig.2013.07.001.
- Panday, Prabodh. 2006. « Transfert en changement de phase Condensation en situations particulières ». *Techniques de l'ingénieur Transferts thermiques* base documentaire : TIB214DUO. (ref. article : be8239). <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/energies-th4/transferts-thermiques-42214210/transfert-en-changement-de-phase-be8239/>.
- Park, Y. S., et J. J. Baik. 2008. « Analytical solution of the advection-diffusion equation for a ground-level finite area source ». *Atmospheric Environment* 42 (40): 9063-69.
- Patankar, Suhas. 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. CRC Press.
- Pecharsky, V. K., et K. A. Gschneidner, Jr. 1997. « Giant Magnetocaloric Effect in Gd₅(Si₂Ge₂) ». *Physical Review Letters* 78 (23): 4494-97. doi:10.1103/PhysRevLett.78.4494.
- Peng, Z. K., Z. Q. Lang, S. A. Billings, et G. R. Tomlinson. 2008. « Comparisons between harmonic balance and nonlinear output frequency response function in nonlinear system analysis ». *Journal of Sound and Vibration* 311 (1): 56-73. <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X07006864>.
- Peyrard, M. 2006. « The design of a thermal rectifier ». *Europhysics Letters (EPL)* 76 (1): 49-55. doi:10.1209/epl/i2006-10223-5.
- Porcari, G., M. Buzzi, F. Cugini, R. Pellicelli, C. Pernechele, L. Caron, E. Brück, et M. Solzi. 2013. « Direct Magnetocaloric Characterization and Simulation of Thermomagnetic Cycles ». *Review of Scientific Instruments* 84 (7): 073907. doi:10.1063/1.4815825.
- « Pyrolytic Graphite Sheet (PGS) Heat Spreading Material - Panasonic ». 2014. Consulté le mars 14. <http://www.panasonic.com/industrial/electronic-components/protection/pyrolytic-graphite-sheet.aspx>.
- Risser, M., C. Vasile, T. Engel, B. Keith, et C. Muller. 2010. « Numerical simulation of magnetocaloric system behaviour for an industrial application ». *International Journal of Refrigeration* 33 (5): 973-81. doi:10.1016/j.ijrefrig.2010.02.004.
- Risser, M., C. Vasile, C. Muller, et A. Noume. 2013. « Improvement and application of a numerical model for optimizing the design of magnetic refrigerators ». *International Journal of Refrigeration* 36 (3): 950-57. doi:10.1016/j.ijrefrig.2012.10.012.
- Rosca, Mariana. 2010. « Matériaux de type LaFe₁₃-xSix à fort pouvoir magnétocalorique-Synthèse et optimisation de composés massifs et hypereutectiques-Caractérisations fondamentales ». Université de Grenoble. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00663184/>.
- Roudaut, Julien. 2011. « Modélisation et conception de systèmes de réfrigération magnétique autour de la température ambiante ». Université de Grenoble. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00652481/>.
- Sandeman, Karl G. 2012. « Magnetocaloric materials: The search for new systems ». *Scripta Materialia* 67 (6): 566-71. doi:10.1016/j.scriptamat.2012.02.045.
- Sedov, L. 1977. *Similitude et dimensions en mécanique*. Mir.
- Shah, Ramesh K., et Dusan P. Sekulic. 2003. *Fundamentals of Heat Exchanger Design*. John Wiley & Sons.
- Shah, R. K., et Alexander Louis London. 1978. *Advances in Heat Transfer: Supplement*. Academic Press.

- Shaobo, Liu, et Li Yanqiu. 2004. « Research on the electrocaloric effect of PMN/PT solid solution for ferroelectrics MEMS microcooler ». *Materials Science and Engineering: B* 113 (1): 46-49. doi:10.1016/j.mseb.2004.06.010.
- Siddikov, B. M., B. A. Wade, et D. H. Schultz. 2005. « Numerical simulation of the active magnetic regenerator ». *Computers & Mathematics with Applications* 49 (9-10): 1525-38. doi:10.1016/j.camwa.2004.07.026.
- Strauss, Michael T., et Richard L. Pober. 2006. « Nanotubes in liquids: Effective thermal conductivity ». *Journal of Applied Physics* 100 (8): 084328. doi:10.1063/1.2360147.
- « supermagnete ». 2014. Consulté le avril 4. http://www.supermagnete.fr/?adwords_fr_fre_brand&gclid=CMj1yO2uxr0CFekBwwodsw0AeQ.
- Terraneo, M., M. Peyrard, et G. Casati. 2002. « Controlling the Energy Flow in Nonlinear Lattices: A Model for a Thermal Rectifier ». *Physical Review Letters* 88 (9). doi:10.1103/PhysRevLett.88.094302.
- Tishin, A. M., et Y. I. Spichkin. 2003. *The Magnetocaloric Effect and Its Applications*. CRC Press.
- Valant, Matjaz. 2012. « Electrocaloric materials for future solid-state refrigeration technologies ». *Progress in Materials Science* 57 (6): 980-1009. doi:10.1016/j.pmatsci.2012.02.001.
- Vodyanoy, Vitaly J., et Yuri Mnyukh. 2010. « The physical nature of “giant” magnetocaloric and electrocaloric effects ». *arXiv preprint arXiv:1012.0967*. <http://arxiv.org/abs/1012.0967>.
- VRINAT, Georges. 2009. « Machines frigorifiques industrielles - Compresseurs ». *Techniques de l'ingénieur*, avril.
- Vrinat, Georges. 2014. « Machines frigorifiques industrielles Compresseurs ». *Techniques de l'ingénieur Production de froid mécanique* base documentaire : TIB211DUO. (ref. article : be9741). <http://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/energies-th4/production-de-froid-mecanique-42211210/machines-frigorifiques-industrielles-be9741/>.
- Vuyst, Florian De. 2013. « Numerical modeling of transport problems using freefem++ software -- with examples in biology, CFD, traffic flow and energy transfer », septembre. <http://cel.archives-ouvertes.fr/cel-00842234>.
- Wortmann, S., M. T. Vilhena, D. M. Moreira, et D. Buske. 2005. « A new analytical approach to simulate the pollutant dispersion in the PBL ». *Atmospheric Environment* 39 (12): 2171-78.
- Yarin, L. P. 2012. *Pi-Theorem Applications to Fluid Mechanics and Heat and Mass Transfer*. Heidelberg [Germany]: Springer. <http://public.eblib.com/EBLPublic/PublicView.do?ptiID=884947>.
- Yibole, H., F. Guillou, L. Zhang, N. H. van Dijk, et E. Brück. 2014. « Direct Measurement of the Magnetocaloric Effect in MnFe(P,X)(X = As, Ge, Si) Materials ». *Journal of Physics D: Applied Physics* 47 (7): 075002. doi:10.1088/0022-3727/47/7/075002.
- Zhou, Wenying, Jing Zuo, et Wene Ren. 2012. « Thermal conductivity and dielectric properties of Al/PVDF composites ». *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 43 (4): 658-64. doi:10.1016/j.compositesa.2011.11.024.
- Zia, R. K. P. 2014. « Making Sense of the Legendre Transform ».
- Zoppou, C., et J.H. Knight. 1999. « Analytical solution of a spatially variable coefficient advection-diffusion equation in up to three dimensions ». *Applied Mathematical Modelling* 23 (9): 667-85. doi:10.1016/S0307-904X(99)00005-0.